دانشکده مهندسي

پايان نامه كارشناسي ارشد در رشته مهندسي
مكانيك (طراحي كاربردي)

بررسی توانمندی روش فرم ضعیف– قوی بدون المان در تحلیل استاتیکی و دینامیکی

توسط:
حمید رضا سعادت فرد

استاد راهنما:
دکتر فرهنگ دانشمند

اسفند ۱۳۸۸

به نام خدا

بررسی توانمندی روش فرم ضعیف– قوی بدون المان در تحلیل مسائل استاتیکی و دینامیکی

بوسیله:

حمیدرضا سعادت فرد

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

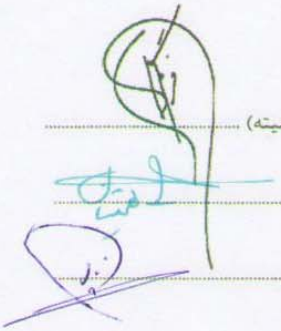
در رشته:

مهندسی مکانیک

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران



ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر فرهنگ دانشمند، دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک (رئیس کمیته) .....

دکتر محمد رحیم همتیان، دانشیار دانشکده مهندسی مکانیک .....

دکتر محمد رحیم نامی، استادیار دانشکده مهندسی مکانیک .....

اسفند ماه ۱۳۸۸

چکیده

بررسی توانمندی روش فرم ضعیف – قوی بدون المان در تحلیل استاتیکی و دینامیکی

به وسیله‌ی:

حمیدرضا سعادت‌فرد

پدیده های موجود در طبیعت چه فیزیکی،چه در ارتباط با زمین شناسی، چه مکانیکی، چه الکترونیکی وچه در ارتباط با زیست شناسی باشد، اغاب اوقات بویسله معادلات انتگرالی، دیفرانسیلی و جبری قابل بیان هستند. بدست آوردن حل دقیق این معادلات خواسته ای ایده آل است.اما متاسفانه تعداد بسیار محدودی از مسائل کاربردی راه حل دقیق دارند و بدلیل پیچیدگی دیگر مسائل استفاده از شیوه های حل تقریبی اجتناب ناپذیر است.

یکی از مهمترین روش های حل عددی که به تازگی بسط و گسترش پیدا کرده است، روش بدون المان است. روش بدون المان روشی است که معادلات جبری سیستم را برای کل دامنه بدمن استفاده از مش بندی از قبل تعریف شده به منظور تفکیک دامنه بنا می کند. این روش نوپا از تعدادی گره توزیع شده به نام گره های میدانی برای بیان دامنه و مرزها استفاده می کند که نیازی به اطلاعات اولیه در مورد ارتباط گره ای برای عملیات تقریب و یا میان یابی متغیرهای میدانی دیده نمی شود.

روش بدون المان به سه دسته کلی تقسیم بندی می گردد: تکنیک فرم قوی یا کالوکیشن، روش فرم ضعیف و در نهایت روش ترکیبی فرم ضعیف – قوی بدون المان مبتنی بر دو روش قبل.

روش فرم ضعیف – قوی بدون المان کمک به حذف مش های پس زمینه ای تا سرحد امکان می کند تا حلی پایدار و دقیق حتی برای مسائل مرزی مشتق پذیر حاصل می گردد. در این روش از روش فرم قوی برای گره های نزدیک ویا بر روی مرز شامل مشتق و از فرم ضعیف برای مابقی گره ها بهره برده می شود.

در این پایان نامه به ارائه و بررسی قدرتمندی روش فرم ضعیف – قوی بدون المان در حل مسائل ساده مکانیکی همچون تیر یک سر آزاد و مقایسه آنها با دیگر روشهای بدون المان، روش المان محدود و حل دقیق می پردازد.بحث در مورد برخی دیگر از نکات نیز همانند توزیع یکنواخت و غیر یکنواخت گره ای، بررسی پارامترهای شکل بر پایداری و دقت حل نیز در این پایان نامه از اهمیت خاص برخوردار است.

فهرست مطالب

عنوان..... صفحه

پیش گفتار ۱

الف- مقدمه..... ..... ۲

ب- پیشینه تحقیق ۳

ج- روشهای بدون المان..... ..... ۵

ج– الف- روش کالوکیشن بدون المان ۶

ج- ب- روش فرم ضعیف بدون المان..... ۷

ج- ج- روش فرم ضعیف-قوی بدون المان ۹

د- هدف..... ۱۵

فصل اول..... ۱۷

۱- مبانی اولیه و تعاریف در ارتباط با روش های بدون المان..... ۱۷

۱-۱- مدل سازی عددی ۱۸

۱-۲- تعریف روش های بدون المان..... ۲۰

۱-۳- چرا روش های بدون المان ۲۱

۱-۴- شیوهٔ حل در روش های بدون المان ۲۲

جدول مقایسه بین روش های بدون المان و المان محدود ۲۹

عنوان..... صفحه
۱-۵- تقسیم بندی های روش های بدون المان ۳۰
۱-۵-۱- تقسیم بندی با توجه به فرمولاسیون ۳۰
۱-۵-۱-۱- روش های بدون المان بر پایه فرم های ضعیف..... ۳۰
۱-۵-۱-۲- روش های بدون المان بر پایه تکنیک های کالوکیشین..... ۳۲
۱-۵-۱-۳- روش ها ی بدون المان بر پایه ترکیبی از تکنیک های فرم ضعیف و ۳۲
۱-۵-۲-۱- روش های بدون المان بر پایه تقریب کمینه مربعات تطبیقی..... ۳۳
۱-۵-۲-۲- روش های بدون المان بر پایه روش بیان انتگرالی برای تقریب تابعی ۳۳
۱-۵-۳- طبقه بندی بر اساس بیان دامنه ۳۴
۱-۵-۳-۱- روش های بدون المان گونه دامنه ای ۳۴
۱-۵-۳-۲- روش های بدون المان گونه مرزی..... ۳۵
جدول تقسیم بندی روش های بدون المان ۳۶
فصل دوم ۳۷
۲- ساختن تابع شکل بدون المان..... ۳۷
۲-۱- مقدمه..... ۳۸
۲-۱-۱- تکنیک های میان یابی/ تقریب بدون المان..... ۳۸
جدول تقسیم بندی های بیان تکنیک های تقریب بدون المان ۴۱
۲-۱-۲- دامنه پوشاننده..... ۴۲
۲-۱-۳- محاسبه فضای گره ای میانگین ۴۴
۲-۲- روش های میان یابی نقطه ای ۴۵
۲-۲-۱- توابع شکل روش میان یابی نقطه ای پلی نومیال ۴۶
۲-۲-۱-۱- روش میان یابی نقطه ای پلی نومیال متداول ۴۶

عنوان..... صفحه
۲-۲-۱-۲-تقریب کمینه مربعات وزن دار ۵۰
۲-۲-۱-۳- تقریب کمینه مربعات وزن دار از نوع هرمایت..... ۵۲
۲-۲-۲- توابع شکل میان یابی نقطه ای شعاعی..... ۵۹
۲-۲-۲-۱- روش میان یابی نقطه ای شعاعی متداول ۵۹
۲-۲-۲-۲- روش میان یابی نقطه ای شعاعی از نوع هرمایت..... ۶۶
۲-۳- توابع شکل کمینه مربعات تطبیقی ۷۱
۲-۳-۱- فرمول بندی توابع شکل کمینه مربعات تطبیقی ۷۱
۲-۳-۲- انتخاب تابع وزن..... ۷۵
۲-۳-۳- خصوصیات توابع شکل کمینه مربعات تطبیقی ۷۹
فصل سوم..... ۸۲
۳- روش فرم ضعیف- قوی بدون المان بر پایه ترکیبی از فرم ضعیف و کالوکیشن ۸۲
۳- ۱- روش های فرم ضعیف و کالوکیشن بدون المان ۸۳
۳-۱-۱- روش کالوکیشن بدون المان..... ۸۳
۳-۱-۲- روش فرم ضعیف بدون المان ۸۵
۳-۱-۳- مقایسه روش های فرم ضعیف و روش های کالوکیشن ۸۶
۳-۲- فرمول بندی برای ایستایی دو بعدی..... ۸۷
۳-۲-۱- ایده ۸۷
۳-۲-۲- فرم ضعیف محلی ۸۹
۳-۲-۳- معادلات سیستمی تفکیک شده ۹۰
۳-۳- بررسی مثال تیریک سر آزاد حل شده در دو بعد در حالت استاتیکی توسط.....
روش فرم ضعیف- قوی بدون المان ۹۴

عنوان..... صفحه
۳-۳-۱- آماده سازی ورود اطلاعات ۹۶
۳-۳-۲- ابزار سازی عددی ۹۷
۳-۳-۲-۱- خصوصیات ماتریس سختی ۹۷
۳-۳-۲-۲- نوع دامنه ها محلی ۹۷
۳-۳-۲-۳- انتگرال گیری..... ۹۸
۳-۳-۳- نحوه تنظیم و تدوین برنامه و کد کامپیوتری ۹۸
۳-۳-۳-۱- توضیح مراحل ابزار سازی..... ۹۸
۳-۳-۴- نحوه اجرای مرحله به مرحله نرم افزاری ۱۰۱
۳-۴- بررسی دینامیک جامدات دو بعدی ۱۰۲
۳-۴-۱- بررسی دینامیکی فرم قوی..... ۱۰۲
۳-۴-۲- آنالیز دینامیکی فرم ضعیف محلی ۱۰۴
۳-۴-۳- فرمول بندی تفکیک شده برای بررسی دینامیکی ۱۰۵
۳-۴-۴- معادلات اویلر ۱۰۵
فصل چهارم (ارائه و بررسی نتایج) ۱۰۶
۴-۱- بررسی نتایج ایستایی ۱۰۷
۴-۱- بررسی نتایج دینامیکی..... ۱۳۷
۴-۳- بررسی تغییر پارمترها..... ۱۳۹
۵- منابع ۱۴۳

فهرست جداول

عنوان و شماره **صفحه**

جدول نتایج ۴- ۱- جابجایی ها در جهات y, x برای توزیع منظم ۲۴ گره ای ۱۰۷

جدول نتایج ۴-۲- تنش, توزیع منظم ۲۴ گره ای ۱۰۹

جدول نتایج ۴- ۳- جابجایی در جهتx برای توزیع منظم ۵۵ گره ای ۱۱۰

جدول نتایج ۴- ۴- جابجایی در جهت y برای توزیع منظم ۵۵ گره ای ۱۱۱

جدول نتایج ۴- ۵- تنش عمودی δ (xx) , توزیع منظم ۵۵ گره ای ۱۱۲

جدول نتایج ۴- ۶- تنش δ (yy) , توزیع منظم ۵۵ گره ای ۱۱۳

جدول نتایج ۴- ۷- تنش δ (xy) , توزیع منظم ۵۵ گره ای ۱۱۶

جدول نتایج ۴- ۸ - جابجایی در جهت x برای توزیع منظم ۱۷۵ گره ای ۱۱۷

جدول نتایج ۴- ۹ - جابجایی در جهت y برای توزیع

منظم ۱۷۵ گره ای ۱۱۸

جدول نتایج ۴- ۱۰- تنش عمودی δ (xx) , توزیع منظم ۱۷۵ گره ای ۱۱۹

جدول نتایج ۴- ۱۱ - تنش عمودی δ (yy) , توزیع منظم ۱۷۵ گره ای ۱۲۰

جدول نتایج ۴- ۱۲- تنش δ (xy) , توزیع منظم ۱۷۵ گره ای ۱۲۳

جدول نتایج ۴- ۱۳- جابجایی برای توزیع منظم ۱۸۹ گره ای ۱۲۴

جدول نتایج ۴- ۱۴- تنش ها , توزیع منظم ۱۸۹ گره ای ۱۲۵

عنوان.....صفحه

جدول نتایج ۴- ۱۵- تنش $\delta(xy)$, توزیع نامنظم ۱۸۹ گره ای , مقایسه بین روش های بدون المان.....۱۲۵

جدول نتایج ۴- ۱۶- تنش $\delta(xy)$, توزیع نامنظم ۱۸۹ گره ای , مقایسه بین روش فرم ضعیف- قوی بدون المان با روش المان محدود.....۱۲۶

جدول نتایج ۴- ۱۷- جابجایی ها برای توزیع منظم ۲۹۷ گره ای ۱۳۰

جدول نتایج ۴- ۱۸- تنش ها , توزیع منظم ۲۹۷ گره ای ۱۳۰

جدول نتایج ۴- ۱۹- جابجایی ها برای توزیع منظم ۶۰۰ گره ای ۱۳۱

جدول نتایج ۴- ۲۰ - تنش ها , توزیع منظم ۶۰۰ گره ای ۱۳۱

جدول نتایج ۴- ۲۱ - جدول مقایسه فرکانس های طبیعی فرم ضعیف- قوی بدون المان با روش المان محدود با توزیع ۵۵ گره ای.....۱۳۸

جدول نتایج ۴-۲۲- جدول مقایسه فرکانس های طبیعی فرم ضعیف- قوی بدون المان با روش المان محدود با توزیع ۱۸۹ گره ای.....۱۳۸

جدول ۴-۲۳- اثرات α_c بر روی نتایج روش MWS (میزان خطای محاسباتی) در دو حالت متفاوت $q=0.98$و$q=1.03$ استفاده شده.....۱۳۹

جدول ۴-۲۴- اثرات α_i به عنوان پارامتر بدون اندازه فاصله گره ای بر روی نتایج روش MWS (میزان خطای محاسباتی) با اعمال $q=1.03$ و $\alpha_c=5$ ۱۴۰

جدول ۴-۲۵- اثرمقادیر اندازه های متفاوت دامنه کوادراچر محلی α_q بر روی دقت نتایج روش MWS.....۱۴۱

جدول ۴- ۲۶- اثر q بر روی نتایج روش MWS در حالت های $\alpha_C=1.0,2.0,4.0$ استفاده شده ۱۴۲

فهرست شکل‌ها

عنوان **صفحه**

نمودار نتایج ۴- ۱- جابجایی عرضی بر روی محور اصلی تیر بدست آمده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۵۵ گره ای منظم..... ۱۰۸
نمودار نتایج ۴-۲- جابجایی عرضی بر روی محور اصلی تیر بدست آمده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۱۷۵ گره ای منظم..... ۱۱۴
نمودار نتایج ۴- ۳- تنش برشی بر روی تیر در $x=L/2$ بدسـت آمـده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۱۷۵ گره ای منظم..... ۱۱۵
نمودار نتایج ۴-۴- جابجایی عرضی بر روی محور اصلی تیر بدست آمده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۱۸۹ گره ای منظم..... ۱۲۱
نمودار نتایج ۴- ۵- تنش برشی بر روی تیر در $x=L/2$ بدسـت آمـده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۱۸۹ گره ای منظم..... ۱۲۲
نمودار ۴- ۶ – فرم تغییر حالت داده تیر در توزیع ۲۹۷ گره ای..... ۱۲۷
نمودار نتایج ۴- ۷- جابجایی عرضی بر روی محور اصلی تیر بدست آمده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۲۹۷ گره ای منظم..... ۱۲۸
نمودار نتایج ۴- ۸- تنش برشی بر روی تیر در $x=L/2$ بدسـت آمـده از روش فـرم ضـعیف-قوی بدون الما ن با توزیع ۲۹۷ گره ای منظم..... ۱۲۹

پیش گفتار

تاریخچه و برون نما

الف- مقدمه :

درتحلیل مسا ئل مهندسی، معادلات دیفرانسیل پاره ای[1] بیان کننده معادلات حاکم بر سیستم مسئله می باشند و متاسفانه در اکثر موارد حل دقیق این معادلات امکان پذیر نیست. برای فائق آمدن به این مشکل از روش های حل عددی استفاده می گردد. یکی از قدیمی ترین این روشها که موارد استفاده زیادی به خود اختصاص می دهد، روش تفاضل محدود[2] می باشد و بطور معمول می تواند مسائل با شرایط ساده و منظم هندسی و مرزی را حل کند. با پیچیده تر شدن هندسه مسائل و بیان شرایط مرزی متفاوت، روش بسیار مؤثرتر المان محدود[3] پایه گذاری گردید. در این روش با استفاده از انتگرال گیری معادلات حاکم به روش فرم ضعیف[4] خواهیم رسید. در روش المان محدود، توابع شکل توسط المان های از قبل تعریف شده ساخته می شوند و این توابع شکل[5] برای تمام المان ها یکسان خواهند بود. از مزایای این روش می توان به تولید ماتریس های متقارن در مسیر حل، راحتی و استاندارد بودن روش، سرعت و دقت بالا و در نهایت به وجود نرم افزارهای تجاری متفاوت در ارتباط با این روش اشاره نمود. هم اکنون، روش های عددی قوی دیگری با قابلیت حل تقریبی دقیق تر و با استفاده از روش های به نسبت ساده تر در حال گسترش می باشند که روشهای بدون المان[6] از این دسته می باشند. روند حل در این روش بسیار شبیه به روش المان محدود می باشد و در نتیجه بسیاری از

1 Partial Differential Equations
2 Finite Difference
3 Finite Element
4 Weak Form
5 Shape Function
6 Meshless (Mfree) Methods

تکنیک ها در دو روش یکسانند با این تفاوت که در روش بدون المان بجای استفاده از المان در کل هندسه مسئله از دامنه های مؤثر[1] استفاده می گردد. توابع شکل در این روش برای نقطه دلخواه[2] مورد بحث در دامنه ساخته شده توسط گره های منطقه ای[3] ایجاد می شوند و در نتیجه توابع شکل برای نقاط دلخواه متفاوت، دچار تغییر خواهند شد. عدم استفاده از مش زمینه ای[4] ، یکی از مواردی است که در برخی از روش های بدون المان به عنوان یک برتری نسبت به روش المان محدود می توان بر شمرد.

ب- پیشینه تحقیق :

در اصل، انگیزه اولیه استفاده از دو روش تقریبی بدون المان (روش توابع پایه شعاعی[5] و روش کوچکترین مربعات متحرک[6]) از کاربرهای آنها در علوم زمین شناسی، نقشه برداری، هوا شناسی پدید آمد. سپس کاربردهای متفاوت دیگری در زمینه های متعدد دیگر از جمله در روش های حل عددی معادلات دیفرانسیل پاره ای، هوش مصنوعی، تئوری یادگیری، شبکه عصبی، پردازش سیگنال، تئوری نمونه برداری، ایستایی، امور مالی و بهینه یابی یافت شد. لازم به ذکر است که روش های بدون المان برای بیش از صد سال در علم ایستایی استفاده شده است.

مطالب زیر به صورت خلاصه به بیان تاریخچه روش های بدون المان در تئوری تقریب پرداخته و تعدادی از مقالات برگزیده ارائه شده را بر می شمارد. شیپرد [Shepard, 1968] پیشنهاد استفاده از آنچه امروزه به نام توابع شیپرد که برای کاربرد مدل سازی صفحه ای معروف است را مطرح نمود. کاربرد دیگر روش های بدون المان، در آن موقع مربوط به علم

1 Support Domain
2 Point of Intrest
3 Local Nodes
4 Background Mesh
5 Radial Basis Functions
6 Moving Least Square

زمین شناسی می شد کـه توسـط هـاردی [Hardy, 1971] ارائـه شـد. روش هـای پیـشنهادی بوسیله هاردی به نامهای مولتی کوادریک و مواتی کوادریک ومعکوس شناخته می شوند. حوالی همان زمان، داچن [Duchon, 1976] یک روش تغییراتی را برای اسپیلاین های ورقه ای نـازک و بصورت کلی تر اسپی لاین های پلی هارمونیک بصورت فرمول بیان کرد.

در همان زمان در ارتباط با این موضوع، مینگـوت [Meinguet, 1979c] در مـورد اسـپیلاین های صفحه ای مطالعاتی انجام داده بود در حالیکه ایده توابع شـیپرد بـصورت عمـومی توسـط محققان لنکستر و سالکواسکس [Lancaster, 1981] بیان شد.این روش در حال حاضر به نام حداقل مربعات متحرک شناخته می شود. یک مقاله بسیار مهم منتشر شده عبارت بود از روش میان یابی داده های ناپیوسته که در اوائل دهـه ۱۹۸۰ توسـط ریچـارد فرانـک [Frank, 1982] ارائه گردید. در این مقاله او به این نتیجه رسیده بود که روش های مـولتی کوادریـک و اسـپی لاین های ورقه ای نازک بهترین روش های موجود تا آن زمان می باشند. او همچنین این نکتـه را حدس زده بود که ماتریس میان یابی که در ضمن روش مـولتی کوادریـک بدسـت مـی آیـد معکوس پذیر است. این مقایسه در ارتباط با مولتی کوادرک ها و اسپی لاین های ورقه ای نازک و حدس های مربوطه را می توان به عنوان یک جهش و شـروع بـرای مطالعـات بـر روی توابـع اساسی شعاعی دانست.اولین مطالب ارائه شده در این مورد باز می گردد به نسخه خطی منتشر شده توسط مدیچ و نلسن [Madych, 1983] با استفاده از روش تغییراتی آنها حدسیات فرانـک را اثبات کردند و یک قاعده کلی کامل کار برای میان یابی چند متغیره تهیـه نمودنـد. از میـان صد ها مقاله ارائه شده تا اواسط دهه ۱۹۸۰ فقط به بررسـی یـک مقالـه دیگـر در سـال ۱۹۹۵ توسط وندلند [Wendland, 1995] می پردازیم.

وندلند اولین فردی بود که کلاس توابع پایه شعاعی[1] را بیان نمود و در نتیجه توانـست یـک روش ساده برای روش های با راندمان محاسباتی بالا ارائه کند.[2]

1 Compactly supported radial basis functions
2 Efficient mesh free computationally radial basis functions

روش بدون المان که در تقریب متغیرهای میدانی از گره های مؤثر منطقه ای استفاده می کند، در دهه های اخیر موفقیت چشمگیری بدست آورده است. همانطور که از اسم این روش بر می آید ، حداقل برای میان یابی متغیر های میدانی هیچگونه ارتباط گره ای از قبل تعریف شده و یا مش استفاده نمی گردد. در نتیجه در مقایسه با روشهای عددی موجود همانند روش بدون المان که بر پایه مش استوارند، از مشکلات در ارتباط با مش و تقسیمات مربوط به آن اجتناب می گردد.

روش های بدون المان به سه دسته تقسیم بندی می گردند : روش های مبتنی بر فرم قوی[۱] ، روش های مبتنی بر فرم ضعیف[۲] و روش های مبتنی بر فرم ضعیف-قوی[۳] .

روش فرم قوی بدون المان چه در میان یابی و چه در انتگرال گیری متغیر میدانی از مش بهره نمی برد. روش هایی همچون روش هیدرودینامیک ذره هموار[۴] ،روش نقطه محدود[۵] و روش کالوکیشن بدون المان[۶] از این فرم پیروی می کنند.

روش فرم ضعیف بدون المان به دلیل حل به نسبت پایدار و دقیق بازه وسیعی از مسائل به تازگی موارد استفاده گسترده ای پیدا کرده است. روش هایی همچون گالرکین بدون المان[۷] ، میان یابی نقطه ای[۸] میان یابی نقطه ای شعاعی منطقه ای[۹] بر طبق این روش می باشند.

روش فرم ضعیف-قوی بدون المان[۱۰] نیز به تازگی از تلفیق دو فرم فوق ایجاد گردیده است.

1 Strong-form methods
2Weak-form methods
3 Mfree Weak-Strong form methods
4 Smoothed particle hydrodynamics
5 Limited point method
6 Mfree collocation method
7 Galerkin method
8 Point Interpolation methd
9 Local Radial Point Interpolation method
10 MWS

ج- روش های بدون المان:

روش های بدون المان در سه دسته جای می گیرند:

۱.روش کالوکیشن بدون المان[1] (یا روش های فرم قوی بدون مرز).

۲. روش های فرم ضعیف بدون المان همانند روش میان یابی نقطه ای شعاعی[2] روش گالرکین بدون المان[3] و چندین روش دیگر[4].

۳. روش ترکیبی فرم ضعیف-قوی بدون المان[5] .

روش فرم ضعیف-قوی بدون المان اخیرا توسط لیو در سال ۲۰۰۲ [Liu, 2002]

پیشنهاد شده است، این روش تا سر حد امکان برای ساده سازی عملیات انتگرال گیری کمک به برداشتن تقسیمات زمینه ای می کند و در نتیجه جواب های دقیق و پایداری را حتی برای مسائل دیفرانسیل پاره ای با شرایط مرزی شامل مشتق[6] فراهم میکند. روش ترکیبی فرم ضعیف-قوی بدون المان بصورت موفقیت آمیز چه در زمینه مکانیک جامدات و چه مکانیک سیالات توسعه پیدا کرده است. روش ترکیبی فرم ضعیف-قوی بدون المان بر این اساس طراحی شده است که بتواند ترکیبی از مزایای دو روش فرم ضعیف و فرم قوی بوده و از معایب دو روش بپرهیزد. و این امر در صورت امتحان و مقایسه ویژگیهای دو روش که به اختصار در زیر به آنها اشاره می کنیم ممکن خواهد بود.

1 MFree collocation
2 Radial Point Interpolation method (RPIM)
3 Element Free Galerkin(EFG)
4 Local Radial Roint Interpolation method (LRPIM) / meshless local Petrov-Galerkin (MLPG)
5 MFree weak-strong form (MWS)
6 Derivative boundary conditions

ج- الف- روش کالوکیشن بدون المان:

روش های موجود فرم قوی بدون المان که نتیجه مستقیم معادلات و شرایط مرزی حاکم بر مسئله هستند دارای مزایای زیر هستند.

- واقعا بدون مرز هستند:
- روش مستقیم بوده و الگوریتم و کد نویسی ساده ای دارند چنانچه فقط شرائط مرزی دیریچله داشته باشیم.
- از لحاظ محاسباتی، با راندمان بوده و حل از دقت بالایی برخوردار است، چنانچه فقط شرائط مرزی دیریچله داشته باشیم.

اما، روش فرم قوی دارای معایب زیر نیز هست:

- معمولا غیر پایدار و کم دقت هستند بخصوص برای معادلات دیفرانسیل پاره ای بدست آمده با شرایط مرزی شامل مشتق.
- شرایط مرزی شامل مشتق ، شامل یک سری معادلات دیفرانسیلی جدا از هم بر روی مرز می باشد، که اینها با معادلات حاکمه تعریف شده در دامنه مسئله تفاوت داشته و نیازمند یک استراتژی تحلیل جداگانه می باشند.
- برای برطرف سازی موارد عیب بالا، از روش هایی بهره می بریم، ولی با توجه به عدم پایداری دلیلی وجود ندارد که حتما با این اصلاحات، میزان خطای مسئله قابل کنترل باشد و با توجه به راه های ارائه شده، دلیلی وجود ندارد که تکنیک بکار گرفته شده در برخورد با یک مسئله کارائی لازم را برای برخورد با مسئله دیگر داشته باشد، حتی اگر از یک نوع مسئله باشند.

ج- ب- روش فرم ضعیف بدون المان:

ویژگی معمول روش های فرم ضعیف بدون المان چنین است که معادله دیفرانسیل پاره ای (فرم قوی) مسئله در ابتدا با معادله انتگرالی (کلی یا منطقه ای) مبتنی بر یک اصل خاص (مثلا: روش های باقیمانده وزن دار[1] ، اصل انرژی[2] ،...) جایگزین می گردد و سپس فرم ضعیف با انتگرال گیری جزء به جزء حاصل خواهد شد.

چهار ویژگی فرم ضعیف منطقه ای عبارت اند از:

۱. عملیات انتگرال گیری میزان خطا را بر روی دامنه انتگرال گیری کم کرده و در نتیجه میزان دقت حل بالا می رود. این روند همانند یک سازمان دهی دامنه می باشد که به پایدار نمودن حل کمک خواهد کرد.

۲. لزوم پیوستگی توابع حدس زده شده به خاطر میزان کاهش منتجه عملیات انتگرال گیری بر اثر انتگرال گیری جزء به جزء، کاهش می یابد و یا به عبارتی ضعیف می شود.

۳. معادلات سیستم چه در دامنه و چه برای شرایط مرزی مشتق را به راحتی به یک تک معادله تبدیل می گردند.

۴. شرایط مرزی اعمال نیرو (مشتق دار[3]) بصورت طبیعی بدلیل استفاده از اپراتور انتگرال گیری مرزی بوسیله روش انتگرال گیری جزء به جزء ارضاء خواهد شد.

ویژگیهای گفته شده دارای مزایای زیر می باشند:

- این روش ها، پایداری و دقت عالی برای بسیاری مسائل از خود نشان می دهند.
- شرایط مرزی شامل مشتق بصورت طبیعی و براحتی به گونه معادله فرم ضعیف مشابه یکپارچه می شوند. هیچ گونه معادلات اضافی نیاز نبوده و هیچ خطایی در اثر اعمال شرایط مرزی شامل مشتق طی این طریق ایجاد نمی گردد.

1 Weighted residual methods
2 Energy principle
3 Derivative Boundary Condition

- روش تولید شده برای استفاده از فرمول بندی فرم ضعیف برای تعداد زیادی از مسائل قابل استفاده است. پارامترهای تولید شده برای حل در یک روش برای یک مسئله قابل استفاده در مابقی مسائل می باشند. و این نیرو مندی روش های فرم ضعیف را برای تعداد زیادی مسائل مهندسی اثبات می کند.

روش های فرم ضعیف منطقه ای بدون المان در قالب میان یابی متغیرهای میدانی هستند. المان های زمینه ای برای انتگرال گیری یک فرم ضعیف بر روی کل دامنه قابل استفاده اند. انتگرال گیری عددی موجب می شود که از لحاظ محاسباتی گران تمام شوند و از طرفی استفاده از المان های زمینه ای به معنی این خواهد بود که این روش واقعا بدون المان نباشد. با وجود اینکه روش های فرم ضعیف منطقه ای بدون المان یک مرحله مهم در گسترش ایده آل روش های بدون المان محسوب می شوند، انتگرال گیری عددی بخصوص برای گره های بر روی مرز یا نزدیک به مرز با شکل پیچیده هنوز دردسر زا و مزاحم می باشد. در نتیجه باید به دنبال این رویه باشیم که بتوان انتگرال گیری عددی را به حداقل ممکن تقلیل دهیم.

ج- ج- روش فرم ضعیف-قوی بدون المان[1] :

هر دو روش گفته شده فرم ضعیف منطقه ای و فرم قوی بدون المان با وجود مزایا و معایب مخصوص خود، بصورت گسترده مکمل یکدیگر هستند، در نتیجه یک تلفیق صحیح دو روش میتواند بسیار مفید باشد. مقایسه نزدیک روش های فوق واقعیات زیر را تایید می کند:

۱. ساختار کلی این دو روش شبیه به هم است. تمامی آنها بر اساس نقاط میدانی، معادلات مجزائی را یک به یک تشکیل می دهند و معادله سیستم به صورت گره به گره تشکیل می

1 MWS