٨٧١١١٠ ٣١٤٥
٢٥ ربيع ٨٧

١٠٧٨٨٢

به نام خدا

درهم تنیدگی کوانتومی در اتصالات نانوساختارهای ایندیم ارسناید- گالیم ارسناید

به وسیله ی:

زینب رضایی

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی
از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته ی:
فیزیک

از دانشگاه شیراز
شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر محمد مهدی گلشن، استادیار بخش فیزیک (استاد راهنما) .....
دکتر محمود براتی، استاد بخش فیزیک .....
دکتر محمود مرادی، استاد بخش فیزیک .....
دکتر حمید نادگران، دانشیار بخش فیزیک .....
دکتر افشین منتخب، استادیار بخش فیزیک .....

شهریورماه ۱۳۸۷

۱۳۸۷/۱۰/۲۲

مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه شده

۱۰۷۸۸۲

تقدیم به

پدر عزیز

و

مادر مهربانم

سپاسگزاری

در انتهای انجام این رساله، خداوند منان را سپاس می گویم که در این مرحله ی با ارزش از زندگی، مرا در انجام وظایف خود یاری نمود. همچنین بر خود لازم می دانم از راهنمایی های روشنگرانه و زحمات بی دریغ استاد گرانقدر خود جناب آقای دکتر محمدمهدی گلشن در طی هدایت این رساله، تشکر فراوان نمایم. از درگاه پروردگار متعال، توفیق روز افزون را برای ایشان خواستارم. از اساتید بزرگوار آقایان دکتر محمود براتی، دکتر محمود مرادی، دکتر حمید نادگران و دکتر افشین منتخب که در این مدت مرا از راهنمایی های خود بهره مند ساختند، سپاسگذاری می نمایم.

از زحمات خانم لادن رضایی به خاطر پیشنهادات و همراهی های بسیار ایشان قدر دانی می نمایم.

در پایان از خانواده ی محترم خود به خصوص پدر عزیز و مادر مهربانم که همیشه مدیون آنها می باشم، سپاسگذاری می کنم.

چکیده

درهم تنیدگی کوانتومی در اتصالات نانوساختارهای ایندیم ارسنایدـ گالیم ارسناید

به وسیله ی:

زینب رضایی

درهم تنیدگی یکی از اساسی ترین مفاهیم مکانیک کوانتومی به شمار می آید. این پدیده همچنین زیربنای فناوری اطلاعات کوانتومی را تشکیل می دهد. در این راستا می بایست درهم تنیدگی سیستم ها را به نحوی مطلوب کمی نمود. "درهم تنیدگی تشکیل" از پرکاربردترین معیارهای مطرح شده جهت براورد میزان درهم تنیدگی به حساب می آید. از سوی دیگر یافتن روش هایی جهت کنترل درهم تنیدگی از مسائل مهم در فناوری اطلاعات کوانتومی می باشد. یکی از گزینه ها برای نیل به این هدف به کار گیری درهم تنیدگی سیستم های کوانتومی در نانوساختارهاست.

در این رساله، پس از تشریح مفهوم درهم تنیدگی، مهمترین معیارها و کاربردهای این پدیده توصیف می گردند. در ادامه با توضیح چگونگی ساختار و اثرات اسپینی موجود در سیم کوانتومی ایندیم ارسنایدـ گالیم ارسناید، نشان خواهیم داد که می توان از حالت های اسپینی و فضایی الکترون در این ساختار، هر کدام، به عنوان یک کیوبیت بهره برد. با محاسبه ی تحول زمانی "درهم تنیدگی تشکیل" اسپینیـ فضایی حالت های خالص و آمیخته، نشان می دهیم که فرم اولیه ی حالت خالص و نیز میزان آمیختگی ابتدایی حالت آمیخته، دینامیک درهم تنیدگی را تحت تأثیر قرار می دهند. در مورد حالت آمیخته مشاهده می شود که سیستمی با بیشترین آمیختگی، بیشترین درهم تنیدگی را تجربه می نماید. علاوه بر این، تأثیر عوامل ماکروسکوپی مانند پتانسیل گیت ها، میدان مغناطیسی و انرژی الکترون ها بر تحول درهم تنیدگی مورد تحقیق قرار می گیرند. در هر دو مورد حالت خالص و آمیخته مشاهده می گردد که تحول زمانی درهم تنیدگی نوسانی است و فرکانس آن با افزایش عوامل ماکروسکوپی افزایش می یابد.

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل اول: مقدمه ۱

فصل دوم: تئوری درهم تنیدگی کوانتومی ۶

۲ـ۱ـ مبانی تئوری اطلاعات کوانتومی ۷
۲ـ۱ـ۱ ـتئوری اطلاعات کوانتومی در مقابل تئوری اطلاعات کلاسیک ۸
۲ـ۲ـ۱ ـ کیوبیت: واحد ذخیره ی اطلاعات کوانتومی ۹
۲ـ۲ـ تعریف درهم تنیدگی کوانتومی ۱۰
۲ـ۲ـ۱ـ پیشینه ی تاریخی ۱۰
۲ـ۲ـ۲ـ درهم تنیدگی دوتایی ۱۲
۲ـ۲ـ۳ـ درهم تنیدگی چندتایی ۱۳
۲ـ۳ـ تشخیص و کمی نمودن درهم تنیدگی کوانتومی ۱۵
۲ـ۳ـ۱ـ آنتروپی فون نویمان ۱۵
۲ـ۳ـ۲ـ تجزیه ی اشمیت ۱۸
۲ـ۳ـ۳ـ درهم تنیدگی برای حالتهای خالص ۲۱
۲ـ۳ـ۴ـ درهم تنیدگی برای حالتهای آمیخته ۲۳

فصل سوم: بکارگیری درهم تنیدگی کوانتومی ۲۹

۳ـ۱ـ رمزنگاری کوانتومی ۳۰
۳ـ۲ـ مخابره ی کوانتومی ۳۲
۳ـ۳ـ ذخیره ی اطلاعات کوانتومی ۳۵
۳ـ۴ـ درهم تنیدگی و پردازش اطلاعات کوانتومی ۳۹

فصل چهارم: برهمکنش اسپین– مدار در سیم کوانتومی
ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید ۴۲

۴–۱– الکترونیک اسپینی ۴۳
۴–۲– اتصالات نانوساختارهای ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید ۴۵
۴–۲–۱– ویژگی های اساسی نیمه رساناهای گالیم ارسناید و ایندیم ارسناید ۴۵
۴–۲–۲– گاز الکترونی دو بعدی ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید ۴۷
۴–۲–۳– سیم کوانتومی ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید با تقریب سهموی ۴۸
۴–۳– برهمکنش اسپین– مدار ۵۰
۴–۳–۱– برهمکنش اسپین– مدار راشبا ۵۱
۴–۳–۲– برهمکنش اسپین– مدار درسلهوس ۵۳

فصل پنجم: شناخت پویایی درهم تنیدگی حالت های اسپینی و فضایی الکترون در
سیم کوانتومی ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید ۵۶

۵–۱– تحول زمانی سیستم فیزیکی ۵۸
۵–۱–۱– عملگر هامیلتونی ۵۸
۵–۱–۲– عملگر یکانی تحول زمانی ۶۰
۵–۱–۳– دینامیک عملگر چگالی ۶۴
۵–۲– تحول زمانی حالت های خالص و آمیخته ی درهم تنیده ۶۴
۵–۲–۱– تأثیر فرم حالت خالص درهمتنیده بر دینامیک درهم تنیدگی ۶۵
۵–۲–۲– تأثیر میزان آمیختگی حالت درهم تنیده بر دینامیک درهم تنیدگی ۶۸
۵–۳– تنظیم خصوصیات دینامیکی در هم تنیدگی کوانتومی ۷۰
۵–۳–۱– پارامتر راشبا ۷۱
۵–۳–۲– شدت میدان مغناطیسی ۷۲
۵–۳–۳– انرژی گاز الکترونی ۷۴

فصل ششم: نتایج و پیشنهادات ۷۶
فهرست منابع ۷۹

فهرست شکل ها

عنوان صفحه

شکل ۲_۱:.نقاط بلاخ متناظر با حالت های سیستم و کره ی بلاخ ۱۰
شکل ۲_۲: اطلاعات کوانتومی غیرجایگزیده در یک سیستم درهم تنیده ۱۳
شکل ۲_۳: نمایش انواع مختلف درهم تنیدگی ۱۴
شکل ۲_۴: به کارگیری معیار شاهد درهم تنیدگی ۲۵
شکل ۳_۱: مخابره ی کوانتومی ۳۳
شکل ۳_۲: مقایسه ی ۳ حالت با همبستگی های کلاسیکی و کوانتومی متفاوت ۳۷
شکل ۳_۳: یک گیت $CNOT$ ۴۱
شکل ۴_۱: یاخته ی قراردادی شبکه ی کریستالی گالیم ارسنید ۴۵
شکل ۴_۲: (راست) نمودار انرژی نوار هدایت و (چپ) تصویری نمادین از ساختار چندتایی
ایندیم ارسنید_ گالیم ارسنید با گیت های اسکاتی طلایی ۴۷
شکل ۴_۳: طرحی نمادین از سیم کوانتومی حاصل از گیت دو بخشی ۴۹
شکل ۴_۴: پتانسیل حاصل از گیت ها با تقریب سهموی ۴۹
شکل ۴_۵: الکترون در پتانسیل نامتقارن محدود کننده ی گاز دو بعدی ۵۲
شکل ۴_۶: پیوند قطبی ایندیم ارسنید ۵۴
شکل ۵_۱: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت خالص بر حسب زمان و پارامتر α ۶۷
شکل ۵_۲: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت خالص بر حسب زمان و پارامتر φ ۶۷
شکل ۵_۳: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت آمیخته بر حسب زمان و پارامتر آمیختگی r ۷۰
شکل ۵_۴: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت خالص بر حسب زمان و ثابت برهمکنش
اسپین_ مدار راشبا ۷۱
شکل ۵_۵: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت آمیخته بر حسب زمان و ثابت برهمکنش
اسپین_ مدار راشبا ۷۲
شکل ۵_۶: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت خالص بر حسب زمان ومیدان مغناطیسی ۷۳
شکل ۵_۷: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت آمیخته بر حسب زمان و میدان مغناطیسی ۷۳

شکل ۵_۸: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت خالص بر حسب زمان و پارامتر q ۷۵
شکل ۵_۹: "درهم تنیدگی تشکیل" برای حالت آمیخته بر حسب زمان و پارامتر q ۷۵

فهرست جداول

جدول۱ : مقادیر اندازه گیری شده برای گاف نواری گالیم ارسنایدد.....۴۶

جدول۲ : مقادیر اندازه گیری شده برای گاف نواری ایندیم ارسنایدد.....۴۶

فصل اول

مقدمه

۱ـ مقدمه

یکی از مسائل بحث برانگیز در مکانیک کوانتومی اثر اینشتین_ پودولسکی_ روزن (EPR) [۱] می باشد. در این اثر بر خلاف انتظار یک همبستگی قوی میان سیستم های غیر برهمکنش کننده دیده می شود. یک چنین همبستگی قوی تنها زمانی ایجاد می گردد که حالت کوانتومی کل سیستم درهم تنیده باشد، بدین معنی که حالت سیستم قابل نمایش با ضرب تانسوری حالت اجزا نباشد. این خاصیت نتیجه ای مستقیم از اصل برهمنهی در مکانیک کوانتومی است. در تفسیر بوهمی پارادوکس (EPR)، یک جفت ذره ی با اسپین $\frac{1}{2}$، در ابتدا در حالت تکتایی $\Psi^- = \frac{1}{\sqrt{2}}(|+-\rangle - |-+\rangle)$ تعبیه شده و سپس از یکدیگر جدا می گردند. با انجام عمل اندازه گیری، همبستگی کامل بین مولفه های اسپین این دو الکترون در هر راستایی مشاهده می گردد. بل[۱] [۲] و کلازر[۲] [۳] نشان دادند که این همبستگی، باعث آن می شود که نامساوی بل در مدل جایگزیده ی متغیرهای پنهان[۳]، نقض گردد. مشاهدات تجربی متعددی [۴ـ۷]، همبستگی غیرجایگزیده ی پیش بینی شده به وسیله ی مکانیک کوانتومی را تایید می نماید. درهم تنیدگی پدیده ای خالصاً کوانتومی است و همانند کلاسیکی ندارد.

علاوه بر تأیید اعتبار مکانیک کوانتومی، درهم تنیدگی نقشی اساسی را در تئوری اطلاعات کوانتومی بر عهده دارد، نقشی که کامل کننده ی تئوری اطلاعات کلاسیک می باشد. درهم تنیدگی واحدهای ذخیره ی اطلاعات، منبعی اصلی برای انجام محاسبات کوانتومی [۸ ـ۱۰] و ارتباطات کوانتومی[۱۱] به حساب می آید. با وارد نمودن درهم تنیدگی در حوزه ی فناوری اطلاعات، بسیاری از محدودیت ها و نقایص موجود از میان می روند.

جهت افزایش سرعت در انجام محاسبات به وسیله ی کامپیوترهای کلاسیک، تلاش بسیاری در راستای کاهش ابعاد این سیستم ها به عمل آمده است. اما به دلیل محدودیت های کلاسیکی موجود در این سیستم ها، کاهش ابعاد تا حد خاصی امکان پذیر می باشد. بنابراین جهت دست یابی به سرعت های بالاتر، کامپیوترهای کلاسیک پاسخگوی مناسبی نخواهند بود. از این رو ایده ی انجام محاسبات به صورت کوانتومی شکل گرفت. درهم تنیدگی کوانتومی منجر به افزایش

---

[۱] Bell

[۲] Clauser

[۳] Hidden variables

سرعت در انجام محاسبات با استفاده از این روش می شود.

یکی دیگر از دغدغه های علمی بشر، شبیه سازی وقایع طبیعی است. شبیه سازی این وقایع امکان طراحی سیستم های مورد استفاده در فناوری های مختلف را با هزینه و زمان کمتری فراهم می آورد. یکی از فناوری هایی که هم اکنون به طور گسترده در همه ی شاخه های علمی وارد شده است، فناوری نانو می باشد. به دلیل کم بودن ابعاد، قوانین حاکم بر نانوسیستم ها قوانین فیزیک کوانتومی است. بنابراین می بایست برای طراحی این سیستم ها، وقایع کوانتومی را شبیه سازی نمود. شبیه سازی کوانتومی با بهره گیری از پدیده ی درهمتنیدگی و به وسیله ی کامپیوترهای کوانتومی انجام می پذیرد. در فناوری انتقال اطلاعات، گاهی لازم است که یک حالت کوانتومی را به صورت پایدار از یک سیستم به سیستمی دیگر انتقال دهیم ("مخابره ی کوانتومی") [۱۲]؛ همچنین ممکن است بخواهیم یک رمزنگاری را با ضریب امنیت بالا انجام دهیم. بدین منظور می بایست یک کلید رمز نگاری محرمانه ("توزیع کلید کوانتومی") [۱۳] را در اختیار داشته باشیم. جهت نیل به این اهداف نیز می بایست سیستم های درهم تنیده را به کار برد.

به منظور استفاده از درهم تنیدگی، می بایست مسائل مختلف مرتبط با آن را مورد مطالعه قرار داد. یکی از این مباحث که به طور گسترده در تئوری اطلاعات کوانتومی تحت بررسی قرار گرفته است، نحوه ی کمی نمودن این پدیده به شمار می آید. در این ارتباط معیار های بسیاری مطرح و مورد گزینش قرار گرفته اند [۲۰ـ۱۴]. از مجموعه تحقیقات گسترده در زمینه ی کمی نمودن درهم تنیدگی، یافتن روشی مناسب برای توصیف این پدیده در سیستم های آمیخته می باشد [۲۱و۲۲].

در کنار تحقیقات پیرامون براورد میزان درهم تنیدگی، تحولات این کمیت کوانتومی نیز مورد توجه بسیاری قرار دارد. نحوه ی تغییرات زمانی این پدیده، از موضوعات بسیار مهم در فناوری اطلاعات کوانتومی به شمار می آید [۲۳]. مطالعه ی پدیده های احتمالی ممکن در این رابطه نیز حائز اهمیت می باشد. برای نمونه می توان مرگ ناگهانی درهم تنیدگی[۴] را نام برد [۲۴]؛ پدیده ای که نشان دهنده ی از میان رفتن یک بارگی درهم تنیدگی اجزا است. در مقابل می توان از تولید حالت های درهم تنیده ی کوانتومی سخن به میان آورد [۲۵]. انتقال درهم تنیدگی از یک سیستم به سیستمی دیگر نیز قابل بررسی است. شرایط کامل برای این انتقال، همچنین تأثیر عوامل مختلف بر این فرایند، در مراجع [۲۶و۲۷] مطالعه گردیده است. از سوی دیگر مطالعه ی ارتباط این پدیده با رخدادهای فیزیکی موجود در سیستم ها از اهمیت بسیاری برخوردار می باشد. به عنوان نمونه، ارتباط گذار فاز کوانتومی با درهم تنیدگی در مراجع [۳۰ـ۲۸]، بررسی شده است.

درهم تنیدگی کوانتومی از مهمترین پدیده های موجود در سیستم های فیزیک اتمی و حالت

---

[۴] Entanglement sudden death (ESD)

جامد به شمار می آید. دلیل این امر کاربری فراوان این سیستم ها در فناوری اطلاعات کوانتومی است. در این ارتباط از سیستم های حالت جامد با ابعاد پایین به طور گسترده ای بهره برده می شود. چاه های کوانتومی، سیم های کوانتومی و نقطه های کوانتومی، شماری از این سیستم ها می باشند. ابعاد پایین این سیستم ها امکان بهره وری از خواص کوانتومی الکترون را فراهم می آورد.

علاوه بر خاصیت الکتریکی الکترون، این ذره دارای خاصیت ذاتی اسپین، بدون هیچ همانند کلاسیکی، می باشد؛ خاصیتی که به دلایل مختلفی جالب است. در میدان مغناطیسی بالا و دمای پایین، اثرات اسپینی متعددی در ساختارهای کوانتومی ظاهر می گردد [۳۳ـ۳۱]. وجود اثرات اسپینی مختلفی مانند جفت شدگی تراز[۵] [۳۴]، فیلتر شدن دو جهتی جریان اسپینی [۳۵]، شکافتگی اسپینی در میدان های زیمان [۳۶و۳۷]، طول عمر حالت های اسپینی از مرتبه ی میلی ثانیه [۳۸و۳۹]، پرشدگی قشری[۶] [۴۰]، انسداد اسپینی[۷] [۴۱و۴۲] و اثر اسپین- مدار [۴۵-۴۳]، در این ساختارها به صورت تجربی به اثبات رسیده است.

با وجود برخی از این اثرات در سیستم فیزیکی، می توان خاصیت اسپینی الکترون را تحت کنترل قرار داد که اثر اسپین- مدار راشبا از مهمترین آنها به شمار می رود. به واسطه ی ارتباط این برهمکنش با عامل ماکروسکوپیک پتانسیل گیت ها، می توان شدت این اثر را تنظیم نمود. از سوی دیگر میدان مغناطیسی خارجی اعمالی نیز به واسطه ی جفت شدگی مناسب با اسپین الکترون، یکی دیگر از عوامل کنترل کننده ی این خاصیت ذاتی به شمار می رود. بنابراین می توان انتظار داشت اسپین الکترون در این ساختارها به عنوان یک کیوبیت مناسب جهت به کارگیری در فناوری اطلاعات کوانتومی عمل نماید. پژوهش های متعددی درباره ی سیستم های محاسبه گر اسپین- کیوبیتی به انجام رسیده است [۴۸-۴۶]. در این سیستم ها از درهم تنیدگی اسپین- اسپین و یا اسپین با هر سیستم فیزیکی دیگر بهره برده شده است.

بررسی های بسیاری راجع به پدیده ی درهم تنیدگی و مباحث مرتبط با آن، در سیستم های حالت جامد انجام شده است. در مراجع [۵۲ـ۴۹]، تحول زمانی درهم تنیدگی در سیستم های اسپینی در حضور میدان مغناطیسی، تحت مطالعه قرار گرفته است. تأثیر ابعاد سیستم، بزرگی و جهت میدان مغناطیسی و تأثیر حالت اولیه ی هر اسپین بر میزان در هم تنیدگی سیستم، از مباحث مطرح شده در این تحقیقات به شمار می آید. علاوه براین، درهم تنیدگی اسپینی- مداری در نقطه ی کوانتومی دوگانه در مرجع [۵۳]، مورد تحقیق واقع شده است.

تا کنون مدل های مختلفی برای نیل به اهداف فناوری اطلاعات کوانتومی با استفاده از ساختارهای کوانتومی نیمه رسانا ارائه گردیده است. مخابره ی کوانتومی با استفاده از الکترون های

---

[۵] Level pairing

[۶] Shell filling

[۷] Spin blockade

نانوساختارهای نقطه ی کوانتومی یکی از این موارد می باشد [۵۴]. به کارگیری حالت های نقطه ی کوانتومی برهمکنش کننده با میدان اپتیکی کوانتومی در ایجاد الگوریتم های منطقی کوانتومی نیز به عنوان یکی از این مدل ها به حساب می آید [۵۵]. در تمامی این مدل ها و مدل های مشابه، درهم تنیدگی و خصوصیات مرتبط با آن از اساسی ترین مسائل قابل بررسی است. هدف نهایی در این پایان نامه نیز مطالعه ی دینامیک درهم تنیدگی اسپینی– فضایی یک الکترون در سیم کوانتومی ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید می باشد. در این ارتباط مشاهده می گردد که درهم تنیدگی حالت های اسپینی و فضایی الکترون، با گذشت زمان به صورت نوسانی تغییر می نماید. در سیستم مورد نظر، میزان درهم تنیدگی و آمیختگی اولیه ی سیستم، نحوه ی تغییرات زمانی درهم تنیدگی را تحت تاثیر قرار می دهند. همچنین مشاهده می گردد که خواص دینامیکی درهم تنیدگی، به عوامل ماکروسکوپی موجود وابسته می باشد. ارجحیت این سیستم در بکاربری آن جهت تولید درهم تنیدگی، از وجود برهمکنش اسپین– مدار راشبا در این سیستم ناشی می گردد. از آنجایی که به واسطه ی پتانسیل گیت ها می توان میزان این برهمکنش را کنترل نمود [۴۳و۵۶]، تنظیم خصوصیات دینامیکی درهم تنیدگی نیز امکان پذیر خواهد شد.

در فصل دوم ، ابتدا مفهوم درهم تنیدگی کوانتومی حالت های خالص و آمیخته تشریح می گردد. توصیف مهمترین معیارهای ارائه شده جهت کمی نمودن این دو نوع درهم تنیدگی، از دیگر مطالب مطرح شده در این فصل می باشد. در فصل سوم به توضیح نحوه ی به کارگیری درهم تنیدگی در بخش های مختلف فناوری اطلاعات کوانتومی پرداخته می شود. در مرحله ی بعد، توصیف سیستم فیزیکی سیم کوانتومی ایندیم ارسناید– گالیم ارسناید و برهمکنش‌های اسپینی موجود در این سیستم در فصل چهارم مطرح می گردد. در فصل پنجم پس از ارائه ی عملگر تحول زمانی، دینامیک درهم تنیدگی اسپینی– فضایی الکترون در حالت های خالص و آمیخته محاسبه خواهد شد. در ادامه ی این فصل، نحوه ی تنظیم خصوصیات دینامیکی این پدیده ی کوانتومی را با استفاده از عوامل ماکروسکوپیک نشان می دهیم و در نهایت، فصل ششم به بررسی نتایج و ارائه ی پیشنهاداتی در زمینه ی این کار پژوهشی تخصیص می یابد.

فصل دوم

تئوری درهم تنیدگی کوانتومی

۲ـ تئوری درهم تنیدگی کوانتومی

حالت ها ی خالص و آمیخته ی درهم تنیده، نقشی اساسی در پردازش اطلاعات کوانتومی ایفا می نمایند. این حالتها در تئوری اطلاعات کوانتومی، ابزار مرکزی ایجاد اثرات غیرکلاسیکی به شمار می روند. دراین فصل پس از ارائه ی مبانی تئوری اطلاعات کوانتومی، مفهوم حالت ها ی خالص و آمیخته ی درهم تنیده تشریح می گردند. پس از آن چگونگی تشخیص و کمی نمودن درهم تنیدگی را با استفاده از معیارهای مختلف، توضیح توضیح خواهیم داد.

۲ـ۱ـ مبانی تئوری اطلاعات کوانتومی

همان گونه که فاینمن[۸] پیش بینی نموده بود [۵۷]، هم اکنون مبحث تئوری اطلاعات کوانتومی یکی از حوزه های علمی رو به رشد محسوب می گردد. پس از تفکر در مورد مباحث نظری مکانیک کوانتومی، در طول دهه های ۸۰ و ۹۰ تلاش بشر در جهت به کارگیری مفاهیم کوانتومی در تکنولوژی اطلاعات آغاز گردید. از آنجایی که لاندار[۹] پیش از این اشاره نموده بوده، *اطلاعات فیزیکی می باشد*، جمع نمودن مکانیک کوانتومی و تئوری اطلاعات، امری دور از انتظار به حساب نمی آمد. از این رو این فرصت به دست آمد که قوانین کوانتومی برای انجام مواردی که در تئوری اطلاعات کلاسیک ممکن نبود، به کار گرفته شوند.

از سوی دیگر، می توان از اصول علمی اطلاعات کوانتومی جهت مطالعه ی مسائل مطرح در زمینه های مختلف، مانند فیزیک بس- ذره ای کوانتومی و یا تئوری میدانهای کوانتومی بهره جست [۵۸]. دلیل اصلی بهره مندی مذکور، این واقعیت است که اطلاعات کوانتومی مطالعه ی دقیقی از همبستگی کوانتومی یا درهم تنیدگی کوانتومی را توسعه می دهد. بنابراین هر سیستم فیزیکی توصیف شده با قوانین کوانتومی می تواند، از دیدگاه اطلاعات کوانتومی به وسیله ی تئوری درهم تنیدگی در نظر گرفته شود.

در تئوری اطلاعات، سیستمهای فیزیکی نقشی اساسی را بر عهده دارند. به عبارت دیگر تمامی

---

[۸] Feynman

[۹] Landauer

مراحل پردازش اطلاعات، متناظر با تحول یک سیستم فیزیکی است. اطلاعات ورودی به صورت حالت اولیه ی سیستم ظاهر می گردد. فرایند پردازش اطلاعات متناظر با تحول زمانی سیستم بوده و به وسیله قوانین فیزیکی حاکم بر سیستم، کنترل می گردد؛ و در نهایت اطلاعات خروجی با حالت نهایی سیستم به دست می آید. این فرایند در دو تئوری اطلاعات کلاسیک و کوانتومی در اساس کار قرار دارد؛ با این تفاوت که در تئوری اطلاعات کلاسیک سیستم فیزیکی و قوانین حاکم بر آن کلاسیک بوده و در تئوری اطلاعات کوانتومی با سیستم و قوانین کوانتومی رو به رو می باشیم.

۲ـ۱ـ۱ـ تئوری اطلاعات کوانتومی در مقابل تئوری اطلاعات کلاسیک

اطلاعات کوانتومی به نوعی از اطلاعات اطلاق می گردد که به وسیله ی حالت یک سیستم کوانتومی نشان داده شده و می تواند با استفاده از سیستم کوانتومی به عنوان حامل اطلاعات، مخابره گردد. در این مورد مخابره گر اطلاعات، سیستمی فیزیکی است که اطلاعات را مهیا نموده و دریافت کننده ی اطلاعات سیستمی است که اندازه گیری را انجام می دهد. مخابره ی اطلاعات به واسطه ی انتشار حاملها میان مخابره گر و دریافت کننده انجام می پذیرد. در حقیقت مهیا سازی و اندازه گیری اطلاعات، نقاط برخورد تئوری اطلاعات کوانتومی و کلاسیکی می باشند، زیرا تنها اطلاعات کلاسیکی مستقیماً قابل خواندن می باشند. به طور کلی تبدیل اطلاعات کوانتومی به اطلاعات کلاسیک، بدون اتلاف امکان پذیر نمی باشد. علت این امر را می توان در ساختار غیر کلاسیکی فرایند اندازه گیری جستجو نمود. *بنابراین اطلاعات کوانتومی نوع بسیار متفاوتی با اطلاعات کلاسیک می باشد، همان گونه که حالت کوانتومی نوع متفاوتی با حالت سیستم کلاسیکی است.*

پردازش اطلاعات کوانتومی با به کارگیری حالتهای کوانتومی سیستم فیزیکی، امکان پذیر است [۵۵]. تبدیلات یکانی و اندازه گیری ها، از عناصر فرایند پردازش اطلاعات به حساب می آیند. دو تئوری اطلاعات کلاسیکی و کوانتومی به ترتیب با دو واحد مختلف بیت و کیوبیت[۱۰] در ارتباط می باشند. تئوری اطلاعات کوانتومی برای سیستمهای مختلف کیوبیتی (حالتهای اسپینی الکترون، قطبش فوتون و غیره)، به طور یکسان به کار برده می شود.

ذخیره و پردازش اطلاعات کوانتومی دارای مبانی متفاوتی با نمونه ی کلاسیکی می باشد. این مبانی عبارت اند از [۵۹]

---

[۱۰] Qubit

۱- حالتهای یک کیوبیت محدود به 0 یا 1 نمی باشد. این واحد با کره بلاخ توصیف می گردد.

۲- حالت یک سیستم کوانتومی متشکل از چند کیوبیت، می تواند درهم تنیده گردد.

۳- در پردازش کلاسیکی اطلاعات، تنها پرش از 0 به 1 وجود دارد؛ در حالی که در پردازش کوانتومی، تبدیلات یکانی و دیگر عملگرها، جامع تر و بسیط تر می باشند.

۴- در پردازش کوانتومی اطلاعات، حالت نهایی سیستم به سادگی قابل بازخوانی نمی باشد.

۲_۱_۲_ کیوبیت: واحد ذخیره ی اطلاعات کوانتومی

هدف نهایی از این بخش ایجاد ذهنیتی واضح و کلی نسبت به مفهوم واحدهای پردازش اطلاعات کوانتومی می باشد. یک کیوبیت، سیستمی فیزیکی است که دارای دو حالت کوانتومی است. ذره ای با اسپین $\frac{1}{2}$، اتمی با دو تراز انرژی، فوتونی با دو قطبش متعامد و یا گربه ی " زنده یا مرده ی " شرودینگر را می توان به عنوان یک کیوبیت در نظر گرفت. در نماد ریاضی، پایه ی متعامد برای این فضای هیلبرت با دو بردار عمود $|0\rangle$ و $|1\rangle$، نشان داده می شود. این نماد به نمادی شباهت دارد که برای بیت کلاسیکی که می تواند در حالت 0 یا 1 قرار گیرد، به کار می رود؛ اما باید توجه نمود که بر خلاف واحد پردازش بیت، قوانین مکانیک کوانتومی این اجازه را می دهند که هر کیوبیت به طور فیزیکی در هر ترکیب خطی از حالتهای $|0\rangle$ و $|1\rangle$ یافت گردد. به طوری که حالت کلی یک کیوبیت با رابطه زیر داده می شود

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle \qquad (۱_۲)$$

که α و β اعداد مختلط بوده و $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$. با شرط بهنجارش داده شده، می توان حالت بالا را به صورت

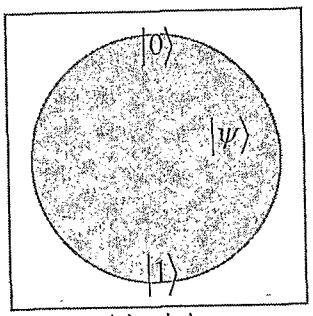
$$|\psi\rangle = e^{i\gamma}\left(\cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle\right) \qquad (۲_۲)$$

نوشت، که در رابطه ی بالا γ، θ و ϕ پارامترهای حقیقی هستند. از آنجایی که فاز عمومی $e^{i\gamma}$،

در مشاهدات تجربی تأثیری ندارد، حالت فیزیکی یک کیوبیت تنها با دو عدد حقیقی θ و ϕ مشخص می گردد

$$|\psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|0\rangle + e^{i\phi}\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|1\rangle \qquad (۲_۳)$$

زوایای θ و ϕ نقطه ای را بر روی کره ای که معمولا "*کره ی بلاخ*[11] خوانده می شود، مشخص می کنند (شکل ۲_۱ را ببینید). از سوی دیگر می توان تعریف کیوبیت را تعمیم داده و سیستمهای کوانتومی d_ ترازه را اصطلاحا" با عنوان واحد *کیودیت*[12] معرفی نمود.



شکل ۲_۱: در اندازه گیری مشاهده پذیری با ویژه حالت های $|0\rangle$ و $|1\rangle$، با توجه به نتیجه ی اندازه گیری، حالت $|\psi\rangle$ در ویژه حالت $|0\rangle$ یا $|1\rangle$ قرار می گیرد. نقاط بلاخ متناظر، بر سطح کره ی بلاخ نشان داده شده اند.

۲_۲_ تعریف درهم تنیدگی کوانتومی

۲_۲_۱_ پیشینه ی تاریخی

با تولد مکانیک کوانتومی در اوایل قرن بیستم، همواره مباحث جدیدی در این تئوری مطرح شده و بدین ترتیب بسیاری از فیزیکدانان، علاقه مند به نگاه دقیق تری نسبت به طبیعت شده اند. مسلما" مکانیک کوانتومی توصیفی دقیق و زیبا را از پدیده های فیزیکی حاکم در زمینه های مختلفی از فیزیک زیراتمی تا فیزیک ملکولی و فیزیک ماده چگال ارائه می نماید. اما با وجود موفقیتهای بسیار فیزیک کوانتومی، همواره مفاهیمی جدال برانگیز، اساس نظریه مکانیک

---

[11] Bloch sphere

[12] Qudit