بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه تفرش

دانشکده مهندسی برق

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

بهینه‌سازی پارامتری در سیستم‌های کنترل یادگیر تکرارشونده

اساتید راهنما:

آقای دکتر علی مددی

آقای دکتر حمیدرضا رضاعلیخانی

دانشجو:

مائده حیدری‌فرد

زمستان ۱۳۹۰

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

تشکر و قدردانی

بر خود لازم می‌دانم که از اساتید ارجمند جناب آقای دکتر علی مددی و جناب آقای دکتر حمیدرضا رضاعلیخانی که در طول انجام این پروژه از راهنمایی‌های ارزشمندشان استفاده کردم، صمیمانه تشکر و قدردانی نمایم. پیگیری‌های دلسوزانه و پیشنهادات مشکل‌گشایشان همواره پشتوانه‌ی علمی و عاطفی عظیمی برای من بوده است.

در پایان از خانواده‌ی محترم خود که همواره در طول زندگیم از راهنمایی‌ها و حمایت‌های بی‌دریغ‌شان بهره‌مند بوده‌ام صمیمانه سپاس‌گزاری می‌کنم.

چکیده

در این پایان‌نامه، کنترل‌کننده یادگیر تکرار شونده‌ای از نوع PID و نیز یک قانون کنترل یادگیر مرتبه بالا و بهینه سازی ضرایب آن مورد بررسی قرار می‌گیرد. در ابتدا، شاخص جدیدی برای کنترل‌کننده PID با ضرایب متغیر ارائه می‌گردد که کنترل‌کننده بهینه‌ای برای سیستم ایجاد خواهد کرد. با اعمال این کنترل‌کننده سیستم دارای خواص همگرایی یکنواخت[1] خواهد بود. در ادامه، کنترل‌کننده PID تعمیم یافته (دارای پارامترهای آزادی بیشتری است) با ضرایب ثابت طراحی خواهد گردید که دارای عملکرد بهتری نسبت به نوع مشابه برای PID است. نتایج بهتر بودن آن اثبات خواهد شد. قانون کنترل یادگیر تکرار شونده مرتبه بالا دارای درجه آزادی بیشتر نسبت به مرتبه اول است. بنابراین، علی رغم پیچیدگی بیشتر می‌تواند کارایی بهتری در عملکرد سیستم ایجاد کند. در اینجا، این نوع از کنترل‌کننده‌ها نیز مورد بررسی قرار می‌گیرند. ضرایب قانون کنترل همانند بخش اول متغیر در نظر گرفته خواهد شد. جنبه جدید بودن این طرح در این بخش در ساختار کنترل‌کننده است. در نهایت، برای اثبات کارایی روش‌های پیشنهادی شبیه‌سازی‌هایی ارائه می‌گردد. جمع‌بندی و پیشنهادات این پایان‌نامه را به اتمام می‌رساند.

۱- Monotonic Convergence

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه	**۱**
فصل دوم: مروری بر کنترل یادگیر تکرار شونده	**۷**
۲-۱) ILC زمان-پیوسته	**۷**
۲-۲) ILC زمان-گسسته	**۹**
۲-۳) کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID با ضرایب بهینه	**۱۰**
۲-۴) کنترل یادگیرتکرار شونده از نوع PID با ضرایب متغیر بهینه	**۱۷**
۲-۵) قانون کنترل یادگیر تکرار شونده مرتبه بالا	**۲۱**
۲-۶) جمع‌بندی	**۲۲**
فصل سوم: کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID با استفاده از یک تابع معیار جدید	**۲۳**
۳-۱) توصیف مسئله	**۲۳**
۳-۲) بهینه سازی تابع معیار	**۲۵**
۳-۳) بررسی همگرایی یکنواخت	**۲۶**
۳-۴) بررسی همگرایی	**۲۷**
۳-۵) مثال شبیه سازی	**۲۹**

۳-۶) جمع بندی ۳۷

فصل چهارم: کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID تعمیم یافته با ضریب ثابت ۳۸

۴-۱) کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID تعمیم یافته ۳۸

۴-۲) تحلیل همگرایی ۴۰

۴-۳) همگرایی یکنوا ۴۳

۴-۴) مقایسه $\bar{\rho}^*$ با ρ^* ۴۵

۴-۵) مثال شبیه سازی ۵۲

۴-۶) جمع بندی ۵۶

فصل پنجم: سیستم های کنترل یادگیر تکرار شونده با قانون یادگیری مرتبه بالا و بهینه سازی ضرایب ۵۷

۵-۱) فرموله سازی مسئله ۵۷

۵-۲) تحلیل همگرایی ۶۰

۵-۳) مثال شبیه سازی ۶۲

۵-۴) جمع بندی ۶۴

فصل ششم: جمع بندی و پیشنهادات ۶۵

مراجع ۶۷

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل (۱-۱): ساختار کنترل یادگیر تکرارشونده	۳
شکل (۱-۲): کنترل یادگیر تکرار شونده	۴
شکل (۱-۳): فیدبک معمولی	۵
شکل (۳-۱): کنترل وضعیت موتور DC از طریق جریان آرمیچر	۲۹
شکل (۳-۲): بلوک دیاگرام موتور DC	۲۹
شکل(۳-۳): خروجی مطلوب $y_d(k)$ و زاویه چرخش شفت موتور در تکرارهای $j = 0,1,4,15$ برای حالت اول	۳۳
شکل(۳-۴): خروجی مطلوب $y_d(k)$ و زاویه چرخش موتور در تکرارهای $j = 0,1,2$ برای حالت دوم	۳۴
شکل(۳-۵): نرم ۲ خطای مسیریابی در درجه بندی لگاریتمی ($\log_{10}(\|e(j)\|)$) برای حالت‌های اول و دوم	۳۴
شکل(۳-۶): مقدار ضریب یادگیری $K_P(j+1)$ برای حالت‌های اول و دوم	۳۵
شکل(۳-۷): مقدار ضریب یادگیری $K_I(j+1)$ برای حالت‌های اول و دوم	۳۵
شکل(۳-۸): مقدار ضریب یادگیری $K_D(j+1)$ برای حالت‌های اول و دوم	۳۶
شکل(۳-۹): نرم ۲ خطای مسیریابی در درجه‌بندی لگاریتمی ($\log_{10}(\|e(j)\|)$) برای حالت‌های دوم و سوم	۳۶
شکل(۳-۱۰): نرم ۲ تغییرات ورودی ($\|V(j)\| = \sqrt{V^T(j)V(j)}$) برای حالت‌های دوم و سوم	۳۷
شکل (۴-۱): مسیر مطلوب	۵۲
شکل (۴-۲): خروجی سیستم موتور DC با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع G-PID و PID در $j = 2$	۵۳

شکل (۴-۳): خروجی سیستم موتور DC با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع G-PID و PID در $j=4$ ۵۴

شکل (۴-۴): خروجی سیستم موتور DC با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع G-PID و PID در $j=10$ ۵۴

شکل (۴-۵): خروجی سیستم موتور DC با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع G-PID و PID در $j=20$ ۵۵

شکل (۴-۶): نرم خطای مسیریابی در درجه بندی لگاریتمی با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع G-PID ۵۵

شکل(۵-۱): خروجی سیستم موتور DC با بکارگیری کنترل یادگیر تکرار شونده مرتبه اول و مرتبه ۵ در $j=8$ ۶۳

شکل(۵-۲): لگاریتم نرم خطای خروجی سیستم موتور DC برای جدول (۵-۱) ۶۳

فهرست جداول

عنوان	صفحه
جدول(۵-۱): لگاریتم نرم خروجی در ۱۲ تکرار	۶۴

:□□ □□

□□□□

یادگیری یکی از قابلیت‌های موجودات زنده بالاخص انسان است. بشر تلاش می‌کند تا قدرت یادگیری را به سیستم‌های مهندسی نیز بسط دهد. طراحی و ساخت سیستم‌های کنترل یادگیر[۲] یکی از این تلاش‌ها می‌باشد. سیستم‌های کنترل یادگیر تکرار شونده[۳] یکی از روشهای مهم در این زمینه است.

سیستم‌های کنترلی بطور اجتناب ناپذیر نقش مهمی در توسعه و پیشرفت تکنولوژی مدرن دارند. مسائل کنترلی در واقع برخاسته از محیط‌های مهندسی است و توسط مهندسین و ریاضیدانان مورد مطالعه قرار گرفته است. در صنعت، سیستم‌های کنترلی در کاربردهای زیادی یافت می‌شوند شامل کنترل کیفیت سیستم‌های ساخته شده، سیستم‌های شبکه‌ای، خودکار (اتوماسیون)، کنترل ابزار ماشین، مهندسی فضا، نظامی، علم کامپیوتر، سیستم‌های انتقال، رباتیک، سیستم‌های اجتماعی، اقتصادی، مهندسی پزشکی. از دید ریاضی، مهندسی کنترل شامل مدل کردن، تحلیل و طراحی سیستم‌های کنترل است. ساختار اساسی مهندسی کنترل، استفاده از سیگنال‌های فیدبک برای بهبود عملکرد سیستم کنترلی است. شاخه‌های تئوری کنترلی جاری وسیع است و شامل کنترل کلاسیک، کنترل مقاوم، کنترل بهینه، کنترل تطبیقی، کنترل غیرخطی، شبکه عصبی، علم فازی و کنترل هوشمند است. ILC تقریباً یک فضای تحقیقاتی جدید اما به اصطلاح بسیار جا افتاده در تئوری کنترل است به‌طوری‌که ILC را می‌توان بعنوان یک روش کنترل هوشمند تلقی نمود. روشی برای بهبود عملکرد حالت گذرای سیستم‌هایی است که بطور تکرار شونده در بازه زمانی معین و ثابت عمل می‌کنند. اگر چه تئوری کنترل ابزارهای طراحی زیادی را برای بهبود پاسخ سیستم دینامیکی فراهم می‌کند اما همیشه با توجه به وجود دینامیک‌های مدل نشده[۴] یا عدم قطعیت‌های پارامتری که در طول عملیات سیستم واقعی ایجاد می‌شود یا فقدان تکنیک‌های طراحی مناسب، بدست آوردن عملکرد مطلوب ممکن نیست [۱]. بنابراین بدست آوردن ردیابی کامل با استفاده از تئوری کنترل کار آسانی نیست. ILC یک ابزار طراحی است که می‌تواند برای غلبه بر مشکلات (کاستی‌های) طراحی کنترل‌کننده خصوصاً برای بدست آوردن پاسخ گذرا مطلوب برای حالتی که سیستم موردنظر بطور تکرار شونده عمل می‌کند، استفاده شود.

برای بعضی سیستم‌ها، ILC اغلب برای بدست آوردن ردیابی کامل حتی برای مدلی که نامعین است و اطلاعاتی در مورد سیستم نداریم، قابل استفاده است. تعاریف و خواص ILC در اینجا ذکر شده است.

۲- Learning Control Systems

۳- Iterative Learning Control Systems

٤- Unmodeled dynamics

۱) مفهوم کنترل یادگیری به تکرار عملکرد یک سیستم هدفمند داده شده و امکان بهبود ورودی کنترل براساس اطلاعات عمل قبلی دلالت می‌کند [۲].

۲) ILC روش کنترلی بروز بازگشتی[۵] است که به محاسبات و علم اطلاعات پیشین کمتری در مورد دینامیک‌های سیستم نیاز دارد. برای بدست آوردن ردیابی کامل، یک الگوریتم ساده تکرار شونده به سیستم نامشخص اعمال می‌کنیم [۳].

۳) ILC روشی برای بهبود عملکرد پاسخ‌گذرای سیستمی است که بطور تکرار شونده در بازه زمانی ثابتی عمل می‌کند [۱].

۴) ILC ، سیستم‌هایی را بررسی می‌کند که بطور تکرار شونده وظیفه یکسانی را با دقت بهتری نسبت به قبل انجام می‌دهند [۴].

۵) ILC از تکرارهای سیستم بعنوان آزمایشی برای بهبود عملکرد کنترلی سیستم استفاده می‌کند حتی تحت شرایطی که اطلاعات کاملی از سیستم کنترلی نداریم [۵].

۶) این کنترل‌کننده می‌آموزد که چگونه اثرات اغتشاش روی خروجی سیستم کنترلی و نیز ایجاد خطای ردیابی را حذف کند [۶].

۷) نظریه اصلی ILC این است که ورودی را پیدا کنیم که خروجی سیستم تا حد ممکن به مسیر مطلوب نزدیک شود. اگر چه ILC مستقیماً به کنترل مربوط می‌شود. مهم است که توجه شود نتیجه نهایی این است که سیستم معکوس شده است [۷].

۸) می‌دانیم که ILC در مورد بالا بردن عملکرد سیستم از طریق تکرار است اما چگونگی انجام آنرا نمی‌دانیم. این امر منجر به فعالیت بنیادی در تحقیقات ILC می‌شود که تحلیل ساختاری الگوریتم‌ها می‌باشد [۸].

همه این خواص و تعاریف ILC تاکید مربوط به خود را دارند. در حالی‌که، تاکید عمومی بر تکرار است. در واقع، اساس ILC یادگیری از طریق تکرار سخت افزاری سیستم با برنامه از پیش تعیین شده است.

تکرار سخت افزاری یک پروسه فیزیکی روی گستره محور زمان ثابت است که درک ذهنی ILC را می‌سازد. برنامه از پیش تعیین شده، یعنی، سیستم ILC به فرضی نیاز دارد که محیط یادگیری الگوریتم کنترل را فراهم کند. بشر از محیط پیرامون توسط تجربه‌ها یاد می‌گیرد که پروسه فیزیکی، فعالیت‌های روزانه آن است و درک ذهنی، حافظه رویدادهای مشاهده شده است که ارتباط نزدیکی با علاقه و ذهنیت او دارد. این رویدادهای مشاهده شده گذشته، دانشی را به بشر می‌دهد که بتواند برای فعالیتهای روزمره بکار برد. در ILC ، فعالیت‌های کنونی، یک نیروی کنترلی است و تجربیات گذشته بعنوان اطلاعات ذخیره می‌شود. تفاوت بین یادگیری بشر و یادگیری ماشین از جنبه برنامه از پیش تعیین شده است. برای بشر علم یادگیری می‌تواند تلفیقی از مشابه‌سازی و احساس باشد، در حالی‌که در ماشین راه‌اندازی اولیه (نقطه شروع اولیه)، زمان ثابت، نمونه‌برداری یکنواخت، مسیر مطلوب و ... برنامه از پیش تعیین شده می‌باشند که ممکن است برای تعیین فعالیت آینده ماشین سخت‌افزاری بکار برده شوند.

۵– Recursive

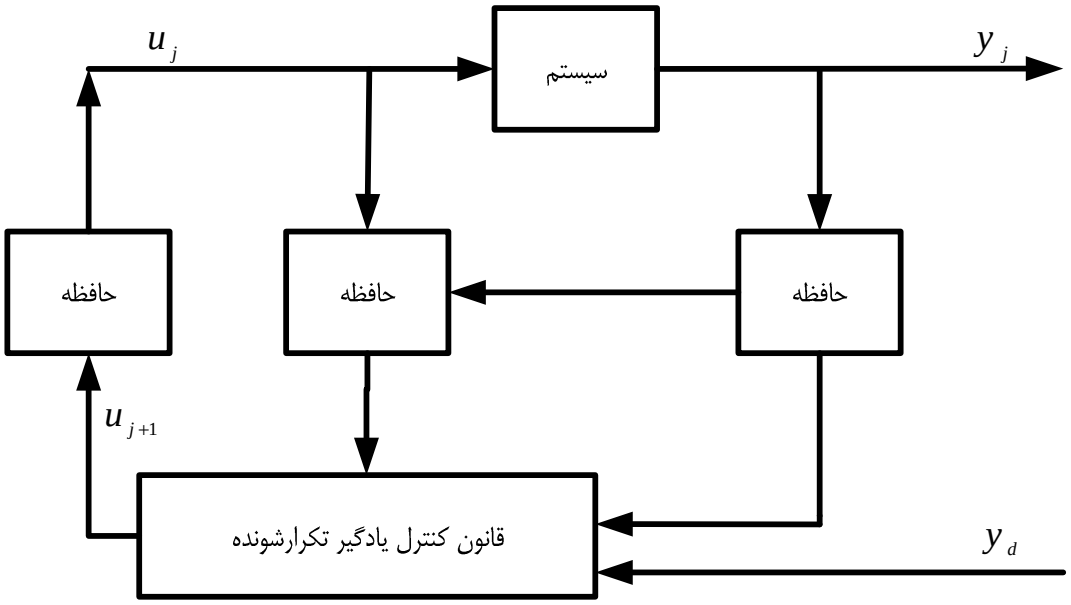
با توجه به این تعاریف، می‌توانیم بگوییم که ILC ، روشی برای بهبود عملکرد پاسخ گذرای یک سیستم نامعین است که این سیستم بطور تکرار شونده در بازه زمانی ثابت از طریق اطلاعات قبلی تصحیح می‌شود. سوال کلیدی ILC را می‌توان بدین صورت بیان نمود این‌که چطور با کمک اطلاعات عملکرد گذشته روی آزمایش کنونی، عدم قطعیت حذف می‌گردد. اگر عدم قطعیت سیستم و اغتشاشات داخلی روی گستره محور زمان ثابت تکراری و یکنواخت از پیش تعیین شود آنگاه معکوس این اثرات می‌تواند بعنوان هدف اصلی ILC باشد.

سیستم های کنترل یادگیر تکرار شونده شامل تکنیک ها و روشهای جدیدی برای کنترل فرآیندهای تکرار شونده در یک فاصله زمانی مشخص می باشد، بطوریکه در آنها کنترل کننده از تجربیات تکرارهای گذشته می آموزد تا خود را چنان اصلاح نماید که عملکرد سیستم حلقه بسته با افزایش تعداد تکرارها بهبود یابد. در دو دهه اخیر این مبحث بسیار مورد توجه محققان بوده و پیشرفت های خوبی هم در زمینه تئوری و هم کاربردی کسب کرده است بطوری‌که امروزه به یکی از رشته های تخصصی علم کنترل تبدیل شده است.

اساس سیستم‌های کنترل یادگیر تکرار شونده این است که در طول اجرای الگوریتم کنترل در تکرار j ام ، بعضی اطلاعات سیستم نظیر خطاها ذخیره می‌شوند. این اطلاعات به منظور بهبود ورودی کنترل و کاهش خطای خروجی و افزایش عملکرد سیستم حلقه بسته توسط الگوریتم یادگیری در تکرار $j+1$ ام بکار گرفته می‌شود. سرانجام بعد از چندین تکرار، سیستم به ورودی کنترلی مناسب دست می‌یابد. در نتیجه، این ورودی خروجی مطلوب را ایجاد می‌کند. بنابراین ورودی سیستم کنترلی را می‌توان بصورت روبرو نوشت:

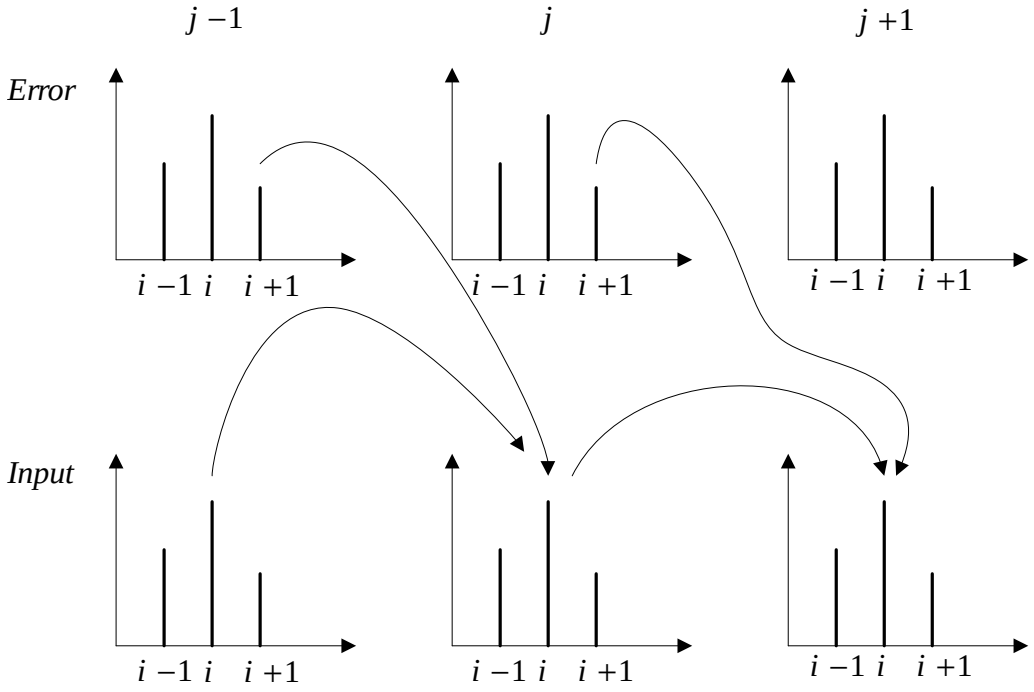
$$u_{j+1}(i) = u_j(i) + \Delta u_{j+1}(i)$$

که $\Delta u_{j+1}(i)$ یک جمله اصلاحی است و تغییر ورودی سیستم در تکرار $j+1$ نسبت به تکرار j را نشان می‌دهد. شکل (۱-۱) این مسئله را بهتر نمایان می‌سازد.

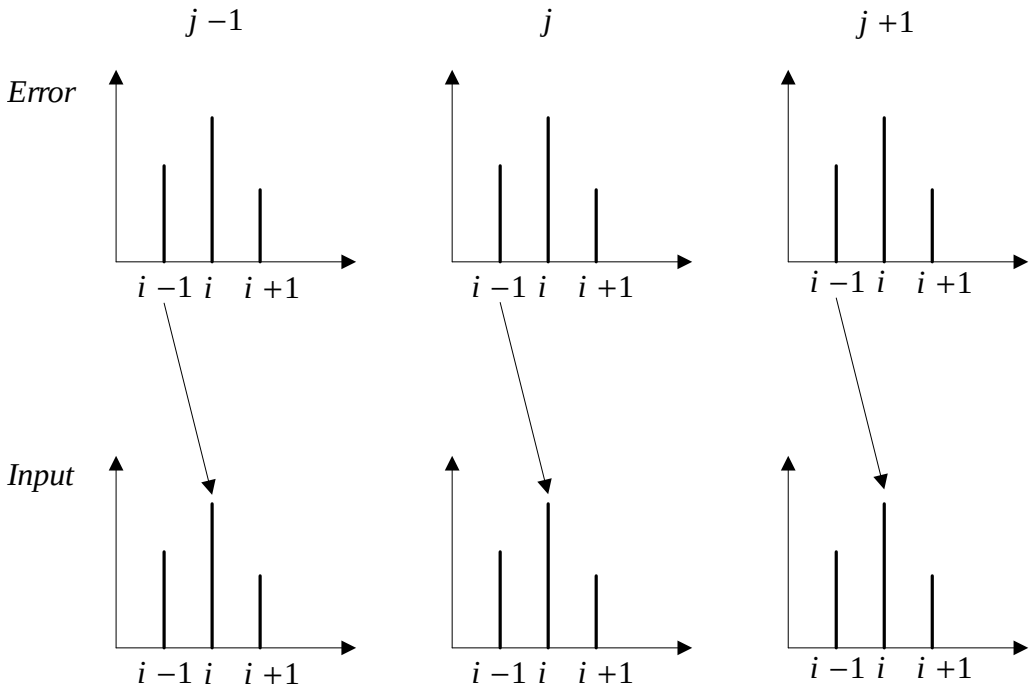


شکل (۱-۱): ساختار کنترل یادگیر تکرارشونده

تمایز اساسی بین ILC و فیدبک معمولی (Conventional feedback) را می توان به ترتیب در شکل‌های (۱-۲) و (۱-۳) مشاهده نمود. در شکل (۱-۲) نشان داده شده است که چگونه ILC در طی هر تکرار اطلاعات را ذخیره نموده و از این اطلاعات در محاسبه ورودی سیستم در تکرار بعدی استفاده می‌کند. شکل (۱-۳) نشان می‌دهد که در استراتژی فیدبک معمولی کنترل کننده از خطای بدست آمده در هر لحظه برای ورودی کنترل در لحظه بعد استفاده می‌نماید. به هر حال این استراتژی به مفهوم انتقال اطلاعات از یک تکرار به تکرار بعدی نیست. این بدان معنی است که کنترل کننده فیدبک معمولی در هر آزمایش (تکرار) خطایی ایجاد خواهد کرد که در هر آزمایش یکسان است ولی ILC در هر تکرار خطای کمتری را بدست خواهد داد.



شکل (۱-۲): کنترل یادگیر تکرار شونده



شکل (۱-۳): فیدبک معمولی

در حالت کلی، اختلاف بین روشهای ILCS در الگوریتم‌هایی است که برای تعیین $\Delta u_{j+1}(i)$ بکار گرفته می‌شود و تعیین $\Delta u_{j+1}(i)$ نشان دهنده روش یادگیری است که بکار می‌رود. یکی از روش‌های موثر و مناسب برای تعیین $\Delta u_{j+1}(i)$ روش‌های بهینه‌سازی است. در ادامه برخی از پژوهش‌های انجام شده در زمینه بهینه‌سازی بطور خلاصه بیان شده است.

در [۹] بهینه سازی پارامتری از طریق شاخص عملکرد درجه دو بعنوان تکنیکی برای اثبات قانون کنترل یادگیری معرفی شده است. با این الگوریتم پیشنهادی، اگر سیستم اصلی، LTI و زمان-گسسته باشد همگرایی یکنواخت خطا بسمت صفر تضمین می‌گردد.

در [۱۰] یک ILC بهینه برای بهینه کردن شاخص عملکرد درجه دوم جمع شونده در محدوده تکرار برای دینامیک‌های نامی سیستم‌های زمان گسسته خطی پیشنهاد شده است. خواص پایداری، همگرایی، مقاوم و بهینه بودن، تحقیق و اثبات می شود. درحالی‌که سیستم تحت نظارت دینامیک‌های نامشخص را شامل شود، طراحی ILC پیشنهاد شده برای بدست آوردن یک ILC با هزینه تضمینی که توسط تکنیک نامساوی ماتریس خطی (LMI) قابل حل است، می‌تواند بکار برده شود.

مقاله [۱۱] با بکارگیری گین‌های یادگیری ثابت و نیز گین‌های وابسته به اطلاعات غیرخطی منتج از بهینه‌سازی پارامتری مقاوم بودن کنترل یادگیر تکرار شونده بررسی شده است. روش پیشنهادی در این مقاله همگرایی یکنواخت را با توجه به مقدار سری‌های زمانی خطا محقق می‌سازد. از طرف دیگر این مقاله تحلیل بسیار جامع بر استفاده روشمند مدل‌های ماتریسی پرکاربرد در ILC دارد. مدل‌های ماتریسی شرایط لازم و کافی برای همگرایی یکنواخت فراهم می‌کند.

در [۱۲] شرایطی برای تضمین همگرایی یکنوای نرم خطای ردیابی درنظر گرفته می‌شود. با استفاده از پارامترهای Markov نشان داده می‌شود که یک تابع نزولی وجود دارد که وقتی بهره یادگیری ثابت منتخب در این تابع ضرب شود، نرم خطای ردیابی بدون نیاز به فیدبک بهره بالا یکنوا خواهد بود.

در مقاله [۱۳] یک الگوریتم کنترل یادگیر تکرار شونده برای سیستم های زمان گسسته پیشنهاد شده است و راه حلی ارائه گردیده است. در این مقاله اثبات تحلیلی فرموله‌سازی علی الگوریتم به فرم کامل آن بدست آمده است.

و همین طور مسئله بهینه سازی ماکزیمم–مینیمم در [۱۴]، بهینه سازی پارامتری به واسطه شاخص عملکرد درجه ۲ در [۱۵]، استفاده از برخی روش‌های بهینه‌سازی برای دستیابی به ILC موثر در [۱۶]، الگوریتم ILC مرتبه بالا بهینه پارامتری برای توسعه کار [۱۵] در [۱۷]، و ارائه یک قانون جدید ILC از نوع PID برای کنترل سیستم زمان گسسته در [۱۸] از جمله این موارد است.

در این پایان نامه نوع جدیدی از کنترل یادگیر تکرارشونده از نوع PID ارائه می گردد.

فصل‌های بعدی بدین صورت سازمان داده شده است:

در فصل ۲، مروری بر کنترل یادگیر تکرارشونده از نوع PID و نیز کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع مرتبه بالا[۶] خواهیم داشت. فصل ۳ شاخص عملکرد جدیدی معرفی می‌گردد که بر اساس آن کنترل‌کننده بهینه طراحی می‌گردد. این کنترل‌کننده دارای خواص مفیدی است که در این فصل به تفصیل توضیح داده خواهد شد. برای بهبود کارایی کنترل یادگیر تکرارشونده از نوع PID ، در فصل ۴ درجه آزادی بیشتری برای PID در نظر گرفته می‌شود که با این کار به نتایج بهتری دست خواهیم یافت. این مساله بطور تحلیلی اثبات می‌گردد. در فصل ۵، بهینه‌سازی کنترل‌کننده ILC مرتبه بالای بهینه‌ای ارائه می‌شود. در این فصل، نشان داده می‌شود که کنترل‌کننده مرتبه بالای پیشنهادی همانند کنترل‌کننده ارائه شده در فصل ۳ همگرای یکنواخت است و با بالاتر رفتن مرتبه قانون یادگیری، سیستم سریع‌تر همگرا خواهد شد. در نهایت، فصل آخر جمع‌بندی و پیشنهادات مبحث را به اتمام خواهد رساند.

۶-HOILC

:□□□ □□□

□□□□□ □□ □□□□□ **یادگیر** □□□□□ □□□□□

از زمان ابداع روش ILC تاکنون تحقیقات گسترده‌ای در این زمینه انجام گرفته است. بنابراین، کنترل یادگیر تکرار شونده چه از لحاظ عملی و چه از لحاظ تئوری پیشرفت‌های شگرفی داشته است. بدین دلیل معرفی تمام های ILC در اینجا غیرممکن است. اما، در حالت کلی شاخه‌های گسترده ILC را می‌توان به دو صورت ILC زمان-پیوسته و زمان-گسسته تقسیم نمود.

۲-۱) ILC زمان-پیوسته

سیستم زمان-پیوسته خطی زیر را درنظر بگیرید:

$$\begin{aligned} \dot{x}_k(t) &= Ax_k(t) + Bu(t) \\ y_k(t) &= Cx_k(t) \end{aligned} \qquad (۱-۲)$$

$x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت ، $u \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم می‌باشند. ماتریس‌های A ، B و C حقیقی بوده و دارای ابعاد مناسبند. وظیفه کنترل این است که خروجی y_k را در بازه زمانی ثابت $t \in [0, T]$ چنان تنظیم نماید که با افزایش تکرارها (k)، خروجی مطلوب y_d تا حد ممکن ردیابی شود. در ILC، شرط‌های اساسی زیر نیاز است.

۱) سیستم کنترل‌پذیر و رویت‌پذیر می‌باشد.
۲) هر آزمایش در بازه زمانی ثابت انجام می‌شود.
۳) در هر تکرار تنظیمات اولیه ثابت می‌ماند. یعنی، حالت اولیه سیستم هدف، $x_k(0)$، در شروع هر تکرار به نقطه اولیه تنظیم می‌گردد.

تحت این شرایط، اگر سیستم دارای درجه نسبی یک و یا کمتر باشد، یک طرح کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع آریموتو[۷] [۲] بصورت زیر داده می‌شود.

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma \dot{e}_k(t) \qquad (۲-۲)$$

که $e_k(t) = y_d(t) - y(t)$. Γ یک ماتریس بهره یادگیری قطری است که باید رابطه زیر را در تمام بازه زمانی $t \in [0, T]$ تضمین نماید.

$$\lim_{k \to \infty} y_k(t) \to y_d(t) \qquad (۲-۳)$$

این شرط برقرار می‌گردد اگر Γ نامعادله زیر را برای تمام بازه زمانی $t \in [0, T]$ تضمین کند

$$\left\| I - CB\Gamma \right\|_i < 1 \qquad (۲-۴)$$

که $\|.\|_i$، معرف عملگر نرم iام است و $i \in \{1, 2, ..., \infty\}$. توجه به این نکته ضروری است که برای انتخاب بهره یادگیری داده شده در (۲-۴)، به اطلاعاتی در مورد ماتریس سیستم A نیاز نخواهیم داشت. در واقع از طریق دانستن برخی از پارامترهای ساختار سیستم، مانند درجه نسبی، می‌توان شرط (۲-۴) را بررسی نمود.

از الگوریتم ساده ILC از نوع آریموتو کلاسیک می‌توانیم بعنوان نقطه شروعی برای توصیف دیگر الگوریتم‌های پرکاربرد در این زمینه استفاده نماییم. بعنوان یک مثال، قانون ILC از نوع PID می‌تواند بصورت زیر داده شود [۲]

$$u_{k+1} = u_k + \Phi e_k + \Gamma \dot{e}_k + \Psi \int e_k dt \qquad (۲-۵)$$

که Φ و Γ و Ψ ماتریس‌های بهره یادگیری می‌باشند. در الگوریتم مرتبه بالاتر ILC به اصطلاح HOILC از اطلاعات ورودی و خروجی تا چندین تکرار قبل نیز استفاده می‌گردد. این قانون از نوع PID را می‌توان بصورت زیر فرمول‌بندی نمود [۱]

$$\begin{aligned} u_{k+1} &= \sum_{k=1}^{N} (I - \Lambda) P_k u_k + \Lambda u_0 \\ &+ \sum_{k=1}^{N} \left(\Phi_k e_{i-k+1} + \Gamma_k \dot{e}_{i-k+1} + \Psi_k \int e_{i-k+1} dt \right) \end{aligned} \qquad (۲-۶)$$

اگر $\sum_{k=1}^{N} P_k = I$، آنگاه با انتخاب مناسب ماتریس‌های بهره یادگیری، همگرایی خطا e_k بطور مجانبی به صفر تضمین خواهد شد. بطور مشابه، قانون ILC از نوع P متغیر با زمان در (۲-۵) را می‌توان بصورت زیر باز نویسی نمود

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \Gamma_k(t)\left(y_d(t) - y_k(t)\right) \qquad (۲-۷)$$

که $\Gamma_k(t)$ ماتریس بهره یادگیری تناسبی است که در اینجا متغیر با زمان است. در این الگوریتم ILC مرتبه اول، با انتخاب مناسب ماتریس بهره یادگیری $\Gamma_k(t)$، سیستم ILC به خطای حالت ماندگار صفر برای سیستم‌های با درجه نسبی صفر منجر

۷- Arimoto-type

می‌گردد. نتایج مشابه را نیز می‌توان برای سیستم‌های با درجه نسبی بالاتر بدست آورد. در الگوریتم ILC ساده (۲-۷)، ساختار کلیدی ILC استفاده از اطلاعات آزمایش قبلی برای تکرار جاری است. بنابراین، طبیعی است که باید قانون‌های HOILC زمان پیوسته را باید چنین درنظر بگیریم

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i(t)\left(y_d(t) - y_i(t)\right) \qquad (۲-۸)$$

و یا

$$u_{k+1}(t) = \sum_{i=1}^{k} \Lambda_i(t) u_i(t) + \sum_{i=1}^{k} \Gamma_i(t)\left(y_d(t) - y_i(t)\right) \qquad (۲-۹)$$

این الگوریتم‌ها نه تنها از ورودی کنترل و اطلاعات خطا در تکرار قبل بلکه از همه ورودی‌ها و اطلاعات خطا در تکرارهای قبلی نیز استفاده می‌کند.

۲-۲) ILC زمان-گسسته

تا اینجا الگوریتم‌های ILC زمان پیوسته مورد بررسی قرار گرفت. همان‌طور که می‌دانیم در حال حاضر بدلیل کاربردهای فراوان سیستم‌های میکروپروسسوری در کنترل سیستم‌ها، سیستم‌های زمان گسسته بطور گسترده در کاربردهای عملی بکار می‌روند. بنابراین، در عمل استفاده از فرمول‌بندی زمان گسسته بسیار مورد توجه است. از انواع ILC زمان گسسته مورد استفاده در این پایان‌نامه می‌توان به کنترل یادگیر تکرارشونده از نوع PID و نیز نوع مرتبه بالای کنترل یادگیر تکرار شونده است. از طرفی، اغلب در کنترل یادگیر تکرار شونده استفاده از مسائل بهینه‌سازی و مینیمم سازی یک تابع هزینه بسیار مفید بوده است. بنابراین در ادامه، کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID با ضرایب بهینه، با ضرایب متغیر بهینه و کنترل یادگیر تکرار شونده مرتبه بالا با ضرایب متغیر بهینه مطالعه خواهیم کرد.

در قسمت اول، پس از معرفی کنترل یادگیر تکرار شونده ازنوع PID و تعریف مساله اساسی در ILC ضرایب بهینه PID مطابق با [۱۹] بدست آورده خواهد شد. قسمت دوم خلاصه‌ای از طراحی کنترل یادگیر تکرار شونده ازنوع PID با ضرایب متغیر بهینه مورد بحث واقع می‌شود که [۲۰] به آن پرداخته است. قسمت آخر مربوط به توضیح خلاصه‌ای از قانون کنترل مرتبه بالا می‌باشد که در [۳۵] آمده است. قانون یادگیری در [۳۵] بسیار جامع است. نهایتاً جمع‌بندی این فصل را خاتمه می‌دهد.

۲-۳- کنترل یادگیر تکرار شونده از نوع PID با ضرایب بهینه

با وجود پیشرفتهای پیوسته در تئوری کنترل، کنترل PID همچنان پرکاربردترین کنترل‌کننده در صنعت کنترل است [۲۱ و ۲۰]. این به موجب تأثیرات قابل ملاحظه، ساختار ساده و مقاوم بودن آن است. با مروری بر برخی از مقالات ویژگی‌های کنترل‌کننده یادگیر تکرار شونده از نوع PID را در حالت کلی می‌توان بصورت زیر خلاصه نمود [۲۸ – ۲۲].

عنصر P نقش پایدارسازی در سیستم ILC دارد و موجب همگرایی یکنوا می‌شود. عنصر I اثرات غیر صفر خطاهای اولیه را حذف می‌کند و نرخ همگرایی را افزایش می‌دهد. در حالی‌که جمله D اثر اغتشاش ورودی را کاهش می‌دهد. با توجه به مزیت‌های هر یک از اجزای PID در عملیات کنترل یادگیر تکرار شونده، کنترل‌کننده PID یک زمینه کلی در طراحی سیستم‌های کنترل یادگیر تکرار شونده به خود اختصاص داده است. بنابراین، بدیهی است که تحقیقات در زمینه کنترل‌کننده جدید از نوع PID همچنان ادامه داشته باشد. بدلیل اهمیت این موضوع، همگرایی این الگوریتم را که در این پایان نامه مورد استفاده قرار می‌گیرد نیز مورد بررسی قرار خواهیم گرفت.

سیستم تکرار شونده زمان گسسته تک ورودی تک خروجی زیر را در نظر بگیرید:

$$\begin{aligned} x_j(i+1) &= Ax_j(i) + Bu_j(i) \\ y_j(i) &= Cx_j(i) \\ i &= 0,1,\ldots,M \quad ,j = 0,1,\ldots \\ x_j(0) &= x_0 \end{aligned} \qquad (۱۰-۲)$$

j شماره تکرار و i زمان در طول یک آزمایش را نشان می دهد که i و j اعداد صحیح هستند. $x \in \mathbb{R}^n$ بردار حالت ، $u \in \mathbb{R}$ و $y \in \mathbb{R}$ به ترتیب ورودی و خروجی سیستم می‌باشند. ماتریس‌های A ، B و C حقیقی بوده و دارای ابعاد مناسبند. همچنین x_0 شرط اولیه سیستم است.

مسئله کنترل یادگیر تکرار شونده بصورت زیر تعریف می‌شود.

در سیستم (۲-۱۰) فرضیات زیر را در نظر می گیریم:

۱) شرایط اولیه سیستم x_0 نامعلوم است.

۲) اسکالر CB مخالف صفر است.

۳) مسیر مطلوب خروجی $y_d(i)$ داده شده است.