

صلى الله عليه وسلم



دانشگاه یزد

دانشکده ریاضی

گروه ریاضی کاربردی

پایان نامه برای دریافت درجهی کارشناسی ارشد

عنوان:

روش‌هایی برای ساخت فرآیندهای مارکف مرتبه اول با استفاده از توابع مفصل و

کاربرد آن در مسائل مالی

استاد راهنما:

دکتر علی دولتی

اساتید مشاور:

دکتر محمدصابر فلاح‌نژاد

دکتر حجت‌اله صادقی

پژوهش‌گر:

راحله محقق ده‌آبادی

اسفندماه ۱۳۹۲



کلیه‌ی حقوق مادی و معنوی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه/رساله متعلق به دانشگاه یزد است و هرگونه استفاده از نتایج علمی و عملی از این پایان‌نامه/رساله برای تولید دانش فنی، ثبت اختراع، ثبت اثر بدیع هنری، همچنین چاپ و تکثیر، نسخه‌برداری، ترجمه و اقتباس و ارائه مقاله در سمینارها و مجلات علمی از این پایان‌نامه/رساله منوط به موافقت کتبی دانشگاه یزد است.



# تقدیم بہ پدرو مادر مہربانم

تخصی ناچیز ذہن کو چکمہ را  
بہ بلندای بی کران وجودمان پیش کش می کنم  
بہ آرزوی آن کہ قطرہ کون وجودم را  
بہ بی انتہائی دریای سخاوتتان پذیرا باشید.





## سپاس

حمد و سپاس ایزدمنان را که با الطاف بی‌کران خود، طلیعه‌ی علم آموزی را در وجودم نهاد و اشتیاق پوییدن این مسیر پرخندان سهل را به من عنایت فرمود. پس از او، سپاس گزارم از پدر و مادر عزیزم که فروغ نگاهشان امید بخش زندگی ام است. بوسه بردستان پر مهرشان می‌زنم و از خداوند می‌خواهم وجودشان را همیشه سرسبز و استوار گرداند.

از استاد مشاوران کران قدرم، جناب آقای دکتر تحت‌الصلواتی و جناب آقای دکتر محمد صابر فلاح نژاد که راهنمایی‌های ارزنده‌ی خود را در راستای اعتلای این پایان‌نامه از من دریغ ننمودند، کمال تشکر و امتنان دارم. هم‌چنین از اساتید گرامی، دکتر علی دلاور خلفی و دکتر رسول روزگار که زحمت مطالعه و داوری این پایان‌نامه را بر عهده داشته‌اند، تشکر می‌نمایم. از دوست خوبم خانم فاطمه محمودی که مایه‌ی امید و دلگرمی من بوده‌اند، سپاسگزارم و از پروردگار، حسن عاقبت، سلامت و سعادت را برایشان خواستارم.

و اما... زانوی ادب در برابر استاد برجندی می‌زنم که محظای مراد مسیر پرفراز و نشیب این پایان‌نامه به حال خود و انگذاشتنند. استاد فریخته‌ای که همیشه و همه‌وقت راهنمایی‌هایشان، روشنی‌دیده‌ی تاریک ذهنم و راهکارهایشان، کلیدی بردهای بسته‌ی مقابلم بوده است.

زحمت استاد راهنمای بزرگوارم جناب آقای دکتر علی دولتی را ارج می‌نم و این پژوهش را اگر قدریست، با احترام و ارادت، پیش‌کش ایشان نیز می‌نمایم.



# چکیده

یکی از پرکاربردترین فرآیندهای تصادفی در ریاضیات و بخصوص ریاضیات مالی فرآیند مارکوف است. در این پایان‌نامه تکنیک‌هایی برای ساخت فرآیند مارکوف مرتبه اول با نمونه‌های مستقل و وابسته بر اساس توابع مفصل مختلف ارائه می‌شود و سپس کاربرد مدل‌های معرفی شده در مسائل مالی مورد بررسی قرار می‌گیرد.

واژه‌های کلیدی: فرآیند تصادفی، فرآیند مارکوف، تابع مفصل



# فهرست مطالب

خ	مقدمه
۱	۱ تعاریف و مفاهیم اولیه
۲	۱.۱ مقدمه
۲	۲.۱ مفاهیمی از اندازه و احتمال
۳	۳.۱ توابع توزیع و متغیرهای تصادفی
۶	۱.۳.۱ تابع بقا
۷	۲.۳.۱ متغیرهای تصادفی متقارن
۷	۳.۳.۱ پیچش
۸	۴.۱ فرآیندهای تصادفی و فیلترینگ
۹	۱.۴.۱ حرکت براونی
۱۰	۲.۴.۱ فرآیند مارکوف
۱۰	۳.۴.۱ مارتینگل
۱۱	۵.۱ فرآیند خودبازگشتی
۱۳	۶.۱ معادلات دیفرانسیل تصادفی
۱۵	۷.۱ توابع مفصل
۱۸	۱.۷.۱ تابع مفصل بقا
۱۹	۲.۷.۱ تابع مفصل متقارن
۱۹	۳.۷.۱ مثالهایی مهم از توابع مفصل

۲۲	۸.۱ مفاهیم و معیارهای وابستگی
۲۳	۹.۱ نیکویی برازش مفصل
۲۳	۱۰.۱ برآورد ماکزیمم درست‌نمایی
۲۴	۱۱.۱ مفاهیمی از جبر
۲۵	۱۲.۱ مفاهیمی از اقتصاد و مالی
۲۵	۱.۱۲.۱ مفهوم بازار کارا
۲۶	۲.۱۲.۱ شکل‌های کارایی بازار
۲۹	۲ ساخت فرآیندهای مارکوف با استفاده از عملگر *
۳۰	۱.۲ مقدمه
۳۰	۲.۲ عملگر * و تعمیم‌های آن
۳۷	۳.۲ عملگر * و فرآیندهای مارکوف
۴۰	۴.۲ مثال‌ها
۴۹	۳ ساخت فرآیندهای مارکوف با استفاده از عملگر پیچش
۵۰	۱.۳ مقدمه
۵۰	۲.۳ C-پیچش
۵۵	۳.۳ فرآیندهای مارکوف با نموهای مستقل
۵۵	۱.۳.۳ حرکت براونی و فرآیندهای پایدار
۵۶	۴.۳ فرآیندهای مارکوف با نموهای وابسته
۵۶	۱.۴.۳ فرآیندهای ارشمیدسی
۵۷	۲.۴.۳ فرآیندهای گوسی
۵۸	۳.۴.۳ فرآیندهای بیضوی
۶۰	۵.۳ فرآیند متقارن
۶۰	۶.۳ فرآیند فارلی-گمبل-مورگنسترن
۶۲	۷.۳ فرآیند مارتینگلی

۶۵	۴	نتایج عددی
۶۶	۱.۴	فرآیند خودبازگشت پیچش محور . . . . .
۶۷	۲.۴	برآورد پارامترهای فرآیند خودبازگشتی غیرخطی . . . . .
۶۸	۳.۴	کاربرد . . . . .
۷۵		واژه‌نامه فارسی به انگلیسی
۷۸		واژه‌نامه انگلیسی به فارسی
۸۳		مراجع





## فهرست شکل‌ها

۱.۳	تخمین عددی تابع چگالی $C$ -پیچش، $f_{X+Y}$ ، با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_X$ و $F_Y$ نرمال
۵۴	استاندارد و تابع مفصل $C_{X,Y}$ فرانک. . . . .
۲.۳	تخمین عددی تابع چگالی $C$ -پیچش، $f_{X+Y}$ ، با توزیع‌های حاشیه‌ای $F_X$ و $F_Y$ نرمال
۵۴	استاندارد و تابع مفصل $C_{X,Y}$ کلایتون. . . . .
۱.۴	نمودار سری زمانی داده‌های بیمه آسیا . . . . .
۶۸	
۲.۴	نمودار سری زمانی داده‌های بیمه البرز . . . . .
۶۹	
۳.۴	نمودار پراکنش تغییرات قیمت هر روز نسبت به روز قبل بیمه آسیا . . . . .
۷۰	
۴.۴	نمودار پراکنش تغییرات قیمت هر روز نسبت به روز قبل بیمه البرز . . . . .
۷۰	
۵.۴	تحلیل تابع کندال شرکت‌های بیمه آسیا و البرز . . . . .
۷۲	
۶.۴	نمودار تغییرات قیمت بیمه آسیا . . . . .
۷۳	
۷.۴	نمودار تغییرات قیمت بیمه البرز . . . . .
۷۳	



## فهرست جدول‌ها

۶۹	..... خلاصه اطلاعات آماری	۱.۴
۷۰	..... ضرایب همبستگی بین تغییرات قیمت در یک روز و قیمت در روز قبل	۲.۴
۷۱	..... مقدار پارامتر $\theta$ برآورد شده و $p$ -مقدار توابع مفصل (بیمه البرز)	۳.۴
۷۱	..... مقدار پارامتر $\theta$ برآورد شده و $p$ -مقدار توابع مفصل (بیمه آسیا)	۴.۴
۷۳	..... برآورد ماکزیمم درست‌نمایی پارامترهای مدل	۵.۴
۷۴	..... قیمت آتی یک هفته کاری بیمه آسیا و البرز	۶.۴

