بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم پایه

موضوع:

تاثیر خطای اندازه گیری بر روی اندیسهای کارایی چندمتغیره

<< پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد رشته آمارریاضی>>

استاد راهنما:

دکتر بهرام صادقپور

استاد مشاور:

دکتر احمد پور درویش

نگارش:

وهاب مرادی

شهریور ۸۸

چکیده

اندیسهای کارایی فرآیند، در صنایع تولیدی برای اندازه گیری پتانسیل و عملکرد فرآیند مورد استفاده قرار می گیرند. در بسیاری از صنایع، کیفیت نمونه های تولیدی به چندین کاراکتر بستگی دارد؛ از اینرو، توجه به اندیسهای کارایی از حالت یک متغیره به چند متغیره منتقل شد. در این مقاله، اثر خطاهای اندازه گیری بر روی اندیسهای کارایی چند متغیره بررسی می شود. نتایج نشان می دهند که وجود خطاهای اندازه گیری در داده ها، با توجه به ماهیت تغییرپذیری خطا، موجب رفتارهای متفاوت برآوردگر می شود. که از آن می توان برای تعیین برقراری شرط کارایی فرآیندهای ساخت، زمانیکه خطاهای اندازه گیری رخ می دهند، استفاده نمود.

فهرست مندرجات

۱ کنترل کیفیت آماری ۱

۱-۱ مقدمه ۱

۱-۲ تاریخچه کنترل کیفیت ۲

۱-۳ بهبود کیفیت ۳

۱-۴ نمودارهای کنترل ۵

۱-۴-۱ نمودارهای کنترل برای متغیرها ۶

۱-۴-۲ نمودارهای کنترل برای مشخصه های وصفی ۸

۱-۵ تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند ۹

۱-۶ نماد گذاری ۱۱

۲ اندیسهای کارایی یک متغیره ۱۲

۲-۱ مقدمه ۱۲

۲-۲ اندیسهای کارایی تک متغیره ۱۳

۲-۳ تحلیل کارایی فرآیند در صورت وجود خطاهای اندازه گیری ۲۱

۲-۳-۱ تاثیر خطای اندازه گیری ثابت بر روی اندیسهای کارایی فرآیند یک متغیره ۲۲

۲-۳-۲ تاثیر خطای اندازه گیری تصادفی بر روی اندیسهای کارایی فرآیند یک متغیره ۲۷

۳ تاثیر خطای اندازه گیری بر روی اندیسهای کارایی چندمتغیره ۳۲

۳-۱ مقدمه ۳۲

۳-۲ اندیسهای کارایی چندمتغیره و خطاهای اندازه گیری ۳۶

۳-۳ تحلیل آماری اندیسهای چندمتغیره ۳۹

۳-۴ اریبی برآوردگر در صورت وجود خطای اندازه گیری ۴۳

۳-۵ میانگین مربع خطای برآوردگر در صورت وجود خطای اندازه گیری ۴۹

۳-۶ نتیجه گیری ۵۴

ضمیمه ۵۶

واژه نامه انگلیسی به فارسی ۶۳

واژه نامه فارسی به انگلیسی ۶۷

کتابنامه ۷۱

فصل ۱

کنترل کیفیت آماری

۱-۱ مقدمه

با گذشت زمان، کیفیت بعنوان عامل اصلی در تصمیم گیری مشتریان در مرحله ارزیابی محصول و یا خدمات استفاده می گردد. این پدیده در همه جا بدون توجه به اینکه مصرف کننده، یک فرد، یک سازمان صنعتی، یک پروژه نظامی یا یک خرده فروش باشد مشاهده می شود. در نتیجه کیفیت یک عامل کلیدی جهت دستیابی به موفقیتهای تجاری، رشد و جایگاه رقابتی بهتر محسوب می گردد. سازمانهایی که از کیفیت بعنوان استراژی تجاری استفاده می کنند و از برنامه های بهبود کیفیت موثری نیز برخوردار هستند، بازده مالی خوبی را تجربه می نمایند.

امروزه، دستیابی به کیفیت در محیطهای تجاری و تولیدی کار ساده ای نیست که دلیل عمده آن تکامل سریع فن آوری می باشد. در ۲۰ سال اخیر تحولات زیادی در فن آوری صنایع گوناگونی نظیر الکترونیک، متالوژی، سرامیک، مواد مرکب و علوم شیمیایی و دارویی حاصل شده است. بعنوان مثال در زمینه الکترونیک، پیدایش مدارهای مجتمع انقلابی در طراحی و ساخت رایانه ها و سایر محصولات الکتریکی ایجاد کرده است.

۱–۲ تاریخچه کنترل کیفیت

کیفیت همیشه بخش لاینفک تقریبا کلیه محصولات و خدمات بوده است. فردریک تیلور بعضی از اصول مدیریت علمی را قبل از سال ۱۹۰۰ میلادی یعنی زمانیکه صنایع تولید انبوه شروع به توسعه نمود، معرفی کرد. تیلور[۱] اولین کسی بود که کار را به وظایف مختلف تقسیم نمود تا محصول راحت تر تولید و مونتاژ گردد. فعالیتهای او سبب شد تا بهره وری به میزان قابل توجهی بهبود یابد. همچنین به دلیل استفاده از روشهای تولید و مونتاژ استاندارد شده، سطح کیفیت محصولات تولید شده نیز ارتقاء پیدا کرد.

در سال ۱۹۲۴ والتر شوهارت[۲] از آزمایشگاه های تلفن بل، اساس نمودار کنترل را پایه گذاری کرد. بطور کلی این مقطع نقطه آغاز کنترل فرآیند آماری شناخته می شود. در اواخر دهه ۱۹۲۰ هارولد اف داج[۳] و هارولد جی رومیگ[۴] که هر دو در آزمایشگاه های تلفن بل

[1] . Ferderick W. Taylor
[2] . Walter A. Shewhart
[3] . Harold F. Dodge
[4] . Harold G. Romig

مشغول بکار بودند، روشهای نمونه گیری جهت پذیرش آماری را بجای بازرسی صد در صد معرفی نمودند. در اواسط دهه ۱۹۳۰ فنون کنترل فرآیند آماری بطور نسبتا وسیعی در شرکت وسترن الکتریک که شاخه تولیدی سیستم بل بود بکار گرفته شد و این در حالی بود که ارزش و اهمیت کنترل کیفیت آماری هنوز برای صنایع مشخص نگردیده بود.

در زمان جنگ جهانی دوم بحث کنترل کیفیت آماری در صنایع تولیدی مختلف پذیرفته و بکار گرفته شد. تجارب این دوره باعث گردید تا به اهمیت فنون آماری در کنترل کیفیت محصولات پی برده شود. همچنین انجمن کنترل کیفیت آمریکا (ASQC[۵]) در سال ۱۹۴۶ پایه گذاری شد. در دهه ۱۹۵۰ برای اولین بار در آمریکا از طراحی آزمایشها به منظور بهبود محصول و فرآیند استفاده گردید که اولین کاربرد این روش در صنایع شیمیایی بود. در همین دهه دکتر ادواردز دمینگ[۶] آموزش مدیران صنایع ژاپنی را شروع می کند و روشهای کنترل کیفیت آماری بطور کلان در ژاپن تدریس می گردد. پس از آن پروفسور ایشیکاوا[۷] نمودار علت و معلول را معرفی کرد و این سیر تکاملی تا استقرار سیستمهای ISO 9000 و سایر ورژنهای آن ادامه یافت.

۱–۳ بهبود کیفیت

یک نکته اصلی را باید همیشه در مورد یک محصول در نظر داشت و آن اینست که محصول باید خواسته های افرادی را که از آن استفاده می کنند برآورده نماید. با توجه به

[5] . American Society for Quality Control
[6] . W. Edwards Deming
[7] . Ishikava

این نکته، ما کیفیت را شایستگی جهت استفاده تعریف می کنیم. امروزه بهبود کیفیت بعنوان استراتژی تجاری مطرح می گردد. دلایل گوناگونی برای چنین نگرشی وجود دارد که می توان از میان آنها به موارد زیر اشاره کرد:

۱. ارتقاء سطح آگاهی و شناخت مصرف کننده نسبت به کیفیت و عملکرد کیفیت
۲. مسئولیت در قبال محصول
۳. افزایش هزینه نیروی کار، انرژی و مواد اولیه
۴. تنگتر شدن عرصه رقابت
۵. بهبودهای قابل توجه در زمینه بهره وری با بکارگیری برنامه های مهندسی کیفیت.

بخشی از این استراتژی تجاری، برنامه ریزی کیفیت، تجزیه و تحلیل و کنترل است که بطور مستقیم بر کیفیت اثر می گذارد و باعث می شود تا میزان درآمد، بازده سرمایه گذاری و بطور کلی درآمد سازمان افزایش یابد. بهبود کیفیت می تواند رشد تجاری و موقعیت رقابتی سازمان را ارتقاء بخشد.

کیفیت را می توان از سه جنبه گروهبندی کرد:

۱. کیفیت طراحی (Quality of Design)
۲. کیفیت انطباق (Quality of Conformance)

۳. کیفیت عملکرد (Quality of Performance)

کیفیت طراحی و کیفیت انطباق، مربوط به داخل سازمان می باشد بطوریکه ابزار متداول بهبود کیفیت طراحی، طراحی آزمایشات (DOE[8]) و ابزار متداول بهبود کیفیت انطباق، کنترل فرآیند آماری (SPC[9]) می باشد. کیفیت عملکرد مربوط به خارج از سازمان بوده و بدین مفهوم است که محصول تا چه حد توانسته خواسته های مشتری را در عمل پوشش دهد.

۱–۴ نمودارهای کنترل

در بحث کیفیت، صاحبنظران معتقدند که نمی توان کیفیت را بوسیله انجام فعالیتهای بازرسی و آزمون در محصول گنجاند، بلکه محصول از ابتدا باید درست تولید شود. این بدان معناست که فرآیند تولید باید از ثبات مناسبی برخوردار باشد و کلیه افرادی که به گونه ای با فرآیند سروکار دارند (نظیر اپراتورها، مهندسان، پرسنل تضمین کیفیت و مدیریت) باید بطور مستمر سعی در بهبود عملکرد فرآیند و کاهش تغییرپذیری در پارامترهای کلیدی داشته باشند. کنترل فرآیند آماری حین تولید، ابزار اصلی مورد نیاز جهت دست یافتن به چنین هدفی می باشد. نمودارهای کنترل از ساده ترین روشهای کنترل فرآیند آماری در حین تولید هستند. رویکرد کلی نسبت به کنترل کیفیت مرسوم ساده است، به اینصورت که نمونه هایی با یک اندازه معین بسادگی از یک فرایند تولید مستمر استخراج می شوند.

[8] . Design of Experiment
[9] . Statistical Process Control

سپس نمودارهای خطی تغییرات در این نمونه ها تولید می شوند و نزدیکی و دقت آنها نسبت به مشخصات هدف مورد بررسی قرار می گیرد. اگر روندی در این خطوط پدیدار شود یا اگر نمونه ها خارج از محدوده از پیش تعیین شده بیافتند، آنگاه گویند فرایند خارج از حدود کنترل است و اقدامی برای یافتن دلایل مشکل اتخاذ می شود. گاهی اوقات اینگونه نمودارها را بعنوان نمودارهای کنترل شوهارت[۱۰] می شناسند. بطورکلی، نمودارهای کنترل برای متغیرها (همانند: قطر یا وزن یک محصول) و برای صفات (همانند: تعداد نقصهای هر نمونه) تقسیم بندی می شوند:

۱–۴–۱ نمودارهای کنترل برای متغیرها

نمودارهای زیر عموما برای کنترل متغیرها بکار می روند:

- ✓ ***نمودار*** $\overline{X}$***:*** در این نمودار میانگین های نمونه به منظور کنترل مقدار میانگین یک متغیر (مانند: اندازه رینگ پیستون، دوام مواد و ...) رسم می گردند.

- ✓ ***نمودار*** X ***یا نمودار مشاهدات انفرادی:*** در این نمودار، اندازه ها یا مشاهدات انفرادی به منظور کنترل مقدار میانگین یک متغیر رسم می گردند؛ این نمودار شبیه نمودار $\overline{X}$ می باشد، با کمی دقت متوجه خواهید شد که مقادیر مشاهدات انفرادی همان میانگینها برای نمونه هایی با اندازه ۱ می باشند. نمودار X برای مشاهدات انفرادی اغلب برای وضعیتهایی بنا شده است که فرآیند تولید بطور طبیعی تعداد کمی از آیتمهای (اقلام) انفرادی را تولید می کند.

[10] . Shewhart Control Charts

- ***نمودار میانگین متحرک و نمودار میانگین متحرک موزون نمایی:*** در این نوع نمودارها به جای میانگینها یا مشاهدات انفرادی، یک هموار کننده میانگین متحرک جهت نشان دادن هر نوع روند یا انحرافی که غالبا وجود دارد (ولیکن خیلی کوچک است) بکار برده می شود. همچنین نمودارهای میانگین متحرک (MA) و میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA) را می توان برای مشاهدات انفرادی نیز ساخت (یعنی برای $n=1$).

- ***نمودار مجموع تجمعی (CuSum):*** این نمودار برای اولین بار توسط پیج[11] در سال ۱۹۵۴ در مجله بیومتریکا چاپ شد و توسط سایر نویسندگان مانند جانسون، لئون و لوکاس مورد بررسی قرار گرفت و توسعه داده شد. در این نمودار به جای رسم نقاط انفرادی، جمع تجمعی انحرافات اندازه های انفرادی از خط مرکز یا مقدار هدف رسم می شود. این نمودار بویژه در آشکارسازی انحرافات کوچک نیرومند می باشد؛ اگر تعداد زیادی نمونه داشته باشیم نمودار X ممکن است فرآیند را خارج از کنترل نشان ندهد ولی نمودار CuSum در این مورد بسیار حساس می باشد و به سرعت این تغییرات کوچک را نشان می دهد. اگر کسی مجموع تجمعی انحرافات میانگینهای نمونه های متوالی را از یک مشخصه هدف رسم کند، حتی کوچکترین تغییرات دائمی در میانگین فرایند در نهایت منجر به مجموع تجمعی انحرافات بزرگ خواهد شد. از اینرو، این نمودار برای آشکار سازی تغییرات کوچک دائمی که ممکن است هنگام استفاده از نمودار $\overline{X}$ آشکار نشوند، بسیار مناسب می باشد.

- ***نمودار R:*** در این نمودار، دامنه های نمونه به منظور کنترل تغییرپذیری یک متغیر رسم می شوند.

- ***نمودار MR :*** این نمودار بطور عادی همراه با نمودارهای مربوط به مقادیر انفرادی (همانند X و CuSum) برای کنترل تغییرپذیری یک متغیر بکار می رود.

[11]. Page

در اینجا به جای دامنه های نمونه، دامنه (متحرک) نقاط همجوار (مشاهدات انفرادی) رسم می گردند.

- ***نمودار S :*** در این نمودار انحراف معیارهای نمونه برای کنترل تغییرپذیری یک متغیر رسم می شوند. این نمودار زمانی بر نمودار R ترجیح داده می شود که اندازه نمونه ها بزرگ باشد و یا اندازه نمونه ها برای زیرگروه ها یکسان نباشد. برخی از محققین باور دارند زمانیکه اندازه نمونه ها خیلی کوچک است نتایج نمودار R و S یکسان است و در چنین مواقعی بهتر است از نمودار R استفاده نماییم.
- ***نمودار S^2:*** در این نمودار واریانسهای نمونه برای کنترل تغییرپذیری یک متغیر رسم می شوند.

۱–۴–۲ نمودارهای کنترل برای مشخصه های وصفی

مهمترین این نمودارها بصورت زیر می باشند:

- ***نمودار C :*** در این نمودار تعداد نقصها (در هر انباشته، در هر روز، در هر دستگاه، در هر ۱۰۰ پا لوله و ...) رسم می شود. این نمودار فرض می کند که نقصهای صفت کیفی نادر می باشد، از اینرو حدود کنترل در این نمودار بر اساس توزیع پواسون (توزیع پیشامدهای نادر) محاسبه می شود.

- ***نمودار U :*** در این نمودار نسبت نقصها، یعنی، تعداد نقصها تقسیم بر تعداد واحدهای بازرسی شده (مثلاً : تعداد دسته ها و ...) رسم می شود. بر خلاف نمودار C این نمودار به تعداد ثابتی از واحدها نیاز ندارد و برای مثال زمانیکه انباشته ها (نمونه ها) با اندازه های متفاوت هستند هم می تواند استفاده شود.

- ***نمودار NP :*** در این نمودار تعداد نقصها (در هر انباشته، در هر روز، در هر دستگاه) همانند نمودار C رسم می شود. هرچند، حدود کنترل در این نمودارها بر اساس توزیع حوادث نادر نیست، بلکه بیشتر بر اساس توزیع دوجمله ای می باشد. از اینرو، این نمودار زمانی استفاده می شود که پیشامد نقصها کمیاب نیست (مثلاً، نقصها در بیش از ۵٪ واحدهای بازرسی شده رخ می دهند). برای مثال، ممکن است از این نمودار برای کنترل تعداد واحدهای تولید شده با نقصهای کمتر استفاده کنید.

- ***نمودار P :*** در این نمودار، درصد نقصها (در هر انباشته، در هر روز، در هر دستگاه) همانند نمودار U رسم می شود. هرچند، حدود کنترل در این نمودارها بر اساس توزیع حوادث نادر نیست، بلکه بیشتر بر اساس توزیع دوجمله ای (نسبتها) می باشد. بنابراین، استفاده از این نمودار برای حالاتی که پیشامد نقصها کمیاب نیست، کاربرد بیشتری دارد (بعنوان مثال، برای حالاتی که انتظار دارید درصد نواقص بیش از ۵ ٪ تعداد کل واحدهای تولید شده باشد).

۱–۵ تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند

فنون آماری می توانند در مراحل مختلف تولید یک محصول که شامل فعالیتهای توسعه ای قبل از تولید هم می گردند، مفید واقع شوند. از میان این فعالیتها می توان به کمی نمودن تغییرپذیری فرآیند، تجزیه و تحلیل تغییرپذیری با توجه به نیازها و مشخصات فنی محصول و کمک به ساخت و توسعه آن به گونه ای که این تغییرپذیری حذف و یا به میزان نسبتا زیادی کاهش یابد اشاره کرد. این فعالیتهای کلی را تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند می نامند.

کارایی فرآیند به یکنواختی فرآیند اشاره دارد. این نکته کاملا بدیهی است که تغییرپذیری فرآیند، معیاری برای یکنواختی خروجی آن می باشد. تغییرپذیری فرآیند را به دو صورت می توان در نظر گرفت:

۱. تغییرپذیری ذاتی یا طبیعی در یک مقطع زمانی خاص و یا بعبارت دیگر تغییرپذیری لحظه ای
۲. تغییرپذیری در طول زمان.

تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند جزء ضروری یک برنامه بهبود کیفیت محسوب می شود. از بین کاربردهای مهمی که اطلاعات حاصل از تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند دارند می توان به موارد زیر اشاره نمود:

۱. پیشبینی میزان تطابق فرآیند با تولرانسها
۲. کمک به تولیدکنندگان / طراحان محصول در انتخاب یا اصلاح یک فرآیند
۳. کمک به انتخاب فاصله نمونه گیری برای اهداف کنترل فرآیند
۴. تعیین و مشخص نمودن خواسته های عملکرد یک محصول جدید
۵. انتخاب بین تامین کنندگان بالقوه
۶. برنامه ریزی توالی فرآیندهای تولید وقتیکه فرآیندها اثر متقابل بر تولرانسها دارند
۷. کاهش تغییرپذیری در یک فرآیند تولید.

بنابراین، تجزیه و تحلیل فرآیند روشی است که در بسیاری از مراحل تولید یک محصول کاربرد دارد. این مراحل شامل طراحی محصول و فرآیند، انتخاب تامین کننده و برنامه ریزی ساخت و تولید می گردد. سه روش اصلی برای تجزیه و تحلیل کارایی فرآیند وجود دارد: نمودارهای احتمال یا فراوانی، نمودارهای کنترل و طراحی آزمایشها.

در اغلب مواقع ترجیح داده می شود که کارایی فرآیند بصورت یک کمیت ارائه گردد. یکی از راه های انجام اینکار، استفاده از اندیسهای کارایی فرآیند می باشد. در فصل بعد به معرفی اندیسهای کارایی فرآیند یک متغیره و همچنین به بررسی برخی ویژگیهای توزیعی و استنباطی و تاثیر خطای اندازه گیری بر روی آن می پردازیم. در فصل آخر، مهمترین اندیسهای کارایی چندمتغیره را معرفی نموده و تاثیر خطای اندازه گیری را بر روی اندیس MC_p بررسی می کنیم.

۱–۶ نماد گذاری

USL: حد بالای مشخصه فنی

LSL: حد پایین مشخصه فنی

X: متغیر مورد نظر که مشخصه کیفی بر روی آن بررسی می شود

μ : میانگین متغیر X

σ : انحراف معیار متغیر X

σ_Y : انحراف معیار متغیر مشاهده شده Y

Σ : ماتریس واریانس و کوواریانس متغیر X در حالت چند متغیره

Σ_Y : ماتریس واریانس و کوواریانس متغیر مشاهده شده Y در حالت چند متغیره .

فصل ۲

اندیسهای کارایی یک متغیره

۲–۱ مقدمه

کارایی فرآیند، به قابلیت ذاتی فرآیند برای تولید اجزای یکسان در طول یک دوره زمانی مشخص، تحت برخی شرایط معین گفته می شود. اندیسهای کارایی فرآیند، اندازه ای عددی از کارایی یک فرآیند تولید را بیان می کنند. بنابراین، این اندیسها شاخصی جهت پی بردن به تحت کنترل بودن یا نبودن یک فرآیند تولید می باشند. اندیسهای کارایی فرآیند، بطور گسترده در صنایع تولیدی برای اندازه گیری توانایی فرآیند در کشف آیتمهایی که مطابق با حدود مشخصات هستند، مورد استفاده قرار می گیرند. فرمول تحلیلی این اندیسها ساده

بوده و بعلاوه، آنها خلاصه ای از چیزی که در طبقه تولید رخ می دهد را تنها با یک عدد بیان می کنند.

در این فصل، فرآیند تولیدی را بررسی می کنیم که بطور متوالی واحدهای تولیدی که توسط دنباله ای از کاراکترهای کیفی $N(\mu,\sigma^2)$ مستقل نرمال تولید می شوند. فرض کنید X بیانگر کاراکتر کیفی مربوطه باشد. واحدی را منطبق (سالم) گوییم که $LSL \le X \le USL$، که LSL و USL به ترتیب حدود تولرانس پایینی و بالایی هستند. مقدار هدف برای میانگین فرآیند $\mu = E(X)$ فرض می شود که نقطه وسط بازه تولرانس $[LSL;USL]$ یعنی $M = (USL + LSL)/۲$ باشد. همچنین $d = (USL - LSL)/۲$ را فاصله میان مقدار هدف و حدود فاصله اطمینان در نظر می گیریم. در برخی موارد که فرآیند از توزیع نرمال پیروی نمی کند، شاخصهای دیگری مورد استفاده قرار می گیرد که خارج از بحث ما می باشد.

اندیسهای کارایی فرآیند نشان می دهند که به چه میزان خروجیهای فرآیند، مطابق با مقدار هدف و حدود مشخصه هستند. در ادامه به معرفی این اندیسها می پردازیم.

۲–۲ اندیسهای کارایی تک متغیره

اندیس C_p، یکی از پرکاربردترین اندیسها می باشد و بصورت زیر محاسبه می شود:

$$C_p = \frac{USL - LSL}{۶\sigma} = \frac{d}{۳\sigma}$$