

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ  
سُبْحَانَ اللَّهِ عَمَّا يُشْرِكُونَ  
اللَّهُ أَكْبَرُ عَمَّا يُشْرِكُونَ



دانشگاه آزاد اسلامی

واحد تهران مرکزی

دانشکده علوم پایه، گروه فیزیک

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد (M.Sc)

گرایش: نجوم

عنوان:

ناهمسانگردی تابش میکروموج زمینه کیهانی ناشی از اختلال چگالی

استاد راهنما:

دکتر مجید محسن زاده گنجی

استاد مشاور:

دکتر پرویز زبده

پژوهشگر:

فاطمه مکی نسب

تابستان ۱۳۹۰



**ISLAMIC AZAD UNIVERSITY**

**Central Tehran Branch**

**Faculty of Basic Sciences- Department of Physics**

**“M.Sc” Thesis**

**On Astronomy**

**Subject:**

**Anisotropy of Cosmic Microwave Background  
radiation Due to the density perturbation**

**Supervisor:**

**Dr.Majid Mohsenzade Ganji**

**Advisor:**

**Dr.Parviz Zobdeh**

**By:**

**Fatemeh Makinasab**

**Summer2011**

## تشکر و قدردانی

"الحمد لله رب العالمين"

از استادان بزرگوارم دکتر مجید محسن زاده گنجی و دکتر پرویز زبده که با صبوری مرا در این امر یاری فرمودند و همچنین پدر و مادر بزرگوارم که همواره پشتیبان و راهنمایم بوده اند.

## تقدیم بہ:

ساحت مقدس امام عصر (عج)

وکریم اہل بیت امام حسن مجتبیٰ (ع)

بسم الله الرحمن الرحيم

فهرست

صفحه	عنوان
۱	۱) مقدمه
۲	۱-۱) پیش گفتار
۴	۱-۲) برخی مفاهیم کیهان شناسی
۲۱	۱-۳) مروری بر کیهان شناسی
۲۴	۱-۴) روند آغازین کیهان شناسی
۲۶	۱-۵) انواع کهکشان
۲۹	۲) تابش میکرو موج زمينه ي کیهانی
۲۹	۲-۱) نظریه انفجار بزرگ
۳۰	۲-۲) اساس کیهان شناسی انفجار بزرگ
۳۲	۲-۳) آزمایشهای انفجار بزرگ
۳۵	۲-۴) تاریخچه میکرو موج زمينه ي کیهانی
۴۱	۲-۵) فراسوي کیهان شناسي انفجار بزرگ
۴۷	۳) بررسی ویژگیهای میکرو موج زمينه ي کیهانی
۴۸	۳-۱) تشکیل <i>cmb</i> و ویژگی های آن
۴۸	۳-۲) میکرو موج زمينه
۵۳	۳-۳) تابشهای زمينه
۵۵	۳-۴) دمای زمينه
۵۸	۳-۵) گرمایی شدن

۶۵	۴) انواع اختلال و اختلال چگالی
۶۶	۴-۱) ناهمسانگردیهای تابش میکرو موج زمینیهی کیهانی
۷۰	۴-۲) ناهمسانگردی ناشی از اختلال چگالی
۷۶	۴-۳) طیف توانی <i>cmb</i>
۸۲	۴-۴) ناهمسانگردی دو قطبی
۸۳	۴-۵) ناهمسانگردی ناشی از افق ذره
۸۵	۴-۶) ناهمسانگردیهای کوچک زاویه ای
۸۷	۴-۷) اثر سانیف زلدویچ
۸۸	۴-۸) نوسانهای ساخاروف
۸۹	۴-۹) آزمایشهای آتی
۹۱	بحث کلی
۹۵	پیوست الف
۱۰۵	پیوست ب
۱۱۴	پیوست ج
۱۲۷	مراجع

## خلاصه

همانطور که می دانیم علاوه بر اختلال ماده، که می تواند از طریق مشاهدات مربوط به توزیع و حرکت کهکشانها انجام گیرد، اختلالاتی نیز در فوتونهای کیهانی وجود دارد. ما فوتونهای کیهانی را بعنوان تابش میکروموج زمینه کیهانی می شناسیم. این تابش بعنوان مرجع و زمینه برای بررسی ساختار جهان از اهمیت خاصی برخوردار است، و چون این تابش مربوط به جهان اولیه است، آنرا تابش کیهانی گویند. شدت این تابش میکروموج زمینه کیهانی بر حسب فرکانس را می توان با دقت خوبی، یک توزیع جسم سیاه در نظر گرفت. اما اخیرا مشاهدات نشان می دهد که برای یک طول موج داده شده، یک ناهمسانگردی کوچک در شدت تابش میکروموج زمینه کیهانی وجود دارد. یعنی، شدت تابش میکروموج زمینه کیهانی وابسته به جهت مشاهده است. ما در این پایان نامه قصد داریم ناهمسانگردی ایجاد شده در تابش میکروموج زمینه کیهانی که ناشی از اختلال چگالی است را مورد بحث و بررسی قرار دهیم.



## فصل اول

### مقدمه

"سُرِّيهِمْ آيَاتِنَا فِي الْاِفَاقِ وَ فِي اَنْفُسِهِمْ حَتَّىٰ يَتَبَيَّنَ لَهُمْ اَنَّهٗ الْحَقُّ"

"بزودی نشانه های خود را در اطراف جهان و درخودشان به آنها می‌نمایانیم ، تا اینکه برای آنها آشکارا شود که او حق است."

ستایش شایسته خداوندی است که به رازهای پنهان آگاهی دارد و پدیده های آشکار آفرینش بیانگر توانایی اوست. خداوندی که هفت آسمان را پدید آورد و در زیر آن امواجی ایسنا و بازدارنده بیافرید و بر فراز سقفی بلند و استوار که بر ستونی تکیه ندارد و میخهایی آن را استوار و منظم سازد. آنگاه آسمان را به زیور اخترانی روشن و ستارگانی درخشانده بیاراست و چراغهایی درخشان و قمرهایی روشنگر در مدارهایی گردان و سقفی چرخان و گنبدی جنبان به گردش آورد.

سلام بر پیام آوران وحی و راهنمایان سعادت و روشنگران راه حق و حقیقت، بخصوص خاتم پیامبران حضرت محمد ابن عبدالله صلی الله علیه و آله که نور علم و خداپرستی را بردل‌های جهانیان تابانید. و درود و بدرود بر جانشینان پاک و معصومش که هر یک کشتی نجاتی بر عالمیانند.

### ۱-۱) پیش گفتار

هیچ شاخه ای از علوم نمی تواند مدعی داشتن زمینه ای جالب توجه‌تر از کیهان شناسی شود زیرا کیهان شناسی علم مطالعه‌ی عالم است و تعریف عالم همه چیز را در بر می‌گیرد. نجوم کار خود را با مطالعه‌ی ویژگی‌های سیارات و ستارگان آغاز کرد، و به تدریج گسترش یافت و به مرزهای دستگاه راه شیری رسید، که کهکشان مربوط به ماست. روشهای نجومی جدید موضوع را فراتر از کهکشان به اجسام دور دستی گسترش داده‌اند که نور آنها پس از بیلیونها سال به ما می رسد.

کیهان شناسی بیشتر به جهان فرا کهکشانی می‌پردازد که بررسی ساختار بزرگ مقیاس عالم است که تا فاصله‌های بیلیونها سال نوری گسترش می یابد.

اینکه ابزارهای رصدی ما آنقدر خوب هستند تا اطلاعات کافی درباره‌ی ساختار بزرگ مقیاس عالم را در اختیارمان بگذارند؟ و یا آیا شناخت ما از قوانین حاکم بر طبیعت آنقدر کافیست که این اطلاعات را تفسیر کند را با این گفته‌ی انیشتین می‌توان پاسخ داد که "غیر قابل درک ترین چیز درباره‌ی عالم، قابل فهم بودن آن است" بنابراین شناخت ما از قوانین فیزیکی هنوز جای پیشرفت بسیار دارد.

بدنبال پیشرفت علم فیزیک و ورود به عرصه‌ی کیهان شناسی و جهان بینی، دانشمندان عملاً مسئله را به دو بخش تقسیم می‌نمایند:

نخست قوانینی که مارا در جریان چگونگی تغییر و تحول هستی نسبت به زمان قرار می‌دهند یعنی "اگر در هر لحظه بدانیم جهان چه شکلی دارد این قوانین فیزیکی به ما خواهند گفت که در هر لحظه دلخواه بعد از آن، چگونه جهان را خواهیم دید؟" ثانیاً مسئله حالت نخستین هستی مطرح می‌باشد که "چگونگی وقوع عالم و رخ داد عجیب آن مدتهاست که بی پاسخ مانده و عده‌ای معتقدند که به متافیزیک و مذهب بر می‌گردد.

به نظر می‌رسد قادر متعال از آنجا که هستی را بر اساس نظامی قانونمند و بسیار دقیق و مرتب خلق نموده اراده‌اش بر آن بوده که عالم را به گونه‌ای حساب شده و طبق قوانین معینی در راستای هدفمند ایجاد کند.

از آنجا که بر همگان ثابت شده که تمام موجودات عالم بر اساس موازین و قوانین بسیار منظم و یکپارچه راه تکامل را طی می‌کنند بنابراین می‌توان نتیجه‌گرفت که بی‌شک و تردید قوانینی نیز وجود دارند که بر وضعیت نخستین عالم حکم می‌راند.

برای توضیح منشأ پیدایش و سرانجام جهان، چندین نظریه موجود است که از میان آنها نظریه‌ی انفجار بزرگ‌داغ [1] (*hot big bang*) درباره پیدایش گیتی و اخیراً مدل ماده‌ی سیاه داغ و سرد [1] (*hot and cold dark matter*) بیشترین مقبولیت را دارند.

درباره‌ی وضع آینده جهانی که در آن زندگی می‌کنیم نیز نظرات کاملاً متفاوتی وجود دارد. برخی عقیده دارند که جهان تا بی‌نهایت به انبساط خود ادامه می‌دهد در حالیکه گروهی دیگر بر خلاف آنها محدوده‌ای برای گسترش قائلند و معتقد هستند که زمانی می‌رسد که این انبساط متوقف می‌شود و پس از آن جهان رو به انقباض می‌رود و در هم فرو می‌ریزد و دوباره در نقطه‌ی اولیه منتظر زایشی جدید می‌نشیند.

هدف کلی بحث کیهانشناسان شرح پدیده‌هایی همچون شکل‌گیری کهکشانها دسته‌بندی در توزیع آنها، دامنه و شکل ناهمسانگردیها در میکروموج زمینه‌است.

#### ۱- ۲) برخی مفاهیم کیهان شناسی

قبل از شروع بحث اصلی اجازه دهید بعضی از پارامترها و مفاهیم کیهانشناختی که در این بحث با آنها سرو کار داریم را ارائه دهیم و بقیه‌ی موارد را در ضمیمه قرار خواهیم داد.

- طول: فیزیکدانها از متر (یکا در سیستم SI) یاسانتی متر (در سیستم CGS) استفاده میکنند. اگر چه از این یکاها در به دست آوردن عبارتهای مربوط به فرمولهای فیزیکی استفاده می‌کنیم اما آنها برای فواصل کیهانی بسیار کوتاهند بنابراین از سال نوری استفاده می‌شود که فاصله‌ای است که نور در

یک سال می‌پیماید. نور در خلاء با سرعت 300000 کیلومتر در ثانیه حرکت میکند، بنابراین سال نوری، تقریباً برابر با 9461000 میلیون کیلومتر است. معمولاً اخترشناسان از واحد پارسک (pc) استفاده می‌کنند. یک پارسک، فاصله‌ایست که از آن، قطر دایره زمین تحت زاویه 1 ثانیه رؤیت می‌شود و از آنجا که هر ثانیه برابر با  $\frac{1}{3600}$  درجه است پس یک پارسک معادل با 3.26 سال نوری است ( $1pc = 3.26 \text{ light years} = 3.09 \times 10^{16}$ ) برای کیهانشناسان، واحد مگاپارسک بصورت  $1Mpc = 10^6 pc$  تعریف می‌شود، مناسب است.

- زمان: یکای بنیادی برای زمان "ثانیه" است. در کیهان شناسی به مقیاسهای زمانی بسیار طولانی احتیاج داریم یکای نوعی گیگا سال  $1Gyr = 10^9$  مناسب است.
- جرم: فیزیکدانها از یکای کیلوگرم در SI و cgs استفاده می‌کنند ولی جرم اجرام سماوی بر حسب یکای جرم خورشید بیان می‌شود که برابر است با:

اغلب  $h^{-1}Mpc$  را برای فواصل بسیار دور تعریف می‌کنند. تعریف

- برای توصیف تحول جهان، ما به معادله‌ی حالت احتیاج داریم یعنی یک رابطه بین فشار P و چگالی  $\rho$  باید داشته باشیم. کلاً لازم است تمام شماره‌های کامل که برای کیهان شناسی در نظر گرفته می‌شوند از معادله‌ی حالت زیر پیروی کنند.
- که در اینجا  $\omega$  مقدار ثابت و مستقل از زمان است

$$p = \omega\rho \quad (1-2-1)$$

با استفاده از معادله‌ی بقاء انرژی  $\nabla_{\mu}T_0^{\mu} = 0$  برای شماره کامل، و نیز استفاده از رابطه‌ی فوق نتیجه‌ی زیر بدست می‌آید [7] (اثبات در پیوست A)

$$\rho \propto a^{-3(1+\omega)} \quad (2-2-1)$$

برای این مورد معمولاً سه حالت در نظر گرفته می‌شود:

(الف) تسلط ماده (*matter dominated*)

(ب) تسلط تابش (*radiation dominated*)

(ج) تسلط خلاء (*vacuum dominated*)

الف) تسلط ماده : ناحیه ای است که در آن تسلط ماده نسبت به چیزهایی دیگر بیشتر است پس در این ناحیه ما فرض می‌کنیم که ذرات غیر نسبیتی‌اند و برخورد با هم ندارند.

در این ناحیه  $\omega = 0$  می‌باشد [7] پس با جایگذاری در رابطه‌ی (1 - 2 - 2) خواهیم داشت:

$$\rho \propto a^{-3} \quad (3-2-1)$$

که این رابطه این طور بیان می‌کند که با انبساط هستی (یعنی افزایش  $a(t)$ ) چگالی  $\rho$  در حال کاهش است و قابل ذکر است که در حال حاضر جهان با استفاده از ناحیه‌ی تسلط ماده توضیح داده می‌شود.

ب) تسلط تابش : در این ناحیه فرض می‌کنیم که ذرات با سرعت نسبیتی حرکت می‌کنند پس انرژی آنها بسیار زیاد بوده بطوریکه می‌توان از جرم آنها صرف نظر کرد. در نتیجه تمام این ذرات یا شبیه فوتون‌ها یا نوترینوها رفتار می‌کنند در این جهان که چگالی انرژی به شکل تابش است ناحیه‌ی تسلط تابش نامیده می‌شود. در این ناحیه  $\omega = \frac{1}{3}$  است [7] و در نتیجه از رابطه (1 - 2 - 2) داریم:

$$\rho \propto a^{(-4)} \quad (4-2-1)$$

ج) تسلط خلاء : در این ناحیه  $\omega = -1$  می‌باشد [7] و با جایگذاری در رابطه‌ی فوق خواهیم داشت:

$$P = -\rho = \text{ثابت} \quad (5-2-1)$$

همانطور که می‌بینیم چون فشار و چگالی برابر مقدار ثابتی است و از  $a$  مستقل است یعنی  $\rho$  نسبت به زمان و هم نسبت به مکان، همگن و همسانگرد است.

مرسوم این است که واحدها را طوری انتخاب کنند که  $c = 1$  و  $\hbar = 1$  باشد بنا بر این یعنی 299,792,458 متر معادل با یکثانیه است و نیز جرموزمان معکوس یکدیگرند.

- جهان در حال انبساط

فاکتورهای اندازه‌گیری و پارامتر هابل

اگر جهان همگن و همسانگرد است، فاصله‌ی بین دو نقطه‌ی هم حرکت با اندازه‌ی فاکتور جهان

$$a(t) \text{ متناسب است. در اینجا } \tau \text{ زمان کیهانی است. [1]}$$

یک نقطه‌ی هم حرکت (*comoving*) با انبساط جهان حرکت میکند. در تعریف قراردادی، چگالی اندازه حرکت صفر را بعنوان موقعیت یک مشاهده‌گر، اندازه می‌گیرد.

فاکتور مقیاس در دوره‌ی کنونی بهنجار به یک است. بطور کلی، اندیس صفر بر دوره‌ی کنونی اشاره دارد. فاصله‌ی یک نقطه‌ی هم حرکت داده شده، از موقعیت ما اندازه‌گیری می‌شود. و میتوان نوشت:

کنونی است. تغییر جزئی در زمان که به زمان همدیسی معروف می باشد، غالباً مفید است. و بوسیله‌ی رابطه‌ی زیر تعریف می شود [1]:

$$d(\tau) = \frac{dt}{a(t)} \quad (6-2-1)$$

برای ذره‌ی آزادی که با سرعت  $c = 1$  در حرکت است، مختصات فاصله‌ی طی شده در بازه‌ی یک زمان همدیسی  $\Delta\tau$  بطور ساده  $\Delta t$  است. که این نتایج را برای فوتونها و نوترینوهای بی جرم بکار می بریم.

- قانون هابل

در سال ۱۹۲۹، هابل که کوششهای او در طبقه بندی کهکشانها معروف است، به تحلیل علت پدیده انتقال به سرخ در طیف برخی کهکشانها پرداخت. او دریافت که میان سرعتی که یک کهکشان از ما دور می شود و فاصله آن رابطه‌ی وجود دارد و این بدان معناست که هر چه کهکشانی دور تر باشد مشاهده می شود که سرعت دور شدن آن هم بیشتر می شود این اصل به نام قانون هابل خوانده می شود، بعدها بصورت رابطه‌ی تنظیم شد که می توان آن را بشکل زیر نوشت:

که در این  $H$  نماینده عددی است که ثابت هابل نامیده می شود.

در هر دوره، سرعت انبساط جهان بوسیله‌ی پارامتر هابل داده می شود.

$$H \equiv \frac{\dot{a}}{a} \quad (7-2)$$

(۷)

زمان هابلی  $H^{-1}$  و فاصله‌ی هابلی  $CH^{-1}$  (با انتخاب  $C = 1$  مساویست با  $H^{-1}$ ) اهمیت بسیار مهمی دارد. فاصله هابل اغلب افق نامیده می شود. زیرا این یک فاصله‌ی تخمینی رامیسرمی سازد که در صورتی جهان بطور محسوس منبسط شود، توری می تواند حرکت کند. (در اینجا نور (light) حامل ایده-آل اطلاعات است زیرا بدون هیچ برخوردی با سرعت  $C = 1$  حرکت می کند) اکنون دو کمیت ایده آل را در نظر می گیریم:

افق ذره، که مسافتی است بر حسب  $a = 0$  که نور توانسته از ابتدای جهان در نوردد. [1]

افق رویداد، مسافتی است که نور خواهد توانست در آینده حرکت کند. [1]

<sup>۱</sup> به پیوست A مراجعه شود.

از این سه (فاصله هابل، افق ذره، افق رویداد) فاصله هابل بسیار مهمتر است که به همین دلیل افق نامیده می‌شود. برای اهداف بسیاری، ما از انبساط عالم در مناطق بسیار کوچکی، از مسافت هابلی، در طی مدتی بسیار کم، از زمان هابلی چشم پوشی می‌کنیم. (به عبارت دیگر، در یک منطقه از فضا زمان که روی مقیاس هابلی کوچک است صرف نظر می‌کنیم.) به ویژه به علت فرآیندهایی از قبیل انتشار امواج و برقراری تعادل گرمایی، چنانکه اگر انبساط هم نمی‌بود، اتفاق می‌افتاد، چنین فرآیندهایی روی مقیاسهای بزرگ نمی‌تواند رخ دهد. وقتی ماجهان ناهمگن را مطالعه می‌کنیم یک سوال بسیار سخت، چگونگی تعیین مقیاسهای فاصله هاست و بویژه چگونه یک اندازه‌ی بدست آمده را با مشخصات اندازه‌های شبیه طول هابلی مقایسه کنیم.

نسبت مقیاس خود همراه  $\frac{a}{k}$  به فاصله هابل  $H^{-1}$ ، مساوی است با  $\frac{\dot{a}}{k} = \frac{aH}{k}$ . با شرط اینگونه گرانش جاذبه است یعنی  $\ddot{a} < 0$ ،  $\frac{aH}{k}$  تابعی نزولی نسبت به زمان می‌باشد. چون گرانش جاذبه است، در این صورت سبب کند شدن انبساط می‌شود پس  $\dot{a}$  تابعی نزولی از زمان شده، در نتیجه کمیت  $\frac{aH}{k} = \frac{\dot{a}}{k}$  نیز تابعی نزولی از زمان می‌شود.

در حالتیکه  $\frac{aH}{k} = 1$  باشد گفته می‌شود که مقیاس وارد افق شده است (*horizon entry*). قبل از داخل شدن افق اگر  $\frac{aH}{k} > 1$  (بزرگتر از ۱) باشد، گفته میشود که مد خارج افق (*outside the horizon*) است یعنی مقیاس بزرگتر از فاصله افق است. اگر  $\frac{aH}{k} < 1$  (کمتر از ۱) باشد، مد داخل افق (*inside the horizon*) است که به معنای این است که مقیاس خیلی کوچکتر از آن است که روی فرآیندهای علتی اثر بگذارد.

مشخصه‌های کلیدی تورم، به روشی که در آن مقیاسها با مقیاس هابل مقایسه شوند مربوط می‌شوند. یک مقیاس در طول دوره تورم، می‌تواند از درون افق شروع شده و تا بیرون افق ادامه یابد.

سرعت نسبی یک جفت ناظر هم حرکت نزدیک به هم بوسیله‌ی فاصله‌ی  $H^{-1}$  و سرعت  $v = Hdr \ll 1$  مشخص می‌شود.

- انتقال به سرخ

در سال ۱۸۶۸ ستاره شناس انگلیسی بنام سرویلیام هوینگنز، نخستین فردی بود که به این نکته توجه کرد که در برخی ستارگان خطوط طیفی بسوی انتهای سرخ طیف جابجا شده اند. او این پدیده را به اثر دوپلر نسبت داد، که پیش از آن در سال در سال ۱۸۴۲ کشف شده بود. طبق این اثر، و همان قیاس که تن صدای آمبولانسی که در حال حرکت است در هنگام نزدیک با تن صدای آن که در حال دور شدن متفاوت است، طول موج ستاره یا کهکشانی که به ما نزدیک یا دور می‌شود نیز دستخوش تغییر می‌شود.

شود. آندسته از ستارگان یا کهکشانهایی که از زمین دور میشوند، طول موج خطوط طیفی آنها بسوی انتهای قرمز جابجا می شود (انتقال به سرخ)، در حالیکه آندسته از ستارگان و یا کهکشانهایی که به زمین نزدیک می شوند، خطوط طیفی آنها بسمت انتهای بنفش طیف منتقل می شوند (انتقال به بنفش) در دوره کنونی انتقال به سرخ  $z$  نور از یک چشمه‌ی کیهانشناختی به وسیله‌ی رابطه‌ی زیر تعریف شده است. [1]

$$1 + z = \frac{\lambda_{obs}}{\lambda_{emit}} \quad (۲-۱)$$

در اینجا  $\lambda_{obs}$  طول موج ناظر است و  $\lambda_{emit}$  طول موج نقطه‌ی انتشار است. برای  $z \ll 1$ ، انتقال به سرخ بوسیله‌ی قانون هابل،  $z = Hdr$  معین شده است. که به ما اجازه‌ی تعیین دقیق مقدار کنونی  $H_0$  را اگر فاصله‌ی بین کهکشانشناختیها دقیقاً مشخص باشد، می دهد.

مقدار کنونی  $H_0$  همیشه بوسیله‌ی کمیت تعریف شده‌ی  $h$  پارامتری شده است و برابر است با [1]:

$$H_0 = 100h \text{ km. s}^{-1} M_{PC}^{-1} \simeq \frac{h}{3000} M_{PC}^{-1} \quad (۹-۲-۱)$$

در اینجا در تساوی آخری  $C = 1$  بکار برده شده است. چنانچه خواهیم دید ناظران پیشنهاد کرده اند که این  $H_0$  بین 0.5 و 0.8 واقع می شود.

زمان هابلی کنونی و فاصله‌ی هابلی کنونی به ترتیب مقدارهای زیر هستند [1]:

$$H_0^{-1} = 9.78 h^{-1} \text{ Gyr} \quad (۱۰-۲-۱)$$

$$cH_0^{-1} = 2998h^{-1} M_{PC} \quad (۱۱-۲-۱)$$

انتقال به سرخ  $z$  از منشاء نور که در زمان  $t_1$  انتشار یافته است (ترجیحاً نسبت به سالها یا مگا پارسکها) موضوعی است که در مشخص کردن هر دو مؤلفه‌ی زمان و مسافت مطلوب است.

وقتی از انتقال به سرخ برای ارجاع به یک زمان استفاده شود دقیقاً این معنی را می دهد: به سادگی منظور زمانی است که در آن فاکتور مقیاس  $\frac{1}{1+z}$  کسرم از مقدار کنونی اش باشد. وقتی از انتقال به سرخ برای ارجاع به یک فاصله استفاده می شود منظور فاصله‌ی ای است که نور در طول آن زمان طی

میکند، از آنجائیکه جهان همین که نور انتشار می یابد، منبسط می شود فاصله‌ی انتقال به سرخ مساوی با زمان انتقال به سرخ ضربدر سرعت نور نیست .

در کیهان شناسی، فاصله‌ها از طریق انتقال به سرخ اندازه گیری می شوند و بدلیل اینکه پارامتر هابل به اندازه‌ی یک عامل  $h$  عدم قطعیت دارد، فاصله‌های فیزیکی حقیقی هم به اندازه‌ی یک عامل  $h^{-1}$  دارای عدم قطعیت می باشند، حتی درحالتی که سرعت‌های بازگشتی خیلی خوب اندازه گیری شوند. برای نشان دادن این موضوع، فاصله‌ها به طور عمومی برحسب  $h^{-1}M_{PC}$  داده می شود.

#### - شتاب گرانشی و معادلات پیوستگی

بارشد کیهانشناسی در سالهای ۱۹۲۰/۱۲۹۹ علت اساسی دست بردن انیشتین در معادلاتش از بین رفت. الکساندر فریدمن، ریاضیدان روسی، در سال ۱۹۲۲/۱۳۰۱ به جوابهای دست یافت که ج. ابهای عمومی معادلات میدان انیشتین شدند. جوابهای فریدمان رفتار جهانی همگن و همسانگرد را، چه باثابت کیهانشناسی و چه بدون آن، بیان می کردند. مدلهای فریدمانی امروزه پایه کیهانشناسی به شمار می روند. معادله فریدمان مهمترین معادله کیهانشناسی است که انبساط عالم را توصیف می کند. این معادله چه از طریق گرانش نیوتونی و چه از طریق نسبیت عام استخراج شود، دارای نتیجه یکسانی خواهد بود.

اگر گرانش قابل صرف نظر کردن باشد پس  $\ddot{a} = 0$  و طبق تئوری نسبیت عام انیشتین انبساط نه تندشونده است نه کندشونده [1].

همین که گرانش به حساب آورده شود: (اثبات در پیوست الف)

$$\frac{\ddot{a}}{a} = -\frac{\rho + 3P}{6M_{PL}^2} + \frac{\Lambda}{3}$$

(۱۲-۲-۱)

در اینجا، بجای ثابت نیوتن  $G$ ،  $M_{PL} = (8\pi G)^{-1/2}$  را بکار می بریم.

اینجا چگالی انرژی جهان است و  $P$  هم فشار آن است. به اضافه ما  $\Lambda$  به عنوان ثابت کیهان شناسی گنجانیدیم. (ممکن است امکان شامل شدن یک چنین ترمی نادیده گرفته شود).

اما، بطور کلی، دانشمندان با شواهد قابل رؤیتی به وجود یک ثابت کیهان شناسی درجهانمان به اتفاق نظر رسیده اند. و این برای این منظور گنجانده شده است زیرا که این ثابت برای ساختار جهان، مخصوصا جهان مسطح لازم است.

زمان وابسته به  $\rho$  بوسیله‌ی معادله‌ی پیوستگی بدست آمده است. و این صورت نوشته می شود (اثبات در پیوست الف)



$$\dot{\rho} = -3\frac{\dot{a}}{a}(\rho + P)$$

(۱۳-۲-۱)

$$a\frac{d\rho}{da} = -3(\rho + P)$$

(۱۴-۲-۱)

به همین ترتیب این معادله‌ای است برای قانون پایستگی انرژی برای انبساط بی دررو

که  $dE = -pdv$  انرژی در حجم خود همراه  $v \propto a^3$  است. انبساط یک جهان همسانگرد، در واقع بی دررو است، زیرا گرما نمی تواند جابجا شود.

بجز در فازهای انتقالی ممکن که خیلی هم کوتاه انگاشته اند، بعد از تورم جهان گازی فرض شده است.

اگر مولفه‌های اصلی گاز توان دوم سرعت را معنی داده باشند، فشار  $P = \frac{\rho v^2}{3}$  است. (بخاطر داشته باشید که ما  $c = 1$  گرفتیم). این بطور جداگانه هریک از مولفه‌های گاز را بکار می برد و هر مولفه‌ی معلوم، معمولاً هریک از این دو را داراست.

$v \ll 1$  که ماده یا گاهی اوقات گردوغبار (dust) نامیده اند یا  $v \simeq 1$  (که تابش نامیده اند) برای سهم مربوط به ماده، معادله‌ی پیوستگی  $\rho_M \propto a^{-3}$  را می دهد، که بقا جرم را بیان می کند. برای سهم مربوط به تابش این  $\rho_M \propto a^{-4}$  را می دهد که فاکتور اضافی  $a^{-1}$  از سرخ گرایی انرژی ذرات به علت برخورد ها ناشی می شود. در حالت آفرینش یا نابودی ذرات،  $\frac{\rho_M}{\rho_R} \propto a$  و بنابراین جهان در ابتدا در دوره‌ی تسلط تابش بوده است. [1]

لحاظ کردن ثابت کیهان شناسی مفید است. بعنوان مثال در زمان غیر وابسته‌ی ممکن، سهم انرژی و حجم فشار این گونه است:

$$\rho_{total} = \rho + \rho_{vac}$$

(۱۵-۲-۱)

$$P_{total} = P + P_{vac}$$

(۱۶-۲-۱)

$$\rho_{vac} = -P_{vac} = M_{PL}^2 \Lambda \quad (۱۷-۲-۱)$$

مطابق عقاید کنونی  $\rho + P$  هرگز منفی نیست و همیشه در حال افزایش است.

بعنوان نتیجه، ثابت کیهان شناسی در ابتدای عالم ناچیز بوده است، ولی اکنون بسیار مهم است.

تعریف قراردادی تورم بعنوان یک دوره ی انبساط شتابان، متناظر است با  $P < -\frac{\rho}{3}$  [1].

- معادله ی فریدمن

در بکار بستن معادله ی پیوستگی، معادله برای  $\ddot{a}$ ، بوسیله ی معادله ی فریدمن می تواند جایگزین شود. [1]

در اینجا  $H = \frac{\dot{a}}{a}$  که پارامتر هابل است.

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{pl}^2} + \frac{\Lambda}{3} - \frac{k}{a^2} \quad (۱-۲)$$

(۱۸)

این معادله ی بوسیله ی ضرب پارامتر هابل در  $a^2$  و مشتق گیری از آن و همین طور بکارگیری معادله ی پیوستگی می تواند ثابت شود. (پیوست الف)

ثابت  $k$  هندسه ی گرانشی جهان را شرح داده است. اگر  $k = 0$  باشد جهان مسطح (اقلیدسی) است. اگر  $k > 1$  باشد جهان متناهی و بسته است و اگر  $k < 0$  باشد باز یا نامحدود است. (اگر  $k = 0$  باشد نیز جهان نامحدود است. اما بر حسب عادت مورد  $k$  منفی را برای دوره ی بازکنار گذاشتیم). [8]

- پارامتر چگالی

پارامتر چگالی راه مناسبی برای مشخص کردن چگالی عالم است. در معادله ی فریدمن، برای یک مقدار بدست آمده ی پارامتر هابل، چگالی ویژه ای وجود دارد، که به عنوان چگالی بحرانی  $\rho_c$  شناخته شده است، برای اینکه جهان در فقدان یک ثابت کیهان شناسی فضایی مسطح است. یعنی انحنای فضا صفر است، که با رابطه ی زیر بدست آمده است:

$$\rho_c = 3M_{pl}^2 H^2 \text{ ویک تابع زمانی است.}$$

مقدار کنونی اش  $\rho_{c,0} = 1.88h^2 \times 10^{-29} \text{ gcm}^{-3}$  است اگر بخواهیم شهود بهتری در مورد آن در واحدهای نجومی داشته باشیم برابر خواهد بود با:

$$\rho_{c,0} = 2.775h^{-1} \times 10^{11} \frac{M_{\odot}}{(h^{-1}M_{pc})^3} \quad (۱۹-۲-۱)$$

در اینجا  $M_{\odot} = 1.99 \times 10^{33} g$  جرم خورشیدی است. در حقیقت  $10^{11}$  تا  $10^{12}$  برابر جرم خورشید، جرم يك كهكشان نوعي است و يك مگاپارسك كم و بيش فاصله بين دو كهكشان است. بنابراین چگالی جهان ما خیلی با چگالی بحرانی فاصله ندارد.

این معادله همچنین در واحدهای ذرات فیزیکی می تواند باز نویسی شود به عنوان مثال:

$$\rho_{c,0} = (3.000 \times 10^{-3})^4 h^2 \quad (2-1)$$

(۲۰)

از آنجا که استفاده از کمیتهای بدون بعد مناسب تر است و معمولاً اندازه گیری چگالی انرژی به صورت کسری از چگالی بحرانی ساده تر است، کمیته بدون بعد پارامتر چگالی  $\Omega$  با رابطه ی زیر تعریف می شود:

$$\Omega = \frac{\rho}{\rho_c} \quad (2-1-21)$$

این معادله می تواند بطور جداگانه مولفه های متفاوت ماده در جهان، شبیه ماده ی غیر نسبیتی، تشعشعات و باریونها را بکار برده همچنین میتواند سهم  $\Omega = \frac{\Lambda}{3H^2 A}$  متناظر با ثابت کیهان شناسی را در برداشته باشد بنابراین میشود:

$$\Omega_{total} = \Omega + \Omega_{\Lambda} \quad (2-1-22)$$

بنابراین معادله ی فریدمن این طور باز نویسی می شود: (پیوست A)

$$\Omega_{total} - 1 = \frac{k}{a^2 H^2} \quad (2-1-23)$$

پس  $\Omega$  معیار دیگری از انحناي فضا است و بطور عادی  $\Omega_{total}$  به زمان وابسته است، اما اگر این مقدار مساوی ۱ باشد، که با حالت مسطح فضایی متناظر است، آنگاه برای همیشه ارزش آن حفظ می شود. [1] گاهی اوقات ناظران مقداری بین 0.5 و 0.8 را برای  $\Omega_0$  پیشنهاد می کنند که این بخوبی موجودیت ثابت کیهان شناسی را پشتیبانی میکند.

بنابراین بطور خلاصه داریم:

$$\begin{cases} \Omega > 1 \rightarrow k > 0 \rightarrow \text{جهان بسته} \\ \Omega = 1 \rightarrow k = 0 \rightarrow \text{جهان تخت} \\ \Omega < 1 \rightarrow k < 0 \rightarrow \text{جهان باز} \end{cases}$$

اگر  $\Omega > 1$  باشد آنگاه انحنای جهان بزرگتر از صفر ( $k > 0$ )، خواهد شد، یعنی چگالی جهان بزرگتر از چگالی بحرانی است و هندسه جهان بیضوی است و سرانجام جهان فرو خواهد ریخت . اگر  $\Omega = 1$  باشد آنگاه  $k = 0$  است یعنی هندسه جهان اقلیدسی است. اگر  $\Omega < 1$  باشد آنگاه انحنای جهان کوچکتر از صفر  $k < 0$  است و هندسه جهان هذلولی است و جهان دائماً در حال گسترش خواهد بود.

با حل معادلات فریدمن برای سه حالت فوق و با لحاظ اینکه وارد کردن  $k$  و  $\Lambda$  در معادله ی فریدمن بی اهمیت است برای  $k = \Lambda = 0$  ، معادله ی فریدمن به آسانی در مدت تسلط تابش یا تسلط ماده حل شده است ، بترتیب خواهیم داشت (پیوست A):

$$\rho_R \propto a^{-4}, \quad a \propto t^{1/2} \propto \tau \quad (24-2-1)$$

$$\rho_M \propto a^{-3}, \quad a \propto t^{2/3} \propto \tau^2 \quad (25-2-1)$$

( $\dot{a} > 0 \leftarrow H > 0$ ) یعنی عالم پیوسته در حال انبساط است. ولی وقتی چگالی عالم از چگالی بحرانی بیشتر باشد، از يك زمان به بعد شیب منحنی منفی می شود.

( $\dot{a} < 0 \leftarrow H < 0$ ) یعنی جهان از این زمان به بعد انقباض می یابد و این دقیقاً به معنای غلبه گرانش است.

- ثابت کیهان شناسی<sup>۲</sup>

بسیاری از ناظران اظهار می کنند که چگالی ماده در جهان خیلی کمتر از چگالی بحرانی است. اگر چنین است، بنابراین ، یک پیشنهاد متفاوت دیگری بر این باور است که جهان انحنای فضایی منفی دارد ، و ثابت کیهان شناسی  $\Lambda$  را معرفی می کند تا تختی فضایی جهان محفوظ بماند. بنابراین معادله ی فریدمن این طور باز خوانی می شود: [1]

$$H^2 = \frac{\rho}{3M_{PL}^2} + \frac{\Lambda}{3} \quad (27-2-1)$$

در بسیاری از نوشته ها ، برای اینکه تختی فضایی جهان حفظ شود باید تشخیص داد که آیا عبارت جهان با چگالی پایین ، ثابت کیهان شناسی را شامل می شود یا نه؟

در جهانی که ثابت کیهان شناسی در آن وجود دارد ، حل ، به صورت یک تابع نمایی است:

<sup>2</sup> .cosmological constant