دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسي ارشد

گرانش کوانتومی بوهمی در سیاه‌چاله‌ها

توسط:

رضیه سادات احمدنژاد

استاد راهنما:

حسین غفارنژاد

خرداد ۱۳۹۰

دانشگاه سمنان

دانشکده علوم پایه

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد فیزیک

تحت عنوان

گرانش کوانتومی بوهمی در سیاه‌چاله‌ها

ارائه شده توسط:

رضیه سادات احمدنژاد

در تاریخ **توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت:**

۱- استاد راهنما	**دکترحسین غفارنژاد**
۲- استاد داور	**دکتر گوهر رستگارزاده**
۳- استاد داور	**دکتر نصرت الله جعفری سنبل آبادی**

گرانش کوانتومی بوهمی در سیاه‌چاله‌ها

چکیده

ما رهیافت کوانتوم بوهمی را بررسی می کنیم . سپس با استفاده از گرانش کوانتومی بوهمی برای کنش میدان گرانشی سیاه چاله های شوارتزشیلد و رایزنز-نوردستروم-دوسیته، معادله ی دینامیکی هامیلتون-ژاکوبی را استخراج کرده و پیشگویی های آن را در بررسی پدیده هایی چون تابش گرمایی هاوکینگ استنتاج می کنیم.

Bohmian quantum gravity in the black holes

Abstract:

We use the de Broglie-Bohm approach of quantum gravity for some black hole space times such as Schwarzschild, Rissner Nordstrom and Schwarzschild de Sitter. Then we solve their Hamilton Jacobi equations in the presence of quantum potential and obtain thermal Hawking radiation of the black holes in view of the de Broglie Bohm approach of quantum gravity.

Semnan university

Faculty of Science

Physics Department

Master of Science

Subject

Bohmian quantum gravity in the black holes

by

Razie.s Ahmadnezhad

Supervisor

Hossein Ghaffarnejad

June 2011

فهرست مندرجات

مقدمه

۱ مکانیک کوانتومی بوهمی ۸

۱-۱ دیویدبوهم ۸

۱-۲ سیرتاریخی ۹

۱-۳ متغیرهای نهان. ۱۱

۱-٤ کوانتوم بوهمی. ۱۲

۱-۵ حل مسائل با استفاده از رهیافت بوهم. ۱٦

۲ رهیافت دوبروی–بوهم در سیاه‌چاله‌های شوارتزشیلد ۱۸

۲– ۱ فرمول‌بندی بنیادی. ۱۹

۲–۲ کوانتش گرانش. ۲۲

۲–۳ رهیافت دوبروی–بوهم. ۲٤

۳ رهیافت دوبروی–بوهم برای تابع موج سیاه چاله‌ی رایزنر–نوردستروم–دوسیته ٤۰

۳–۱ شکل بنیادی کنش. ٤۱

۳–۲ رهیافت دوبروی– بوهم. ٤٥

نتیجه‌گیری

مراجع

پیوست‌ها

"عاقلان نقطــه‌ی پرگار وجودند، ولــی

عشق داند که در این دایره سرگردانند"

«حافظ»

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

که روشنایی بخش لحظات زندگی‌ام هستند!

و همسرم

که بهترین هدیه‌ی خداوند به من است!

تشکر و قدردانی

خداوند را سپاسگزارم که این مرحله از زندگی نیز به یاری و توجه او به پایان رسید. حال که به لطف خداوند متعال، این نوشته به پایان رسیده است؛ بر خود لازم می‌دانم از کسانی که در طول این مدت با من همکاری کردند تشکر کنم.

در ابتدا از استاد گرامی‌ام، آقای دکتر حسین غفارنژاد، بسیار سپاسگزارم. اگر نبود همکاری و راهنمایی مستمر ایشان، این امر میسر نمی‌شد. در محضر ایشان نه تنها علم و دانش که بزرگواری و راه و رسم بزرگ بودن و خوب بودن را آموختم و همیشه سپاسگزارشان خواهم بود.

لازم می‌دانم که از خانواده‌ی بسیار عزیزم هم تشکر کنم. نه تنها در این امر، که در تمام زندگی و دوران تحصیل، حمایت‌ها و پشتیبانی‌های آن‌ها بود که من را به ادامه‌ی راه و جدیت در آن تشویق می‌کرد. از تمام اعضای خانواده به سبب این همراهی و همکاری همیشگی سپاسگزارم.

امید که این پایان‌نامه بتواند کمکی هر چنداندک در پیشبرد و گسترش علم و دانش باشد و به‌عنوان یک راهنمای فارسی برای دانشجویان مفید واقع شود.

مقدمه

فرم بنیادی[۱] نسبیت عام توسط دیراک[۲][۱] و آرنوویت-دیزر و مینر(آ-دی-ام)[۳] تهیه شد[۲]. در این فرمول‌بندی، دینامیک میدان گرانشی به عنوان یک سیستم کاملا مقید بیان می شود. برای کوانتیزه بودن گرانش، قیود به عنوان محدود کننده های عملگر حالت سیستم گرانشی استفاده می‌شوند و قید هامیلتونین منجر به معادله‌ی ویلر-دویت[٤] می‌شود [۳].

یک حالت کوانتومی از فضا- زمان به وسیله‌ی یک تابع حالت ψ توصیف می‌شود. به طوری که ψ یک پاسخ برای معادله‌ی ویلر-دویت $\hat{H}\psi = 0$ است؛ که $\hat{H}$ عملگر هامیلتونین سیستم گرانشی است. این معادله بر این نکته دلالت می کند که تابع موج، یک حالت ساکن(ثابت) با انرژی صفر است وهیچ تحول دینامیکی از حالت فیزیکی وجود ندارد. بنابراین ما نمی‌توانیم تصویر دینامیکی از این معادله به دست آوریم. این به مشکل زمان در گرانش کوانتومی معروف است[٤]. این مسئله زمانی پدید آمد که

---

[۱] The canonical form
[۲] Dirac
[۳] Arnowitt- Deser and Misner (ADM)
[٤] Wheeler-DeWitt (WD)

نظریه‌پردازان تلاش کردند نظریه نسبیت عام را با به کار بردن کوانتش بنیادی به نظریه کوانتومی بدل کنند. چنان‌که از نظریه‌ی میدان در فضای تخت مینوکوفسکی می‌دانیم، شیوه‌ی مذکور در مورد نظریه‌ی الکترومغناطیس بسیار عالی از آب درآمد ولی در مورد نسبیت عام، همان‌طور که دویت نشان داده است[۳]؛ معـــادله ویلر-دویت را بـه‌صورت یک معادله‌ی قیدی و بدون متغیر زمان به دست می‌دهد. به معنای دقیق کلمه این معادله نشان می‌دهد که جهان باید بی‌هیچ تغییری در زمان منجمد شده باشد.

این پیامد ممکن است منعکس کننده جریانی در خود روند زمان باشد، لیکن برخی فیزیک‌دانان و فیلسوفان استدلال می‌کنند که این امر دارای ریشه‌های عمیق‌تری است که دقیقا به یکی از اصول بنیادین نسبیت می‌رسد یعنی همموردای عمومی[۵] که بنابر آن قوانین فیزیک برای هر مشاهده‌گری یکسان است. فیزیک‌دانان به این اصل در قالب اصطلاحات هندسی می‌اندیشند. دو مشاهده‌گر مطابق دیدشان باتوجه به این که چه کسی در حال حرکت است و چه نیروهایی در حال اعمال شدن هستند به دو صورت متفاوت فضا – زمان را ادراک می‌کنند. هر صورت روایت دیگری را چنان با ظرافت تغییر می‌دهد که فنجان قهوه به دونات یا چنبره تغییر شکل می‌دهد. بنابر اصل همموردای عمومی تفاوت بی‌معناست. پس هر دو صورت به نحو فیزیکی هم‌ارزند.

در اواخر دهه ۱۹۸۰ دو فیلسوف به نام‌های جان ارمان[۶] و جان.دی.نورتون[۷] از دانشگاه پیتسبورگ استدلال کردند که همموردای عام پیچیدگی‌های جدی برای یک مسئله مابعدالطبیعی قدیمی به بار می‌آورد: آیا فضا و زمان مستقل از ستارگان، کهکشان‌ها و دیگر محتویاتشان وجود دارند (موضعی که واقعی گرایی[۸] نامیده می‌شود) یا این که تمهیدی ساختگی است برای توصیف این که اشیا فیزیکی چگونه نسبتی با هم دارند (نسبت‌گرایی[۹]) چنان که نورتون نوشته است: آیا نسبت آن‌ها (فضا و زمان) مثل بوم نقاشی و نقاش است که نقاش روی آن نقاشی کند یا نکند، این رابطه وجود دارد یا مثل رابطه پدر و مادری است که تا زمانی که فرزندی وجود نداشته باشد رابطه پدر و مادری هم وجود نخواهد داشت.

---

۵ general Covariation
۶ John Earman
۷ John D.Norton
۸ Substantivalism
۹ Relationism

او و ارمان مجددا به آزمون‌های فکری[۱۰] اینشتین رجوع کردند که مدتی طولانی مورد غفلت واقع شده بود. بخشی تهی از فضا – زمان را در نظر بگیرید. بیرون از این حفره، توزیع ماده بر حسب معادلات نسبیت عام هندسه فضا – زمان خواهد بود. اما در داخل حفره، با فرض همورددای عام فضا – زمان صورت‌های مختلفی می‌پذیرد. به تعبیری فضا – زمان مثل خیمه و چادر است. دیرک‌های چادر که نماد ماده‌اند موجب می‌گردند چادر شکل خاصی به خود بگیرد. اما اگر دیرک‌ها را حذف کنید حفره مانندی ایجاد می‌شود، بخشی از چادر احتمالا آویزان می‌شود یا همان‌گونه که انتظار می‌رود در باد موج برمی‌دارد.

با صرف نظر از تفاوت‌های جزئی، آزمون فکری قیاسی دو وجهی پیش می‌نهد. اگر پیوستار امری فی‌نفسه باشد (همان‌طور که واقعی گرایان باور دارند) نسبیت عام باید غیر قطعیتی باشد، یعنی توصیف آن از جهان باید دارای عنصر تصادف باشد. برای این‌که نظریه غیر قطعیتی باشد، فضا – زمان باید خیالی باشد(همان‌طور که نسبت گرایان باور دارند). در نگاه اول به نظر می‌رسد پیروزی از آن نسبت‌گرایی است. نسبت‌گرایی کمک می‌کند نظریه‌های دیگری چون الکترومغناطیس بر تناسباتی شبیه تناسبات آن مبتنی گردند.

اما نسبت‌گرایی مشکلات خاص خودش را نیز دارد. نسبت‌گرایی خاستگاه اصلی مسئله زمان منجمد است: فضا احتمالا سراسر زمان را شکل می‌دهد اما اگر صورت‌های مختلف آن کاملا همانند باشند به واقع هیچ تغییری نمی‌کند. علاوه بر این نسبت‌گرایی در چالش با شالوده‌های واقع‌گرایانه مکانیک کوانتومی است. اگر فضا – زمان معنای مشخصی نداشت چگونه می‌توان در مکان و زمانی خاص که به نظر می‌رسد نیاز مکانیک کوانتومی است، دست به مشاهده زد؟

راه‌حل‌های مختلف قیاس دو وجهی به نظریه‌های گوناگونی در مورد گرانش کوانتومی می‌انجامد. بعضی فیزیک‌دانان مانند؛ رووِلی و جولیان باربود[۱۱] به دنبال رهیافتی نسبت‌گرایانه هستند؛ آن‌ها فکر می‌کنند که زمان وجود ندارد و راه‌های مختلفی را برای تبیین تغییر به عنوان یک توهم دنبال کرده‌اند. بقیه فیزیکدانان یعنی نظریه پردازان ریسمان، به سمت واقعی‌گرایی گرایش دارند [۵].

---

۱۰ Gedanken
۱۱ Julian Barbod

علاوه برمشکل زمان، مشکلات دیگری نیز برای تابع موج مطرح شده وجود دارد[٦]. مشکلات اساسی وقتی رخ می دهند که ما تفسیر کپنهاگ را بر تابع موج اعمال کنیم. تفسیر کپنهاگی به عنوان اولین تاویل توسط بوهر در سال ۱۹۲۷ مطرح شد. بر این اساس، تا پیش از مشاهده تنها چیزی که وجود دارد تابع موج است که ذاتی احتمالاتی دارد. پس از مشاهده این تابع تقلیل یافته(اضمحلال شده) و نتیجه‌ی قطعی جایگزین آن می‌شود.

بنابراین، گرانش کوانتومی بنیادی بر اساس روش ویلر-دویت از نظر ریاضی و مفهومی دشوار است. اولین مشکل این است که مشاهده گر هم جزئی از سیستم کوانتومی است. دومین مشکل به این خاطر رخ می دهد که در تفسیر کپنهاگی مشاهده گر باید تعداد زیادی اندازه گیری که روی یک آنسامبل[۱۲] خاص انجام شده است را در نظر بگیرد؛ یعنی هر جزئی که به وسیله ی حالت $|\psi>$ مشخص شده است. وقتی یک اندازه گیری از مشاهده پذیر A به وسیله‌ی یک ناظر خارجی، از طریق مکانیک کلاسیک توصیف می‌شود؛ بخاطر اضمحلال تابع موج به یک ویژه بردار $|a>$ با ویژه مقدار a ، اندازه گیری سبب تغییر ناپیوسته می شود. هم‌چنین فرض شده که کمیت $|<a|\psi>|^2$ احتمال به دست آوردن ویژه مقدار a باشد. اما در کیهان‌شناسی کوانتومی، هر چند تابع موج داده شده به وسیله‌ی معادله ی ویلر-دویت یک سیستم منحصر به فرد و کامل را توصیف می کند، ولی نمی‌تواند مفهوم احتمال را در برگیرد.

افراد زیادی برای غلبه بر مشکل زمان تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون[۱۳] را برای کیهان شناسی کوانتومی به کار بردند [۷]. در تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون استاندارد، سیستم به صورت دو قسمت مجزا فرض می شود: قسمت گرانشی به صورت سیستم نیمه کلاسیکی و قسمت ماده به صورت سیستم کوانتومی. در این تقریب، زمان از طریق اندازه گیری گرادیان کنش کلاسیکی با سرعت متغیر معرفی شده‌است. از طریق تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون زمان و معادله ی شرودینگر با موفقیت معرفی می شود. ولی مشکل مشاهده حل نشده باقی می‌ماند و این تقریب هیچ راه حلی برای اشکال پیش آمده هنگام اعمال تفسیر کپنهاگی[۱۳] ارائه نمی‌دهد.

---

۱۲ ensemble

۱۳ WKB

در صورتی که تغییر در پتانسیل به طور قابل ملاحظه‌ای بزرگتر از طول موج باشد تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون شکسته می‌شود. در این موقعیت فرکانس تابع موج بسیار بالا است و دامنه به شدت نوسان می‌کند. این باعث می‌شود که نتوان تابع موج را در نزدیک افق تعریف کرد. انتظار می رود در ناحیه ای که نرده‌ای ریچی بسیار بزرگ می‌شود(مانند یک افق) یک اثر کوانتومی محسوس در فضا-زمان ظاهر شود. ما نمی‌توانیم از اثر افت و خیز فضا-زمان در تشعشع هاوکینگ[۱۴] چشم پوشی کنیم[۸ و۹]. پس ما بیان دوبروی- بوهم [۱۰] را به منظور تخمین نوسانات کوانتومی به جای تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون اعمال می‌کنیم.

تفسیر دوبروی-بوهم زمان را به صورت خیلی مشابه با تقریب ونتزل-کرامرز-بریلیئون معرفی می‌کند. در حالی که تابع موج را به شیوه‌ی کاملا متفاوتی تفسیر می‌کند. تفسیر دوبروی-بوهم به وسیله‌ی مربوط ساختن تکانه با گرادیان فاز تابع موج یک نوع مسیر معرفی می‌کند. ما این مسیرها را، مسیرهای دوبروی-بوهم یا کوانتومی[۱۵] می‌نامیم. به نظر می‌رسد این تفسیر بتواند از ایجاد بعضی از مشکلاتی که ذکر شد جلوگیری کند. مشکل تحول دینامیکی از طریق مسیرهای کوانتومی قابل حل است. زیرا می توان تحول دینامیکی را با استفاده از مختصات زمانی ظاهر شده در معادله‌ی لاگرانژین اصلی توصیف کرد. فرض می شود که این مسیرها واقعا وجود داشته باشند. اثرات کوانتومی روی مسیرها از طریق پتانسیل کوانتومی، به طور کمی توصیف شده‌اند؛ که به وسیله‌ی مشتق دوم دامنه‌ی تابع‌موج تعیین می-شوند. با این پتانسیل کوانتومی، مسیرهای دوبروی-بوهم شکل اصلاح شده‌ای از نمونه‌های کلاسیکی-شان هستند. اگر پتانسیل کوانتومی به اندازه‌ی کافی کوچک بوده و با پتانسیل معمولی قابل مقایسه باشند، بدون احتیاج به حضور ناظر، سیستم کلاسیکی درک می شود. بنابراین در تفسیر دوبروی-بوهم مشاهده گر(ناظر) و در نتیجه اضمحلال تابع موج وجود ندارد.

در واقع در تقریب دوبروی-بوهم [۱۰و۱۱] با معرفی تصویر مسیر معین از طریق فاکتور فاز در معادله موج، می توانیم برآوردهای کمی از اثرهای کوانتومی نزدیک افق ها ایجاد کرده و یک اقتباس طبیعی از تصویر نیمه کلاسیکی نظریه کوانتومی داشته باشیم بدون آنکه لازم باشد یک ناظر بیرونی فرض کنیم یا

---

[۱۴] the Hawking radiation
[۱۵] The dBB or quantum trajectory

مجبور شویم اضمحلال تابع موج را سبب شویم. در ارتباط با مشکل مفهوم زمان که در آن بسط زمانی در معادله ویلر-دویت وجود ندارد، ما می توانیم زمان پارامتری را به شکل طبیعی که در یک فضای مینوکوفسکی اختیار می‌شود در نظر بگیریم. هرچند به طور هم‌زمان برای هر دو مدل کانونیک و بوهمی در سطح کوانتومی،اصل هموردای- عام شکسته می شود.

در این پایان نامه، به خاطر اینکه اثر کوانتومی نزدیک افق یا تکینگی ممکن است بزرگ باشد؛ ما تفسیر دوبروی-بوهم را بر روی هندسه کوانتومی سیاه‌چاله‌های شوارتزشیلد و رایزنز-نوردستروم-دوسیته اعمال می‌کنیم. خصوصیت مکانیک کوانتومی هندسه سیاه‌چاله ممکن است به تابش هاوکینگ یا پدیده‌ی تبخیر[۱۶] سیاه‌چاله منجر شود. به منظور تخمین کمی افت و خیزهای کوانتومی فراتر از ناحیه‌ی نیمه-کلاسیکی، تفسیر دوبروی-بوهم را برای تابع موج این دو نوع سیاه‌چاله مطالعه خواهیم‌کرد.

توجه داریم که جهت مطالعه‌ی نظریه کوانتومی، فرمول بندی بنیادی باید همراه ناحیه‌ی افق فرمول بندی شود و تابع جرم به وسیله‌ی متغیرهای بنیادی بیان شود. معادله‌ی ویژه‌مقداری جرم نقش مهمی در مبحث نظریه کوانتومی فضای خلأ دارد. به جای تحمیل قید تکانه، معادله‌ی ویژه مقداری جرم، فضای به دست آمده از معادله ی ویلر-دویت را تاحدود زیادی محدود می‌کند و نقش یک نوع شرط اولیه و نهایی را ایفا می‌کند.

در ادامه‌ی کار معادله‌ی ویلر-دویت و معادله‌ی ویژه مقداری جرم را به‌طور هم‌زمان حل کرده و تابع موج را به‌دست می‌آوریم. سپس تفسیر دوبروی-بوهم را روی این تابع موج اعمال می‌کنیم و مسیرهای دوبروی-بوهم روی ابرزیرفضای[۱۷] مربوطه را به‌دست می‌آوریم. که این خود طرح کوانتومی از هندسه‌ی سیاه چاله را نشان می دهد. در انتها نیز برای بررسی بهتر پرتو نور را روی این هندسه کوانتومی مورد بحث قرار می‌دهیم.

این پایان نامه به این صورت تقسیم بندی شده است: در فصل اول به بررسی رهیافت کوانتومی دوبروی-بوهم می‌پردازیم. در فصل ۲ و ۳ تابع موج را به ترتیب برای سیاه‌چاله‌های شوارتزشیلد و

---

[۱۶] smearing
[۱۷] Mini super space

رایزنز-نوردستروم-دوسیته به دست می‌آوریم و به کمک تفسیر دوبروی-بوهم مفهوم تابع موج ویلر-دویت را بررسی می‌کنیم. درانتها ضمن خلاصه ای از مباحث مطرح شده به بررسی نتایج این مباحث پرداخته و پیشنهادات ناشی از آن مطرح خواهد شد.

فصل اول

فیزیک کوانتوم بوهمی

۱-۱ دیویدبوهم

دیوید بوهم از فیزیکدانان و فلاسفه‌ی بزرگ این قرن است. او در سال ۱۹۱۷ در ایالت پنیسلوانیای امریکا به دنیا آمد. بوهم متاثر از دیدگاه‌های اینشتین و کریشنامورتی بود. در سال ۱۹۵۱ کتابی تحت عنوان نظریه کوانتومی منتشر کرد که یک نظریه‌ی موجبیتی[۱] و بر اساس متغیرهای نهانی غیرموضعی[۲] است. این نظریه به مکانیک کوانتومی بوهمی معروف شد. او تحت نظر دانشمندانی چون اینشتین و اپنهایمر به تحصیل پرداخت و موفق شد در سال ۱۹۴۳ درجه دکتری خود را از دانشگاه برکلی اخذ کند. موضوع رساله دکتری بوهم، پراکندگی نوترون-پروتون بود. او نظریات مهمی در فیزیک ارائه داد که از آن جمله می‌توان به همجوشی بوهمی[۳]، اثر بوهم-آهارانوف و تسری نظریه‌ی پلاسما به فلزات اشاره کرد. چهل سال آخر زندگی بوهم به تحقیق و بررسی در زمینه‌ی نظریه کوانتوم پرداخت و سرانجام در سال ۱۹۹۲ درگذشت.

---

۱ Causality
۲ unlocality
۳ Bohm-diffusion

۱-۲ سیر تاریخی

شایعترین تفسیر استاندارد از مکانیک کوانتومی تفسیر کپنهاگی است که توسط بورن و هایزنبرگ ارائه شده است. این تفسیر شامل مجموعه‌ای از دیدگاه‌ها درباره‌ی گزاره‌ها و پیش‌بینی‌های مکانیک‌کوانتومی است. از دیدگاه مدافعان تفسیر کپنهاگی[۱۲و۱۳]، برای هر جسم یک تابع موج وجود دارد و این تابع موج فقط احتمال حضور ذره‌ی کوانتومی در فضا-زمان را نشان می‌دهد. این نظریه بیان می کند که تا هنگامی که مشاهده‌ای انجام نشده باشد؛ نمی‌توان حالت دقیق ذرات را تعیین کرد. زیرا قبل از مشاهده ذره می تواند در یکی از حالت های مختلفی باشد که توسط معادله ی موج شرودینگر آن توصیف می شوند و ذره در حالت نامعلومی قرار داردکه جمع تمام حالت های ممکن است. در واقع قبل از مشاهده امواج احتمالاتی در طول زمان با توجه به معادله‌ی شرودینگر پخش شده‌اند و هنگامی که مشاهده رخ می‌دهد؛ این امواج در یک نقطه خاص متمرکز می‌شوند و هویت ذره ای تابع موج آشکار می‌شود. این عدم قطعیت به خاطر اصل عدم قطعیت هایزنبـــــرگ است که محصول نظریه‌ی مکانیک کوانتومی غیرموجبیتی است[۱۰-۱۲].

در سال ۱۹۳۲ فون نویمان[٤] در کتاب مبانی ریاضی مکانیک کوانتومی قضیه‌ای را عنوان کرد که وضع مکانیک کوانتومی و تفسیر کپنهاگی آن را بیش از پیش تثبیت کرد. بر طبق این قضیه، نظریه‌ی کوانتوم با هر نظریه‌ی تفصیلی‌تر ناسازگار است و به عبارت دیگر یک سطح زیرکوانتومی وجود ندارد. او در اثبات این قضیه از مفهوم متغیرهای نهان[٥] استفاده کرد. این‌ها متغیرهایی هستند که در مکانیک کوانتومی در نظر گرفته نشده اند، اما در یک سطح زیرکوانتومی مطرح اند. نویمان مدعی شد که وجود این متغیرها با مکانیک کوانتومی تعارض دارد. اما مکانیک کوانتومی توانسته بود حوزه‌ی وسیعی از پدیده‌های اتمی را توجیه کند و لذا هر چیز معارض با آن برای اکثریت فیزیکدانان قابل قبول نبود[۱۳].

اما اولین مناقشات علمی مبنی بر ناتوانی مکانیک کوانتومی غیرموجبیتی کپنهاگی در ارائه‌ی پاسخ دقیق و صحیح به برخی مسائل، توسط بور و اینشتین آغاز شد. اینشتین معتقد بود که مکانیک کوانتومی فقط یک نظریه‌ی احتمالاتی است و امکان ندارد که جهان هستی تنها بر مبنای اتفاق و احتمال بیان شده باشد.از نظر اینشتین در طبیعت یک سری از واقعیت های فیزیکی وجود دارد که در نظریه‌ی مکانیک کوانتومی وارد نشده است و بنابراین این نظریه ناکامل است. در سال ۱۹۳۵ اینشتین- پودلسکی و روزن مقاله‌ی

---

[٤] Von neumann
[٥] Hidden variables

ای.پی.آر[۶] را منتشر کردند. ادعای آن‌ها در این مقاله در همان سال توسط بور تکذیب شد. اما شهرت فعلی ای.پی.آر مدیون اثبات قضیه ای است که سی سال بعد جان بل[۷] به‌دست داد. در مقاله‌ی ای.پی.آر تاکید شد که حقایقی ورای اندازه‌گیری‌های کوانتومی وجود دارند که شاید ما نتوانیم آن‌ها را بدست آوریم و دیگر اینکه عدم قطعیت ناشی از ذات طبیعت نیست بلکه ناشی از اختلال است. آن‌ها نتیجه گرفتند که مکانیک کوانتومی یک نظریه‌ی صرفا آماری است و نمی‌تواند تک سیستم ها را به خوبی و به طور دقیق توصیف کند. اینشتین متذکر شد که برای گریز از ناقص بودن مکانیک کوانتومی باید یکی از این دو اصل را کنار گذاشت: یا اصل جدایی پذیری رویدادها، مبنی بر این‌که اشیای دور از هم وجود مستقل دارند و یا اصل موضعیت مبنی بر این‌که دو شی دور از هم نمی‌توانند تاثیرات آنی با سرعتی بیشتر از سرعت نور بر هم بگذارند. برای اینشتین کنار گذاشتن اصل موضعیت با نسبیت خاص تعارض داشت و کنار گذاشتن اصل جدایی پذیری مانع تدوین قوانین فیزیکی و آزمون آن‌ها بشمار می‌آمد[۱۲].

علاوه بر این، درسال ۱۹۳۵ اروین شرودینگر[۸] مقاله‌ای ارائه داد و در آن مقاله بر ناتوانی مکانیک کوانتومی در تعبیر و تفسیر برخی پدیده‌های فیزیکی تاکید کرد. در همین مقاله بود که او پارادوکس جالبی در مورد تابع موج احتمال شرودینگر مطرح کرد که ما امروزه آن را با نام پارادوکس گربه شرودینگر[۹] می‌شناسیم. در ادامه دانشمندانی مانند بوهم و جان‌بل نیز توانایی فیزیک کوانتوم غیرموجبیتی کپنهاگی را در تفسیر پدیده‌ها به چالش کشیدند.

در ۱۹۵۲ بوهم نظریه‌ای حاوی متغیرهای نهان غیرموضعی ارائه داد که تفسیر جدیدی از فیزیک کوانتومی را بیان می‌کرد. در مورد تناقض این نظریه با اثبات فون‌نویمان در مورد عدم وجود متغیرهای نهان، در اوایل دهه ۱۹۶۰ جان بل با روابطی که پیشنهاد کرد؛ تمایز بین مکانیک کوانتومی و نظریه‌های حاوی متغیرهای نهان را امکان پذیر ساخت و ادعا کرد که بعضی از مفروضات فون‌نویمان الزام آور نیستند. این روابط که به نامساوی های بل معروفند؛ در واقع حوزه‌ی اعتبار یک نظریه‌ی مکانیک کوانتومی موجبیتی با مکانیک کوانتومی غیرموجبیتی معمول را به ترتیب در حضور و عدم حضور متغیرهای نهانی، مقایسه می‌کند. در دهه‌های ۱۹۷۰-۱۹۹۰ این روابط مورد آزمایشات بسیاری قرار گرفت و نامساوی بل نقض شد. نقض نامساوی بل به همان اندازه ای بود که فیزیک کوانتومی

---

[۶] EPR(Einestein,Podolsky,Rosen)
[۷] J.S.Bell
[۸] Erwin Schrodinger
[۹] *Schrodinger's cat paradox*