فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب ..... هشت

چکیده ۱

فصل اول: مقدمه

۱-۱- تاریخچه فناوری نانو ۲

۱-۲- تعریف و کاربردهای فناوری نانو ٦

۱-۳- اهمیت و کاربردهای گرافین ۱۱

۱-٤- وسایل و ابزارهای ساخته شده در مقیاس نانو متری ۱٤

۱-۵- اهمیت تئوری الاستیسیته غیر محلی ۱۵

۱-٦- تاریخچه زمانی و مروری بر کارهای انجام شده ۱۵

۱-۷- اهداف ۱٦

۱-۸- محتوای فصول ۱٦

فصل دوم: روش سنجش وزنی مشتقات

۲-۱- مقدمه ۱۸

۲-۲- راهبرد اصلی روش سنجش وزنی مشتقات ۱۹

۲-۳- چرا روش سنجش وزنی مشتقات موثر تر از روش تفاضل محدود است؟ ۲۰

۲-٤- روش تفاضل محدود ۲۰

۲-۵- تاثیر مقادیر تابع در نقاط دورتر بر مراتب مشتق ۲۱

۲-٦- اصول روش سنجش وزنی مشتقات ۲۲

۲-۷- ضرائب وزنی ۲۳

۲-۷-۱- دستگاه واندرموند ۲۳

۲-۷-۲- بد شرطی دستگاه واندرموند ۲۵

۲-۷-۳- مشتقات مراتب بالاتر ۲٦

۲-۸- بررسی ارتعاشات طولی میله با تغییر سطح مقطع دلخواه با استفاده از روش سنجش وزنی مشتقات ۲۸
۲-۸-۱- مرور روش سنجش وزنی مشتقات ۲۹
۲-۸-۲- بی‌بعد کردن معادله ۳۰
۲-۸-۳- اعمال شرایط مرزی و حل مسئله ۳۰

فصل سوم: ارتعاشات محوری نانو میله‌ها

۳-۱- مقدمه ۳۲
۳-۲- مروری بر الاستیسیته غیرمحلی ۳۳
۳-۳- تحلیل ارتعاشات طولی نانومیله‌ها با سطح مقطع یکنواخت ۳۵
۳-٤- تحلیل ارتعاشات طولی نانومیله‌ها با تغییر سطح مقطع دلخواه ٤۱
۳-۵- مروری بر روش سنجش وزنی مشتقات یک بعدی ٤٤
۳-٦- حل معادله حاکم بر ارتعاشات آزاد طولی نانومیله‌های غیریکنواخت با استفاده از روش سنجش وزنی مشتقات ٤۵

فصل چهارم: کمانش نانو صفحات گرافینی

٤-۱- مقدمه ٤۸
٤-۲- معادلات حاکم بر کمانش و ارتعاشات نانو صفحات ٤۹
٤-۳- کمانش نانو صفحات مستطیلی با تکیه گاه‌های ساده ۵٤
٤-٤- حل معادله کمانش نانو صفحه مستطیلی به روش سنجش وزنی مشتقات ۵٦
٤-۵- کمانش نانو صفحه مستطیلی با استفاده از تئوری مرتبه سوم برشی ٦۳
٤-٦- کمانش نانو صفحه مستطیلی تحت بار درون صفحه‌ای غیر یکنواخت خطی ۷۱
٤-۷- کمانش نانو صفحه مستطیلی با ضخامت متغیر ۸۲
٤-۸- ارتعاشات نانو صفحه مستطیلی با ضخامت متغیر ۹۵
٤-۹- رفتار پس از کمانش نانو صفحات مستطیلی چند لایه ۱۰۹
٤-۱۰- کمانش متقارن نانو صفحات دایره‌ای ۱۲۱

فصل پنجم: تحلیل نتایج

۵-۱- مقدمه ۱۳۱

۵-۲- نتایج ارتعاشات طولی نانو میله‌های غیر یکنواخت ۱۳۲
۵-۳- نتایج کمانش نانو صفحات مستطیلی تحت فشار یکنواخت ۱۳۷
۵-٤- نتایج کمانش نانو صفحات مستطیلی تحت فشار غیر یکنواخت خطی ۱٤۳
۵-۵- نتایج کمانش نانو صفحات مستطیلی با ضخامت غیر یکنواخت ۱۵۱
۵-٦- نتایج ارتعاشات نانو صفحات مستطیلی با ضخامت متغیر ۱۵۸
۵-۷- نتایج کمانش غیر خطی نانو صفحات مستطیلی ۱٦۷
۵-۸- نتایج کمانش متقارن نانو صفحات دایره‌ای ۱۷۳

فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهادات

٦-۱- مقدمه ۱۸۱
٦-۲- نتیجه گیری ۱۸۲
٦-۳- پیشنهادات ۱۸٦
مراجع ۱۸۷
چکیده انگلیسی ۱۹۱

چکیده

نانو، تکنولوژیی است که به وسیله آن ما در خواص مولکول‌های تشکیل دهنده مواد تغییر ایجاد می‌نماییم تا بتوانیم از این مواد بهتر استفاده کنیم. از نانو بعنوان یک تکنولوژی و یا یک فن‌آوری نوین نام برده می‌شود، نه علمی که تازه بشر آنرا کشف کرده است. نانو تکنولوژی با نگاهی مجدد به وسایل، سیستم‌ها و موادی که تاکنون ساخته شده‌اند، سعی در برطرف کردن عیوب آنها دارد. نانو تکنولوژی مهمترین دغدغه بشر در قرن بیست و یکم خواهد بود که با نگاهی تازه به علوم از زوایای مرموز طبیعت، تمدن بشر را متحول خواهد ساخت به طوریکه شاید بتوان راه هزار ساله را یک شبه پیمود. نانو میله‌ها و نانو صفحات گرافینی از مهمترین سازه‌های بنیادین در مقیاس نانو می-باشند. این نانو ساختارها به طور گسترده‌ای در وسایل الکترو- مکانیکی با ابعاد نانو مورد استفاده قرار می‌گیرد. امروزه سه روش کلی برای تحلیل مکانیکی این ساختارها وجود دارد. این روش‌ها شامل آزمایشات کنترل شده در ابعاد نانو ، شبیه‌سازی دینامیک مولکولی با استفاده از رایانه و استفاده از تئوری‌های مکانیک محیط پیوسته اصلاح شده است. در این پایان‌نامه در ابتدا با استفاده از تئوری الاستیسیته غیرمحلی اثر مقیاس کوچک بر ارتعاشات آزاد طولی نانو میله‌ها با تغییر سطح مقطع دلخواه مورد بررسی قرار گرفته می‌شود. سپس به بررسی مفصل کمانش نانو صفحات مستطیلی در حالت‌های مختلفی همچون بارگذاری یکنواخت، بارگذاری غیر یکنواخت خطی و نیز حالت ضخامت متغیر پرداخته خواهد شد. این بررسی‌ها بر اساس تئوری‌های مختلفی همچون تئوری کلاسیک و مرتبه سوم برشی انجام می‌گیرد. علاوه بر این در انتهای بحث نانو صفحات مستطیلی، رفتار پس از کمانش آنها نیز با استفاده از تئوری غیرخطی ون کارمن اصلاح شده به کمک تئوری الاستیسیته غیرمحلی، مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. لازم به ذکر است که به علت اهمیت و تازگی بحث نانو صفحات با ضخامت متغییر، رفتار ارتعاشی آنها را نیز بر اساس تئوری مرتبه اول برشی و با در نظر گرفتن اثر محیط پلیمری مجاور مورد بررسی قرار گرفته خواهد شد. در انتها نیز به بررسی اثر مقیاس کوچک بر روی کمانش نانو صفحات دایروی تحت بار متقارن محوری پرداخته می‌شود. در این پایان‌نامه برای حل معادلات دیفرانسیل حاصل از روش‌هایی همچون سنجش وزنی مشتقات و گالرکین استفاده خواهد شد. علاوه بر این در صورت امکان حل دقیق نیز ارائه می‌شود. نتایج بدست آمده در تطابق بسیار خوبی با نتایج دیگر محققین برای حالت‌های ساده‌تر می‌باشد. علاوه بر این نتایج عددی و دقیق ارائه شده برای حالت‌های خاص همچون کمانش متقارن نانو صفحات دایره‌ای در نزدیکی بسیار خوبی می‌باشد. مشاهده می‌شود که افزایش پارامتر مقیاس کوچک (پارامتر غیرمحلی) باعث کاهش فرکانس‌های طبیعی نانو میله‌ها می-شود. بار بحرانی کمانش بدون بعد غیرمحلی همواره کوچکتر یا مساوی بار بحرانی کمانش متناظر کلاسیک می‌باشد. علاوه بر این با افزایش قید گیرداری بر روی شرایط مرزی نانو صفحه اثر مقیاس کوچک بر روی بار کمانش بدون بعد بتدریج افزایش می‌یابد. مودهای بالاتر نیز به اثر مقیاس کوچک حساس‌تر می‌باشند.

کلمات کلیدی: کمانش، روش سنجش وزنی مشتقات، نانو صفحات، الاستیسیته غیرمحلی

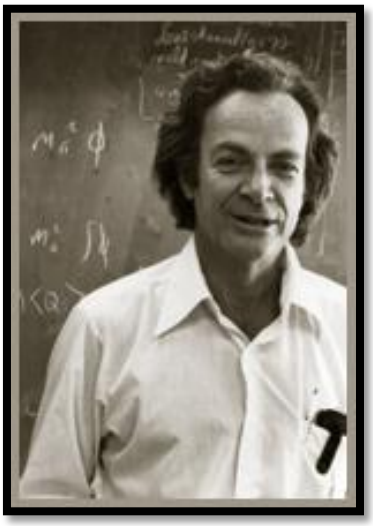
فصل اول

مقدمه

۱-۱- تاریخچه فناوری نانو

در طول تاریخ بشر از زمان یونان باستان، مردم و به خصوص دانشمندان آن دوره بر این باور بودند که مواد را می‌توان آنقدر به اجزاء کوچک تقسیم کرد تا به ذراتی رسید که خرد ناشدنی هستند و این ذرات بنیان مواد را تشکیل می‌دهند. شاید بتوان ذیمقراطیس فیلسوف یونانی را پدر فناوری و علوم نانو دانست چرا که در حدود ٤٠٠ سال قبل از میلاد مسیح او اولین کسی بود که واژهٔ اتم را که به معنی تقسیم نشدنی در زبان یونانی است برای توصیف ذرات سازنده مواد بکار برد. نقطه شروع و توسعه اولیه فناوری نانو به طور دقیق مشخص نیست. شاید بتوان گفت که اولین نانوتکنولوژیست‌ها شیشه‌گران قرون وسطایی بوده‌اند که از قالب‌های قدیمی برای شکل دادن شیشه‌هایشان استفاده می‌کرده‌اند. البته این شیشه‌گران نمی‌دانستند که چرا با اضافه‌کردن طلا به شیشه رنگ آن تغییر می‌کند. در آن زمان برای ساخت شیشه‌های کلیساهای قرون وسطایی از ذرات نانومتری طلا استفاده می‌شده است و با این کار شیشه‌های رنگی بسیار جذابی بدست می‌آمده است. این قبیل شیشه‌ها هم اکنون در بین شیشه‌های بسیار قدیمی یافت می‌شوند. رنگ به‌وجودآمده در این شیشه‌ها برپایه این حقیقت استوار است که مواد با ابعاد نانو دارای همان خواص مواد با ابعاد میکرو نمی‌باشند. در واقع

یافتن مثالهایی برای استفاده از نانو ذرات فلزی چندان سخت نیست. رنگدانه‌های تزیینی جام مشهور لیکرگوس در روم باستان (قرن چهارم بعد از میلاد) نمونه‌ای از آنهاست. این جام هنوز در موزه بریتانیا قرار دارد و بسته به جهت نور تابیده به آن رنگهای متفاوتی دارد. نور انعکاس یافته از آن سبز است ولی اگر نوری از درون آن بتابد، به رنگ قرمز دیده می‌شود. آنالیز این شیشه حکایت از وجود مقادیر بسیار اندکی از بلورهای فلزی ریز nm ۷۰۰ دارد، که حاوی نقره و طلا با نسبت مولی تقریبا ۱٤ به ۱ است حضور این نانوبلورها باعث رنگ ویژه جام لیکرگوس شده است. در سال ۱۹۵۹ ریچارد فاینمن[1] مقاله‌ای را دربارهٔ قابلیت‌های فناوری نانو در آینده منتشر ساخت. باوجود موفقیت‌هایی که توسط بسیاری تا آن زمان کسب شده بود، ریچارد فاینمن را به عنوان پایه گذار این علم می‌شناسند (شکل (۱-۱)). فاینمن که بعدها جایزه نوبل را در فیزیک دریافت کرد درآن سال در یک مهمانی شام که توسط انجمن فیزیک آمریکا برگزار شده بود، سخنرانی کرد و ایده فناوری نانو را برای عموم مردم آشکار ساخت. عنوان سخنرانی وی «فضای زیادی در سطوح پایین وجود دارد» بود. سخنرانی او شامل این مطلب بود که می‌توان تمام دایره‌المعارف بریتانیکا را بر روی یک سنجاق نگارش کرد. یعنی ابعاد آن به اندازه ۱ بر ۲۵۰۰۰ برابر ابعاد واقعیش کوچک می‌شود. او همچنین از دوتایی‌کردن اتم‌ها برای کاهش ابعاد کامپیوترها سخن گفت (در آن زمان ابعاد کامپیوترها بسیار بزرگتر از ابعاد کنونی بودند اما او احتمال می‌داد که ابعاد آنها را بتوان حتی از ابعاد کامپیوترهای کنونی نیز کوچکتر کرد. او همچنین در آن سخنرانی توسعه بیشتر فناوری نانو را پیش بینی نمود[۱].



شکل ۱-۱- ریچارد فایمن پایه گذار فناوری نانو.

همانطور که گفته شد نظریه کار بر روی سیستم ها در سطح نانو برای اولین بار توسط فاینمن استاد کوانتم بیان گردید. بعدها یک دانشجو رشته کامپیوتر برای انجام پروژه فارغ التحصیلی خود، دانشمند بزرگ هوش مصنوعی دکتر مینسکی[2]

[1] *Richard Feynman*
[2] *Minsky*

که پدر علم هوش مصنوعی نیز شناخته می‌شود را به عنوان استاد راهنمای پروژه فارغ التحصیلی خود برگزید[۲]. این دانشجو آقای اریک درکسلر[1] نام داشت (شکل (۱-۲)).

شکل ۱-۲- اریک درکسلر از پیشگامان فناوری نانو.

درکسلر که علاقه زیادی به نظریه های فاینمن (ساخت سیستم ها در ابعاد نانو) داشت، سعی در شکوفایی این فرضیات نمود. وی بعد از اخذ درجه استادی علوم کامپیوتر، با جمع آوری جوانان جویا و کوشا، نظریه نانو تکنولوژی را بنا نهاد. اولین مقاله وی در زمینه نانو تکنولوژی در سال ۱۹۸۱ و با موضوع نانو تکنولوژی مولکولی به چاپ رسید. درکسلر اولین کسی بود که در سال ۱۹۹۱ از دانشگاه ام آی تی[2] مدرک دکتری نانو تکنولوژی را دریافت نمود. وی هم اکنون رئیس مؤسسه فرسایت[3] و ریسرچ فلو[4] می‌باشد. بعدها کشورهای توسعه یافته، برنامه ریزی‌های گسترده ای را برای فعالیت‌های تحقیقاتی و صنعتی در زمینه نانو تکنولوژی تدوین نموده اند. به روشنی می‌توان دید که آینده بشر در اختیار نانو تکنولوژی می‌باشد.

در ارتباط با فناوری نانو می‌توان گفت که نانو، تکنولوژیی است که به وسیله آن ما در خواص مولکولهای تشکیل دهنده مواد تغییر ایجاد می‌نماییم تا بتوانیم از این مواد بهتر استفاده کنیم. در نگاه اول اینطور به نظر می‌رسد که نانو یک علم باشد، اینکه ما در خواص مولکولی مواد تغییرات ایجاد می‌نماییم ما را بر این میدارد تا نانو را به عنوان یک علم نوین در کنار علوم دیگر، همچون علم شیمی بپذیریم. اما آیا این نظریه درست است که نانو یک علم نوین می‌باشد که در قرن بیست و یکم موجب پیشرفت بسیار سریع بشر در شناخت اسرار هستی شده است؟ هنرمندان عصر جدید بر این عقیده‌اند که دوره خلق آثار تازه به پایان رسیده است و باید با نگاهی مجدد به آثار هنری که دیگر هنرمندان خلق نموده اند، هنر

---

[1] *Eric Drexler*
[2] *MIT*
[3] *Foresight*
[4] *Research Fellow*

ایشان را از زاویه‌ای دیگر به مردم نشان داد. دانشمندان نیز به تازگی بر این باورند که دوره کشف علوم جدید به پایان رسیده است. شاید موقع آن فرا رسیده، تا از زاویه‌ای دیگر به علوم مختلف نگاه کنیم. آنها معتقدند ما می‌توانیم با تغییر در خواص مولکولی مواد کاراییشان را بهبود دهیم. به همین دلیل از نانو بعنوان یک تکنولوژی و یا یک فن‌آوری نوین نام برده می‌شود، نه علمی که تازه بشر آنرا کشف کرده است. نانو تکنولوژی با نگاهی مجدد به وسایل، سیستم‌ها و موادی که تاکنون ساخته شده‌اند، سعی در برطرف کردن عیوب آنها دارد. با توجه به مطالب بالا می‌توان گفت که نانو تکنولوژی مهمترین دغدغه بشر در قرن بیست و یکم خواهد بود. نانو تکنولوژی نگاهی تازه به علوم از زوایای مرموز طبیعت می‌باشد. این نگاه تازه به جهان هستی، تمدن بشر را متحول خواهد ساخت به طوریکه شاید بتوان "راه هزار ساله را یک شبه پیمود". برخی از رویدادهای مهم تاریخی در شکل‌گیری فناوری نانو در جدول (۱-۱) آورده شده است.

جدول ۱-۱- رویدادهای مهم تاریخی در شکل‌گیری فناوری نانو [۲].

تاریخ	رویدادهای مهم در زمینه فناوری نانو
۱۸۵۷	مایکل فارادی محلول کلوئیدی طلا را کشف کرد.
۱۹۰۵	تشریح رفتار محلول‌های کلوئیدی توسط آلبرت انیشتین.
۱۹۳۲	ایجاد لایه‌های اتمی به ضخامت یک مولکول توسط لنگمویر.
۱۹۵۹	فاینمن ایده " فضای زیاد در سطوح پایین " را برای کار با مواد در مقیاس نانو مطرح کرد.
۱۹۷٤	برای اولین بار واژه فناوری نانو توسط نوریو تانیگوچی بر زبانها جاری شد.
۱۹۸۱	شرکت IBM دستگاهی اختراع کرد که به کمک آن می‌توان اتم‌ها را تک تک جابه‌جا کرد.
۱۹۸۵	کشف ساختار جدیدی از کربن C60.
۱۹۹۰	شرکت IBM توانایی کنترل نحوه قرارگیری اتم‌ها را به نمایش گذاشت.
۱۹۹۱	کشف نانو لوله‌های کربنی.
۱۹۹۳	تولید اولین نقاط کوانتومی با کیفیت بالا.
۱۹۹۷	ساخت اولین نانو ترانزیستور.
۲۰۰۰	ساخت اولین موتور DNA.
۲۰۰۱	ساخت یک مدل آزمایشگاهی سلول سوخت با استفاده از نانو لوله.
۲۰۰۲	شلوارهای ضدلک به بازار آمد.
۲۰۰۳	تولید نمونه‌های آزمایشگاهی نانوسلول‌های خورشیدی.
۲۰۰٤	تحقیق و توسعه برای پیشرفت در عرصه فناوری‌نانو ادامه دارد.

۱-۲- تعریف و کاربردهای فناوری نانو

واژه "نانو" که در اول کلمه نانوتکنولوژی قرار دارد، به معنی یک بیلیونیوم هر مقیاسی است. مثلاً نانومتر، یک بیلیونیوم یک متر است. یک نانومتر حدوداً به اندازه ۱۰ اتم هیدروژن است و این معادل با یک هفتادو پنج هزارم قطر موی انسان است (شکل (۱-۳)). موادی که حداقل یکی از ابعاد آنها در مقیاس ۱ الی ۱۰۰ نانومتر باشد، نانو مواد خوانده می‌شوند و این مبحث در قالب موضوعات مربوط به نانوفناوری جای می‌گیرد.

شکل ۱-۳- مقایسه ابعاد ماکرو، میکرو و نانو [۲].

نانو تکنولوژی با استفاده از ساختارهای ملکولی پیچیده مانند سلول انسان و ۱۰۰ برابر محکم تر از فولاد، آغازگر یک تحول صنعتی خواهد بود. این تکنولوژی جدید، از طریق دستکاری اتم‌ها، محصولات جدید می‌آفریند و روش ساخت آنها را تغییر می‌دهد، به طوری که مواد حاصل، کوچکتر، محکمتر و سبکتر باشند. تاکنون تنها محصولات اندکی بر این اساس تولید شده‌اند که از آن جمله می‌توان پارچه‌های مقاوم در برابر رنگ آمیزی و بسته بندی‌های مواد غذایی تازه را نام برد که وارد بازار شده‌اند. به گفته جرج استفانو پالس، استاد مهندسی شیمی در انستیتوی تکنولوژی ماساچوست این فن آوری فراگیر خواهد شد. وی با انعکاس نظر دیگر طرفداران نانوتکنولوژی اظهار می‌دارد که کشورهای صنعتی در همه جنبه‌های صنعت از این علم بهره می‌جویند. کاربردهای بالقوه نانو تکنولوژی بسیارند که از آن جمله به کامپیوترهای میکروسکپی، آنتن‌های کشنده سرطان و موتورهای غیرآلوده کننده ماشین‌ها می‌توان اشاره کرد. نانوتکنولوژی، مراقبتهای بهداشتی، طول عمر، کیفیت و تواناییهای جسمی بشر را افزایش خواهد داد . تقریبا نیمی از محصولات دارویی در ۱۰ تا ۱۵ سال آینده متکی به نانوتکنولوژی خواهد بود. کاتالیزورهای نانوساختاری در صنایع پتروشیمی دارای کاربردهای فراوانی هستند. نانوتکنولوژی موجب توسعه محصولات کشاورزی برای یک جمعیت عظیم خواهد شد و راههای اقتصادی تری را برای تصفیه و نمک زدایی آب و بهینه سازی راههای استفاده از منابع انرژی‌های تجدید پذیر همچون انرژی خورشیدی ارائه نماید[۴،۳]. بطور مثال استفاده از یک نوع انباره جریان گذرا با الکترودهای نانولوله کربنی که اخیرا آزمایش گردید، نشان داد که این روش ۱۰ بار کمتر از روش اسمز معکوس، آب دریا را نمک زدایی می‌کند. انتظار می رود که نانوتکنولوژی نیاز بشر را به مواد کمیاب کمتر کرده و با کاستن آلاینده ها، محیط زیستی سالم‌تر را فراهم کند. برای مثال مطالعات نشان می‌دهد در طی ۱۰ تا ۱۵ سال آینده، روشنایی حاصل از پیشرفت نانوتکنولوژی، مصرف جهانی انرژی را تا ۱۰ درصد کاهش داده، باعث صرفه جویی سالانه ۱۰۰ میلیارد دلار و همچنین کاهش آلودگی هوا به میزان ۲۰۰ میلیون تن کربن شود. بشر درست در ابتدای مسیر قرار دارد و فقط چندین محصول تجاری از نانوساختارهای یک بعدی بهره می‌گیرند (نانو ذرات، نانو لوله ها، نانو لایه و سوپر لاستیکها). نظریات جدید و روشهای مقرون به صرفه تولید نانوساختارهای دو و سه بعدی از موضوعات مورد بررسی آینده می‌باشند. در نیم قرن گذشته شاهد حضور حدود پنج فناوری عمده بودیم، که باعث پیشرفت های عظیم اقتصادی در کشورهای سرمایه گذار و ایجاد فاصله شدید بین کشورهای جهان شد. متأسفانه در کشور ما بدلیل فقدان جرات علمی و عدم تصمیم گیری بموقع، به این فرصتها پس از گذشت سالیان طلائی آن بها داده می‌شد که البته سودی هم برای ما به ارمغان نمی‌آورد، همچون فناوری الکترونیک و کامپیوتر در دو سه دهه گذشته که امروزه علیرغم توانائی دانشگاهی و داشتن تجهیزات آن، هیچگونه حضور تجاری در بازارهای چند صد میلیاردی آن نداریم. فناوری نانو جدیدترین این فرصتهاست، که کشور ما باید برای حضور یا عدم حضور درآن خیلی سریع تصمیم خود را اتخاذ کند. فناوری نانو توانائی کنترل ماده در

ابعاد نانومتری (ملکولی) و بهره برداری از خواص و پدیده‌های این بعد در مواد، ابزارها و سیستم های نوین است. میلیونها سال است که در طبیعت ساختارهای بسیار پیچیده با ظرافت نانومتری (ملکولی) – مثل یک میکروب– ساخته می‌شود، علم بشری اینک در آستانه چنگ اندازی به این عرصه است، تا ساختارهائی بی‌نظیر بسازد که در طبیعت نیز یافت نمی-شوند. فناوری نانو کاربردهایی را به منصه ظهور می رساند که بشر از انجام آن به کلی عاجز بوده است و پیامدهائی را در جامعه برجا می‌گذارد که بشر تصور آنها را هم نکرده است. به عنوان مثال:

- ساخت مواد بسیار سبک و محکم برای مصارف مرسوم یا نو
- ورشکستگی صنایع قدیمی همچون فولاد با ورود تجاری مواد نو
- کاهش یافتن شدید تقاضا برای سوخت های فسیلی
- همه گیر شدن ابر کامپیوترهای بسیار قوی، کوچک و کم مصرف
- سلاحهای سبک تر، کوچکتر، هوشمند تر، دوربردتر، ارزانتر و نامرئی تر برای رادار
- شناسائی فوری کلیه خصوصیات ژنتیکی و استعدادهای ابتلا به بیماری
- ارسال دقیق دارو به آدرس های مورد نظر در بدن و افزایش طول عمر
- از بین بردن کامل عوامل خطرناک جنگ شیمیائی و میکروبی
- از بین بردن کامل ناچیزترین آلاینده‌های شهری و صنعتی
- سطوح و لباسهای همیشه تمیز و هوشمند
- تولید انبوه مواد و ابزارهائی که تا قبل از این عملی و اقتصادی نبوده اند

و بسیاری از موارد غیر قابل پیش بینی دیگر[۲]، دکتر اسمالی[1] رئیس هیئت تحقیقاتی دانشگاه رایس و کاشف باکی بال[2] می‌گوید: "نانوتکنولوژی روند زیانبار ناشی از انقلاب صنعتی را معکوس خواهد کرد". در مقدمه مقاله نانوتکنولوژی که توسط آقایان پترسون و پرگامیت[3] در سال ۱۹۹۳ نگاشته شده چنین آمده است : " تصور کنید قادرید با نوشیدن دارو که در آب میوه مورد علاقه‌تان حل شده است سرطان را معالجه کنید[۵]. یک ابر کامپیوتر را که به اندازه یک سلول انسان

---

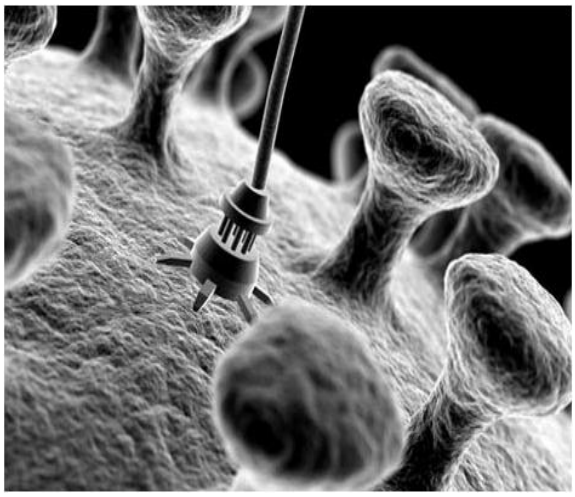
[1] *Smalley*
[2] *Buckyballs*
[3] *Peterson and Pergamit*

است در نظر بگیرید. یک سفینه فضایی ۴ نفره که به دور مدار زمین می‌گردد با هزینه‌ای در حدود یک خودرو معمولی را تجسم کنید". موارد فوق، فقط تعداد محدودی از محصولات انتظار رفته از نانوتکنولوژی هستند. انسان در معرض یک انقلاب اجتماعی قدرتمند است که ناشی از علم نانوتکنولوژی است. در آینده نزدیک گروهی از دانشمندان قادر به ساخت اولین ربات با مقیاس نانومتری می‌گردند که قادر به همانندسازی است. کالاهای مصرفی به وفور یافت‌شده، ارزان، شیک و با دوام خواهند شد. دارو یک جهش سریع و رو به جلو را تجربه خواهد نمود. سفرهای فضایی امن و مقرون به صرفه خواهند شد. به این دلایل و دلائلی دیگر، سبکهای زندگی روزمره در جهان بطور زیربنایی متحول خواهد شد. سه فناوری تسخیرکننده آینده در سه گروه فناوری اطلاعات، نانوفناوری و زیست فناوری خلاصه می شوند. قرارگیری مقادیر و حجم زیادی از اطلاعات در فضائی کوچک از ابعاد هم‌گرائی نانوفناوری و فناوری اطلاعات می باشد از طرفی در زیست فناوری و یا به عبارتی برای زیست شناسان قرار گیری حجم زیادی از اطلاعات در یک فضای بسیار کوچک موضوعی بسیار آشنا می‌باشد. در کوچکترین سلول انسانی همه اطلاعات مربوط به یک موجود زنده از قبیل رنگ مو، رشد استخوان و عصب‌ها وجود دارد. حتی در قسمت بسیار کوچکی از سلول به نام دی ان ای[1] که شامل حدوداً پنجاه اتم می‌باشد همه این اطلاعات ذخیره می‌گردد (نه تنها سطح یا به عبارتی تعداد اتم ها بلکه نحوه قرار گرفتن این زنجیره ها در ذخیره سازی اطلاعات زیستی اهمیت دارد). گروهی از شیمی‌دانان دانشگاه فلوریدا ساز و کاری برای تبدیل مستقیم نور خورشید به انرژی جنبشی در مقیاس بسیار کوچک گزارش دادند. اعضای این گروه تحقیقاتی در مقاله‌ای که به زودی در مجله‌ی نانو لترز[2] به چاپ می‌رسد، ساخت نوع جدیدی از نانوموتورهای مولکولی را شرح دادند که تنها به‌وسیله‌ی فوتون‌ها حرکت می‌کنند. گرچه این اولین نانوموتوری نیست که با نور حرکت می‌کند، ولی این ماشین بسیار کوچک اولین موتوری است که از یک مولکول منفرد دی ان ای، ساخته شده و ساختار ساده آن، پتانسیل آن را برای کاربردهای مختلف از پزشکی گرفته تا ساخت و تولید، افزایش می‌دهد. اندازه‌ی این نانوموتور در حالت بسته و متراکم بین ۲ تا ۵ نانومتر و در حالت باز بین ۱۰ تا ۱۲ نانومتر است و پیش‌بینی می‌شود در سال‌های آتی به‌عنوان یکی از اجزای تجهیزات میکروسکوپی در ترمیم سلول‌های منفرد و یا از بین بردن ویروس‌ها و باکتری‌ها مورد استفاده قرار بگیرد (شکل (۱-٤)، (۱-۵) و (۱-٦)). با توجه به اینکه این نانوموتورها از دی ان ای ساخته شده‌اند، زیست سازگار هستند، همچنین هنگام تبدیل نور به انرژی جنبشی هیچ ماده‌ی زائدی را تولید نمی‌کنند. محققان برای ساخت این نانوموتور یک مولکول دی ان ای، ساخته شده در آزمایشگاه را با آزوبنزن (یک ترکیب شیمیایی حساس به نور است.) ترکیب کردند، بدین ترتیب با تابش هر فوتون پاسخی در این ترکیب ایجاد می‌شود. برای تشریح این پاسخ، یک نشرکننده‌ی نور را به یک سر نانوموتور و یک خاموش‌کننده‌ی نور را به سر دیگر آن متصل و شدت نور منتشرشده را که متناسب با حرکت موتور است به کمک دستگاه‌های مخصوص ثبت کردند. هنوز زمان زیادی تا کاربرد این ابزار

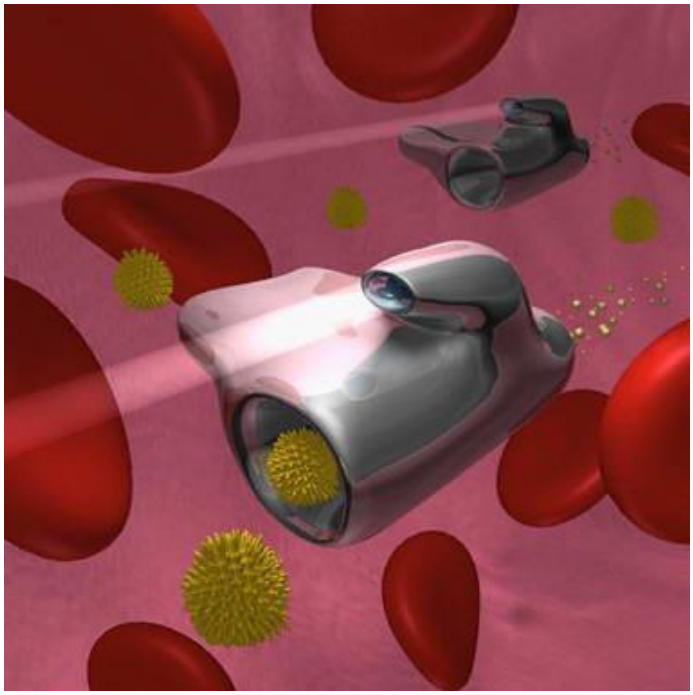
---

[1] *DNA*
[2] *Nano Letters*

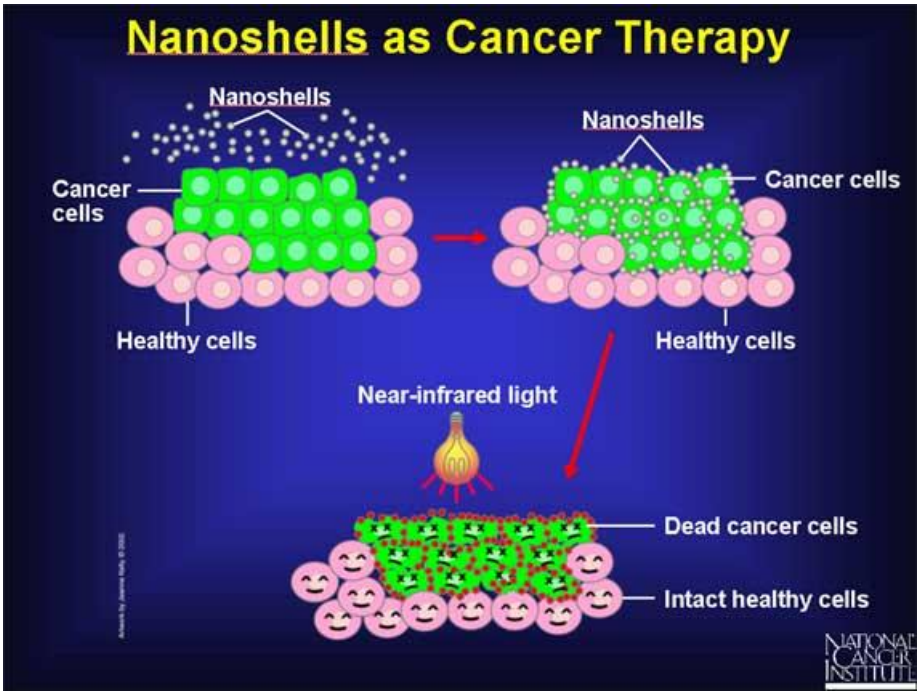
در مقیاس‌های بزرگ در پیش است. برای استفاده از آنها به‌عنوان منبع تغذیه‌ی وسایل نقلیه، راه اندازی خطوط مونتاژ یا جایگزینی آنها به جای سوخت‌های فسیلی یا الکتریکی به میلیاردها عدد از این نانوموتورها نیاز است. از نانو بیوتکنولوژی و فناوری اطلاع رسانی به عنوان سه قلمرو علمی نام می‌برند که انقلاب سوم صنعتی را شکل می‌دهد. از همین روست که کشورهای در حال توسعه که اغلب از دو انقلاب قبل جا مانده‌اند، می‌کوشند با سرمایه گذاری در این سه قلمرو، عقب ماندگی خود را جبران کنند[۴]. نانوتکنولوژی کاربردهای گسترده‌ای در تمام حیطه‌های زندگی دارد و از این رو توسعه آن می‌تواند به بهبود و تسهیل زندگی کمک فراوان کند.



شکل۱-٤- یک نانو روبات در حال از بین بردن ویروس ایدز [۵].



شکل ۱-۵- یک نانو حسگر که در علم پزشکی برای درمان و پیش بینی بیماری‌ها استفاده می‌شود [۵].



شکل ۱-٦- استفاده از فناوری نانو برای درمان سرطان [۵].

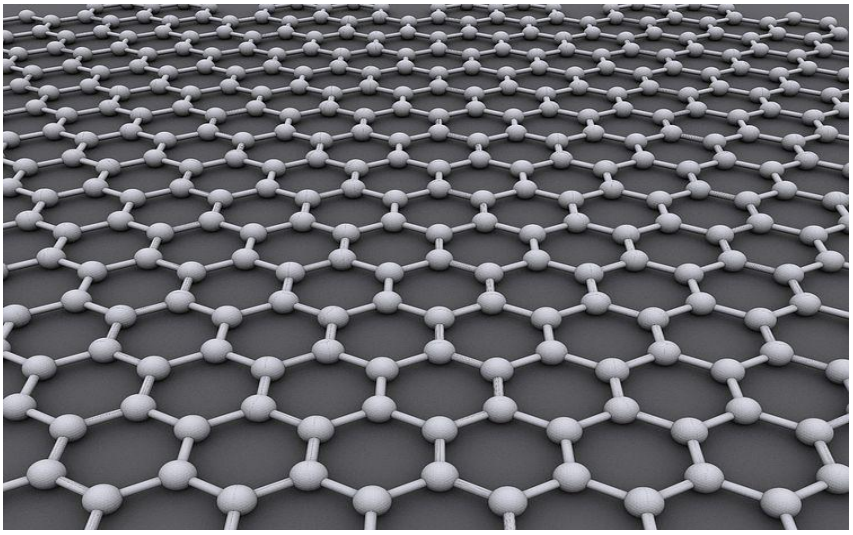
ازفناوری نانو به عنوان "رنسانس فناوری" و"روان کننده جریان سرمایه گذاری" یاد می‌شود. ورود محصولات متکی بر این فناوری جهشی بس عظیم در رفاه و کیفیت زندگی و توانائی های دفاعی و زیست محیطی به همراه خواهد داشت و موجب بروز جابجائی‌های بزرگ اقتصادی خواهد شد. هم اکنون بخش‌های دولتی و خصوصی کشورهای مختلف جهان شامل ژاپن، آمریکا، اتحادیه اروپا، چین، هند، تایوان، کره جنوبی، استرالیا، اسرائیل و روسیه در رقابتی تنگاتنگ بر سر کسب پیشتازی جهانی در لااقل یک حوزه از این فناوری به سر میبرند. هم اکنون روی هم رفته حدود ۳۰ کشور دنیا در زمینه فناوری نانو دارای "برنامه ملی" یا درحال تدوین آن هستند و طی پنج سال گذشته بودجه تحقیق و توسعه در امر فناوری نانو را به ۳/۵ برابر افزایش داده اند. کشورهای ژاپن و آمریکا نیز فناوری نانو را اولین اولویت کشور خود در زمینه فناوری اعلام کرده اند.

۱-۳- اهمیت و کاربردهای گرافین

کربن دارای ساختارهای مختلفی می‌باشد، از این میان گرافین، الماس و نانولوله‌های کربنی بیشتر مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. یک نانولوله کربنی تک دیواره از لوله‌ای شدن صفحات گرافینی به وجود می‌آید. گرافین یک شبکه‌ی بلورین متشکل از کربن‌هاست که تنها به اندازه‌ی یک اتم ضخامت دارد (شکل (۱-۷)). اولین بار این ماده را در سال ۲۰۰٤، آندره گِیم[1] و کنستانتین نُووسِلُف[2] که جایزه‌ی نوبل فیزیک ۲۰۱۰ را از آنِ خود کردند، به‌طور جداگانه معرفی

[1] *Andereh Gaim*
[2] *Konestanten Novesolef*

کردند. گرافین دارای چندین ویژگی است که آنرا برای کاربردهای الکترونیک مطلوب می‌سازد. یکی از این خواص قابلیت حرکت بسیار بالای حامل‌های بار در آن است. الکترونها در گرافین نسبتا آزادانه حرکت می‌کنند. همچنین گرافین به یک تک مولکول گاز میتواند واکنش نشان بدهد و در نتیجه برای ساخت ماده ردیاب در سنسورها از جذابیت زیادی برخوردار است. دوقطبیت الکتریکی گرافین، نوعی ویژگی است که به موجب آن، هدایت جریان در این ماده، هم با بارهای مثبت و هم بارهای منفی انجام می‌گیرد.

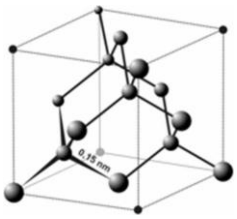
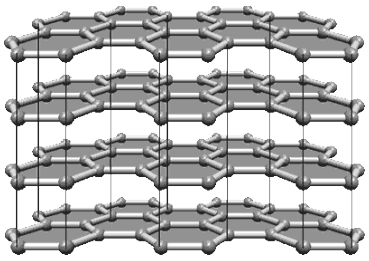
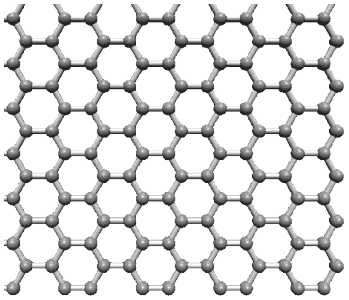
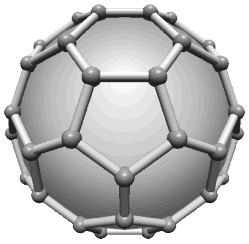
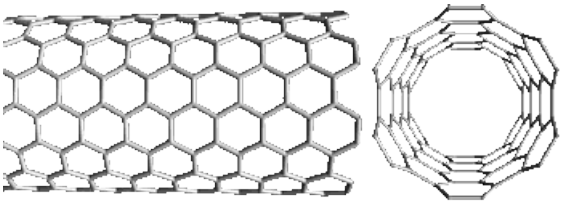


شکل ۱-۷- یک نانو صفحه گرافینی تک لایه [۴].

یکی از خواص گرافین هدایت الکتریکی بالای آن است، به‌طوری که رسانایی الکتریکی آن بیشتر از مس است. اخیراً محققان ترکیب جدیدی از گرافین را ساخته‌اند که از گرافین محکم‌تر و اما فاقد هدایت الکتریکی است. این ترکیب فلوروگرافین نام دارد. این ماده به عنوان نازک‌ترین عایق جهان شناخته می‌شود. گرافین به ورقه‌ای از اتم‌های کربن گفته می‌شود که به شکل لانه‌ی زنبور است. ابر الکترونی موجود در بالا و پایین این ورقه موجب هدایت الکتریکی آن می‌شود. یک گروه تحقیقاتی در دانشگاه منچستر موفق به اتصال اتم‌های فلئور به تک تک اتم‌های کربن در ساختار گرافین شدند که منجر به از بین رفتن ابر الکترونی شدند. با این کار هدایت الکتریکی گرافین از بین می‌رود، اما ساختار آن از هم نمی‌پاشد. همچنین تاکنون خواص بسیار خارق‌العاده‌ای از این ماده به دست آمده است که از آن جمله می‌توان به مقاومت مکانیکی نسبت به وزنش (صد برابر فولاد)، وزن در واحد حجم بسیار کم (یک ششم فولاد) هدایت حرارتی (تقریباً دو برابر الماس در دمای اتاق)، هدایت الکتریسته (۱×۱۰^{۹} آمپر بر سانتی متر مربع در مقایسه با ۱×۱۰^{۶} آمپر بر سانتی متر مربع برای مس)، رفتار الکترونیکی متفاوت (هادی یا نیمه‌هادی بودن بر حسب ساختار اتمی) و ... اشاره کرد. مقاومت یک نانو صفحه نسبت به وزنش ۵۰۰ برابر آلومینیوم است. نانو صفحات مقاومت خوبی در برابر مواد شیمیایی داشته و از پایداری گرمایی بالای برخوردارند. رسانایی گرمایی آنها در جهت محوری نیز بالا است. با توجه به خواص

گفته شده در مورد گرافین‌ها ، این ماده امروزه به شدت مورد توجه دانشمندان قرار گرفته اند و در حوزه‌های مختلفی از زندگی بشر ، همچون در کشاورزی، پزشکی، الکترونیک، صنایع حمل و نقل، صنایع دفاعی و...کاربرد گسترده‌ای دارند. در جدول (۱-۲) انواع ساختارهای کربنی نشان داده شده است.

جدول ۱-۲- انواع مهم ساختارهای کربنی [۴].

شکل فضایی ساختار	نام ساختار و ویژگی‌های اساسی آن
	الماس سخت ترین ماده معدنی شناخته شده در طبیعت می‌باشد. دارای شبکه کریستالی واضحی می‌باشد. پس از گرافیت پایدارترین ساختار کربنی است.
	گرافیت پایدارترین ساختار کربنی می‌باشد. نرم، شکننده و دارای سطحی لغزنده است. متشکل از تعداد زیادی لایه‌های گرافینی می‌باشد.
	گرافین یک لایه مسطح تک اتمی متشکل از حلقه‌های شش گوشه‌ای کربنی شبیه کندوی زنبور. قویترین ماده اولیه شناخته شده می‌باشد.
	باکی بال کروی شکل است مثل یک توپ فوتبال. متشکل از حلقه‌های کربنی شش گوش و یا پنج گوش است.
	نانو لوله کربنی با شکل دادن صفحات گرافینی به وجود می‌آید. خواص آن وابسته به قطر، طول و نحوه جهت گیری حلقه‌ها کربنی می‌باشد.

۱-۴- وسایل و ابزارهای ساخته شده در مقیاس نانو متری

با آمدن فناوری نانو، تصاویر بسیار زیبایی از آینده تجهیزات الکترومکانیکی ترسیم شده است (شکل (۱-۸)). از جمله این تصاویر مه‌ای است که در هوا وجود دارد ولی این مه به جای اینکه حاوی قطره های آب باشد حاوی تریلیونها روبات موسوم به فوگتر است که هر کدام از آنها به اندازه یک میکروب هستند و این روباتهای همه منظوره که قوه ادراک هر کدامشان به اندازه یک پردازشگر مرکزی است، به طور دسته جمعی آرزوهای دلخواهمان را برآورده می-سازد. البته هیچکس انتظار ندارد همین فردا این روباتها مورد استفاده قرار گیرند. ابتدا باید ماشینهایی را ساخت که این روباتها را بتوانند بسازند. این ماشینها سرهمکن نام دارند. عملکرد این سرهمکن باید به گونه‌ای باشد که بتوانند فوگترها را تولید نماید[۵]. شاید دستگاههای سرهمکن فعالیتهای خود را با استفاده از شیمی و فیزیک انجام دهد که اساساً به معنی فشار آوردن به اتمها است. امکان دیگر در دستگاههای سر همکن استفاده از پتانسیل الکترو شیمیایی است که به معنای فائق آمدن بر محدودیتهای واکنش با استفاده از شارژ الکتریکی دقیق است و یا به عبارت دیگر وارد کردن اتمها به حرکت و کمک یک محرک الکتریکی کوچک، اما نکته مهم اینجا تهیه ادوات و تجهیزات است که بتوان به کمک آنها برای جابجایی اتمها و ساخت فوگترها استفاده کرد. روز به روز روشهای بهتری برای جابجایی اتمها یافت می‌شود. در حال حاضر ۳ نوع میکروسکوپ ابزارهای اصلی این کار هستند.

۱. میکروسکوپ اسکنر نقب زنی (STM)

۲. میکروسکوپ اسکنر سوزنی (SPM)

۳. میکروسکوپ موسوم به نیروی اتمی (AFM)

شکل ۱-۸- وسایل الکترو مکانیکی که از نانوساختارهایی همچون نانو لوله‌ها و نانو صفحات گرافینی ساخته شده‌اند [۵].

۱-۵- اهمیت تئوری الاستیسیته غیر محلی

از آنجا که انجام عملیات آزمایشگاهی کنترل شده در مقیاس نانو بسیار سخت و پر هزینه می‌باشد و همچنین شبیه سازی دینامیک مولکولی در مقیاس نانو نیز پرهزینه و وقت گیر است لذا تجزیه و تحلیل این مسائل به صورت تئوری بسیار مهم است. بر همین اساس مدل‌های محیط پیوسته در مقیاس نانو توجه بسیار زیادی را به خود جلب کرده اند. تئوری کانتینیوم (مکانیک محیط پیوسته) کلاسیک مستقل از اثر مقیاس می‌باشد و نمی‌تواند اثر مقیاس را بر رفتار مواد پیش بینی کند. هم نتایج آزمایشگاهی و هم نتایج مربوط به شبیه سازی دینامیک مولکولی نشان می دهد که اثر مقیاس در خواص مکانیکی مواد هنگامی که ابعاد این سازه ها کوچک می‌شوند بسیار مهم و پر معنی می‌گردد. تئوری کانتینیوم کلاسیک از در نظر گرفتن این اثر محروم می‌باشد و بوسیله آن نمی‌توان اثرات مقیاس را در مقیاس نانو در نظر گرفت. تئوری های مختلفی از الاستیسیته هستند که اثر مقیاس را در تحلیل های خود لحاظ می‌کنند که از آنها میتوان تئوری تنش‌های الاستیسیته کوپله، تئوری گرادیان کرنشی و تئوری اصلاح شده تنشهای الاستیسیته کوپله را نام برد ولی بیشترین تئوری که برای تحلیل سازه ها با اندازه کوچک استفاده می‌شود تئوری الاستیسیته غیر محلی ارینگن[1] [۶،۷] نام دارد. ماهیت این تئوری بر این فرض استوار است که تنش در یک نقطه از جسم علاوه بر آن نقطه تابعی از کرنش در دیگر نقاط آن جسم نیز می‌باشد. از اهمیت تئوری الاستیسیته غیرمحلی زمانی مطلع می‌شویم که بدانیم کارها و تحقیقات زیادی در زمینه ارتعاشات و آنالیز پایداری سازه‌ها با ابعاد میکرو و نانو با استفاده از این تئوری گزارش شده است. بیشتر این تحلیل‌ها در مورد نانو تیرها، نانو میله‌ها و نانو صفحات مستطیلی انجام شده است.

۱-۶- تاریخچه زمانی و مروری بر کارهای انجام شده

دوآن و وانگ[2] [۸] در سال ۲۰۰۷ با استفاده از تئوری صفحات غیر محلی، برای خمش متقارن نانو صفحات دایره‌ای تحت دو شرط مرزی گیردار و ساده حل دقیقی ارائه کردند. یک سال بعد سخائی پور[3] [۹] کمانش نانو صفحات مستطیلی تک لایه را با استفاده از مدلسازی اتمی تحلیل کرد. در سال ۲۰۰۹ پردهان و مورمو[4] [۱۰] اثر مقیاس کوچک را بر روی کمانش صفحات گرافینی تک لایه بر پایه الاستیسیته غیر محلی بررسی کردند. در همان سال این دو محقق کمانش نانو صفحه فوق را بر روی بستر الاستیک دو پارامتری نیز بررسی کردند[۱۱]. در سال ۲۰۰۶ ردی و همکارانش[5] [۱۲] گزارش دادند که صفحات گرافینی دارای خواص ارتوتروپیک اند، بر این اساس مورمو و پردهان [۱۳] در سال ۲۰۰۹ کمانش این صفحات را با فرض خواص ارتوتروپیک مطالعه کردند. کمانش نانو صفحات چهار گوش با استفاده

---

[1] *Eringen*
[2] *Duan and Wang*
[3] *Sakhaee-pour*
[4] *Pradhan and Murmu*
[5] *Reddy et al*

از تئوری الاستیسیته غیر محلی و روش گالرکین در سال ۲۰۱۰ توسط بابائی و شهیدی[1] [۱۴] انجام شد. آیدوگدو[2] در سال ۲۰۰۹ بر پایه مکانیک محیط های پیوسته غیر محلی برای ارتعاشات طولی نانو میله ها با سطح مقطع ثابت حل دقیقی ارائه داد [۱۵]. یک سال بعد مورمو و ادهیکاری[3] [۱۶] اثر مقیاس کوچک را بر ارتعاشات سیستم‌های دارای نانو میله های مضاعف بررسی کردند.

۱-۷- اهداف

هدف از این پایان نامه بررسی اثر مقیاس کوچک بر روی رفتار مکانیکی چند نانو سازه می‌باشد. برای این هدف از تئوری الاستیسیته غیرمحلی ارینگن استفاده می‌شود. دلیل اصلی استفاده از این تئوری تطابق مناسب جواب‌های آن با جواب‌های حاصل از شبیه سازی دینامیک مولکولی به کمک رایانه می‌باشد. در این پروژه ابتدا به بررسی ارتعاشات آزاد طولی نانو میله‌ها با تغییر سطح مقطع دلخواه پرداخته می‌شود. علاوه بر این اثر مقیاس کوچک بر کمانش نانو صفحات مستطیلی در حالت‌های گوناگونی همچون ضخامت ثابت و متغیر، بارگذاری یکنواخت و غیریکنواخت خطی مفصلاً بررسی می‌شود. در این بررسی از تئوری‌های اصلاح شده مختلفی همچون تئوری اصلاح شده کلاسیک صفحات، مرتبه سوم برشی، خطی و غیر خطی ون کارمن استفاده می‌شود. در حالت کلی از روش سنجش وزنی مشتقات برای حل معادلات دیفرانسیل غیرمحلی حاصل استفاده شده است. حل دقیق نیز در صورت امکان برای حالت‌های خاص بدست آمده است. کمانش نانو صفحات تک لایه دایره‌ای تحت فشار متقارن محوری نیز با استفاده از روش سنجش وزنی مشتقات و بر پایه تئوری الاستیسیته غیرمحلی نیز بررسی می‌شود. برای اطمینان از حل روش سنجش وزنی مشتقات، حل دقیقی نیز برای کمانش متقارن نانو صفحات دایره‌ای با استفاده از توابع بسل ارائه می‌گردد.

۱-۸- محتوای فصول

در فصل اول به تشریح تاریخچه فناوری نانو و کاربردهای آن پرداخته می‌شود. سپس توضیحاتی در مورد نانو صفحات گرافینی و اهمیت آنها داده می‌شود. در انتها تاریخچه‌ای از کارهای انجام شده در زمینه تحلیل مکانیکی نانو ساختارها به کمک تئوری‌های اصلاح شده مکانیک محیط پیوسته، آورده شده است.

در فصل دوم به معرفی روش عددی سنجش وزنی مشتقات می‌پردازیم. از این روش در فصول بعدی برای حل معادلات دیفرانسیل غیرمحلی مربوط به ارتعاشات محوری نانو میله‌های غیر یکنواخت و کمانش نانو صفحات مستطیلی و دایره‌ای تحت شرایط مرزی مختلف استفاده می‌شود. در انتهای این فصل به منظور آمادگی برای حل معادلات دیفرانسیل حاصل در فصول بعدی، به تشریح چگونگی استفاده از این روش با استفاده از یک مثال می‌پردازیم.

---

[1] *Babaei and Shahidi*
[2] *Aydogdu*
[3] *Murmu and Adhikari*

در فصل سوم به بررسی اثر مقیاس کوچک بر ارتعاشات آزاد محوری نانو میله‌ها با استفاده از تئوری الاستیسته غیرمحلی پرداخته می‌شود. در ابتدا برای بررسی ارتعاشات طولی نانو میله‌های یکنواخت حل دقیقی بدست می‌آوریم. سپس معادله دیفرانسیل غیرمحلی مربوط به ارتعاشات محوری نانو میله‌های غیر یکنواخت در حالت کلی استخراج می‌شود. در حل این معادله دیفرانسیل برای دو شرط مرزی گیردار-گیردار و گیردار-آزاد از روش سنجش وزنی مشتقات تک بعدی استفاده خواهیم کرد.

در فصل چهارم به بررسی مفصل رفتار مکانیکی نانو صفحات گرافینی مستطیلی شکل پرداخته می‌شود. ابتدا معادلات حاکم بر کمانش و ارتعاشات آزاد نانو صفحات مستطیلی تک لایه بر پایه تئوری غیرمحلی ارینگن استخراج می‌شوند. سپس برای حالت تمامی لبه‌ها بر روی تکیه‌گاه ساده حل دقیقی با استفاده از روش ناویر ارائه می‌شود. در ادامه برای شرایط مرزی گوناگون حل عددی سنجش وزنی مشتقات ارائه می‌شود. علاوه بر این معادلات مربوط به کمانش صفحات در مقیاس نانو با در نظر گرفتن اثرات برشی (با استفاده از تئوری اصلاح شده مرتبه سوم برشی) بدست می‌آیند. این معادلات را نیز به کمک روش ناویر به صورت دقیق حل می‌کنیم. سپس از روش گالرکین برای بررسی اثر مقیاس کوچک بر کمانش نانو صفحات مستطیلی با ضخامت متغیر استفاده می‌کنیم. به علت تازگی و اهمیت بحث رفتار مکانیکی نانو صفحات غیر یکنواخت، معادلات دیفرانسیل حاکم بر ارتعاشات آزاد عرضی آنها با استفاده از تئوری اصلاح شده مرتبه اول برشی، استخراج می‌شود. برای حل معادلات دیفرانسیل غیرمحلی حاصل از دو روش سنجش وزنی مشتقات و گالرکین استفاده می‌کنیم. علاوه بر این رفتار کمانشی نانو صفحات در تغییر شکل‌های بزرگ (رفتار پس از کمانش نانو صفحات) را به کمک تئوری غیر خطی ون کارمن و نیز تئوری الاستیسیته غیرمحلی بررسی می‌کنیم. در پایان نیز معادله مربوط به کمانش محوری متقارن نانو صفحات دایره‌ای تک لایه را با استفاده از روش سنجش وزنی مشتقات در مختصات قطبی حل می‌کنیم. برای اطمینان از حل عددی به کمک سنجش وزنی مشتقات، حل دقیقی نیز بر پایه توابع بسل برای مسئله مذکور ارائه خواهیم کرد.

در فصل پنجم نتایج تحلیل‌های فصل سوم و چهارم که بترتیب مربوط به ارتعاشات طولی نانو میله‌ها و کمانش نانو صفحات گرافینی بود، ارائه خواهد شد. در این فصل صحت نتایج و نیز تأثیر عوامل مختلفی همچون پارامتر مقیاس کوچک، نسبت طول به عرض (ضریب منظری) نانو صفحه مستطیلی، شعاع نانو صفحه دایره‌ای، مود ارتعاشی یا کمانشی مربوطه، ضخامت نانو صفحه، نحوه بارگذاری و همچنین شرایط مرزی بر روی رفتار مکانیکی نانو ساختار مورد نظر را مورد بحث و بررسی قرار می‌دهیم.

در فصل ششم ابتدا جمع‌بندی کلی نتایج بدست آمده ارائه خواهد شد. سپس پیشنهاداتی در راستای موضوع پایان‌نامه که در حال حاضر در زمینه رفتار مکانیکی نانو ساختارها انجام نشده ارائه می‌گردد.