به نام یزدان پاک

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده عمران

کمانش موضعی ورق‌ها با اشکال مختلف با تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای با استفاده از روش Hp-Cloud همراه با ضرایب لاگرانژ

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران- سازه

سجاد جمشیدی

استاد راهنما

دکتر مجتبی ازهری

۱۳۹۰

گر بر در دیر می نشانی ما را

گر در ره کعبه میدوانی ما را

اینها همگی لازمه هستی ماست

خوش آنکه ز خویش وارهانی ما را

کلیه‌ی حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به :

پدر و مادر عزیزم

فهرست مطالب | صفحه

چکیده 1

فصل اول: **کلیات** 2

1-1 - مقدمه 2

2-1 - تاریخچه کمانش 3

3-1 - ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای 4

4-1 - مطالعات مرتبط پیشین 6

5-1 - محتوای پایان‌نامه 9

فصل دوم: **روش‌های بدون‌شبکه در تحلیل ورق** 10

2-1- مقدمه 10

2-2 - پیشینه مطالعات ورق با روش‌های بدون‌شبکه 11

2-3 - نحوه درونیابی و ساخت توابع تقریب در روش‌های بدون‌شبکه 13

2-4 - ساخت توابع تقریب به روش درونیابی نقطه‌ای در حین مقایسه با روش حداقل جذر مربعات 15

2-4-1 - نحوه استخراج توابع شکل به روش درونیابی نقطه‌ای 15

2-4-2 - بررسی خواص توابع شکل درونیابی نقطه‌ای و مقایسه با حداقل جذر مربعات 17

2-5 - روش Hp-Cloud 22

2-5-1- کلیات 22

2-5-2 - ساخت تابع وزن و انتخاب توابع غنی‌سازی 24

2-5-3 - جزئیات ساخت تابع شکل با خاصیت کرونکر دلتا به روش Hp-Cloud 28

فصل سوم: **حل مساله کمانش ورق** 30

3-1- کلیات 30

3-2 - روابط حاکم بر کمانش ورق 31

3-3 - ارضا شرایط مرزی 37

3-3-1 - ضرایب لاگرانژ 37
3-3-2 - روش پنالتی 41
3-3-3 - انواع دیگر روش‌های بدون‌شبکه در ارضای شرایط مرزی 42
3-4 - استخراج دستگاه معادلات با استفاده از روش ریتز 43
فصل چهارم: انتگرال‌گیری 46
4-1-کلیات 46
4-2 - راهکارهای انتگرال‌گیری ارائه شده در Hp-Cloud 47
4-2-1-انتگرال در سطح ابرهای داخلی 47
4-2-2- انتگرال در سطح ابرهای مرزی 48
4-2-3 - انتگرال در سطح اشتراک ابرها 49
4-3 – انتگرال‌گیری به روش ساختار سلولی اصلاح شده 51
فصل پنجم: نتایج 57
5-1 - ورق مستطیلی 57
5-1-1 - کلیات 57
5-1-2 - ورق مستطیلی با یک ردیف پیچ در مرز 58
5-1-3 - ورق مستطیلی با دو ردیف پیچ در مرز 68
5-1-4 - سایر بررسی‌ها 77
5-2 - چهارضلعی دلخواه 79
5-2-1- ورق متوازی‌الاضلاع 79
5-2-2 - ورق لوزوی 80
5-3 - ورق مثلثی 81
5-3-1 - ورق متساوی الاضلاع 81
5-3-2 - ورق متساوی الساقین قائم الزاویه 82
5-3-3 - ورق متساوی الساقین تحت فشار یک‌طرفه 84

5-3-4 - ورق متساوی الساقین تحت فشار دوطرفه 85
5-4 - اندرکنش ورق‌های چهارضلعی دلخواه 86
فصل ششم: **جمع‌بندی** 94
مراجع 98

چکیده:
کاربرد ورق‌های ارتوتروپیک با تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای و میانی را می‌توان در عرشه‌های پل، بال هواپیما، بدنه کشتی و موشک‌ها به فراوانی دید. با توجه به این مهم تحلیل ورق‌ها با تکیه گاه‌های نقطه‌ای از چهار تا پنج دهه اخیر یکی از مسائل مورد توجه مهندسین سازه بوده است. ورق‌ها با تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای به علت لنگر خمشی و نیروی برشی متمرکز در محل تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای، میدان نیرویی غیر پیوسته‌ای در ورق ایجاد می‌کنند. بنابراین ارضا شرایط تعادل در نقاط تکیه‌گاهی در تحلیل پیوسته به آسانی انجام نمی‌گیرد.
در این مطالعه کمانش الاستیک ورق ارتوتروپیک با هندسه متنوع و تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای و میانی حل می‌شود. به منظور تقریب تغییرمکان از توابع شکل حاصله از روش Hp-Cloud استفاده می‌شود. Cloud در نامگذاری HP-Cloud موید لزوم پوشش سطح مساله با استفاده از ابرهای واقع بر نقاط پخش شده بر سطح مساله، H توانایی بهبود تقریب با کاهش شعاع تاثیر ابرها و P موید توانایی بهبود تقریب با بهبود توابع غنی‌سازی انتخابی می‌باشد. امکان ساخت توابع تقریب با مرتبه پیوستگی دلخواه با استفاده از ساخت توابع وزن مطلوب و انتخاب توابع غنی‌سازی مناسب، امکان بهبود تقریب با دو راهکار کاهش شعاع تاثیر و افزایش یا بهبود جملات توابع غنی‌سازی، عدم نیاز به فرآیند معکوس‌گیری در جریان حصول توابع شکل و ماهیت تقریب موضعی با ویژگی کاهش شلوغی ماتریس سختی الاستیک و هندسی از جمله مزایای توابع شکل Hp-Cloud می‌باشد. در این مطالعه با ارائه الگو مطلوب برای شعاع تاثیر نقاط و هم‌چنین توابع غنی‌سازی چندجمله‌ای مناسب، توابع تقریب Hp-Cloud با خاصیت کرونکر دلتا ساخته می‌شود. به این ترتیب ارضا شرط تغییرمکان صفر تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای واقع بر نقاط پخش شده بر سطح ورق به سهولت انجام می‌شود. حل حاصله از توابع شکل Hp-Cloud با خاصیت کرونکر دلتا از دقت و همگرایی مطلوبی برخوردار است. برای نقاط واقع در مجاورت گوشه‌های تیز برخی ورق‌ها گاهی به منظور حفظ سطح درگیر مطلوب بین ابرها، خاصیت کرونکر دلتا حفظ نمی‌شود. در این حالت به منظور ارضای شرط تغییرمکان صفر در نقاط تکیه‌گاهی از ضرایب لاگرانژ استفاده می‌شود. روابط حاکم بر ورق نازک ارتوتروپیک مورد مطالعه با استفاده از نظریه کلاسیک ورق نازک استخراج شده است. هم‌چنین به جهت سهولت از روش تغییراتی ریتز برای حل دستگاه معادلات استفاده می‌شود.
به منظور محاسبه درایه‌های ماتریس سختی الاستیک و هندسی باید از سطح اشتراک ابرهای متناظر انتگرال گرفته شود. در این مطالعه به منظور انتگرال‌گیری از روش ساختار سلولی اصلاح شده استفاده می‌شود. در روش ساختار سلولی اصلاح شده ابتدا سطح اشتراک ابرها به خانه‌هایی تقسیم می‌شود. سپس در صورت تقاطع سطح اشتراک مربوطه با مرز ورق، خانه‌های درگیر با مرز مجددا به منظور لحاظ مطلوب سطح انتگرال‌گیری به ریزخانه‌هایی تقسیم خواهد شد. از کاربرد روش انتگرال‌گیری ساختار سلولی اصلاح شده برای هندسه‌های پیچیده همانند هندسه‌های منظم نتایج مطلوبی حاصل شد.
در این مطالعه از مقایسه ضرایب بار کمانشی، توزیع معادل تکیه‌گاه نقطه‌ای برای مدل‌سازی شرایط مرزی ساده و گیردار بیان می‌شود. با پخش متناوب تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای بر روی لبه‌های مرزی ورق‌های چهارضلعی و سه‌ضلعی با اشکال دلخواه روند میل شرایط مرزی ورق‌ها به سمت شرایط مرزی پیوسته ساده مطالعه شد. هم‌چنین مودهای کمانشی و رفتار کمانشی ورق تحت اثر بارهای درون‌صفحه فشار یک طرفه، فشار دوطرفه، برش، خمش و اندرکنش نیروهای مذکور بررسی شده است. منحنی‌های اندرکنش نیروهای درون‌صفحه در این مطالعه برای ورق‌های چهارضلعی مربعی، لوزوی و متوازی‌الاضلاع با شرایط مرزی مرسوم چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای واقع در گوشه‌های ورق، ترسیم شد.

کلمات کلیدی: کمانش الاستیک، ورق با اشکال متنوع، تکیه‌گاه نقطه‌ای و میانی، توابع شکل Hp-Cloud، روش تغییراتی ریتز

فصل اول
کلیات

1-1 مقدمه

زمانی که یک سازه لاغر تحت اثر بار فشاری قرار می‌گیرد تغییرشکل در هندسه و کاهش در مقدار باربری سازه مربوطه تحت اثر بارهای کوچک به سختی و به مقدار بسیار ناچیزی خواهد بود. با گذشت مقدار بار فشاری از یک مقدار بار بحرانی، سازه به صورت ناگهانی تغییرشکل‌های بسیار بزرگی را متحمل می‌شود. در این حالت امکان از دست رفتن توان باربری سازه وجود دارد. در صورت بروز این شرایط، سازه کمانش کرده است[1].

اهمیت تعیین بار بحرانی به علت نقش تعیین‌کننده آن در الگوی تغییرشکل سازه بسیار زیاد است. به طوری که با گذشت بار وارده از بار بحرانی، سازه به طور ناگهانی تغییرشکل جانبی بسیار بزرگی را علیرغم تغییرشکل‌های درون‌صفحه متحمل می‌شود. در نهایت این شرایط منجر به تسلیم نهایی سازه خواهد شد[2].

به منظور حصول بار کمانشی ورق، از دو راهکار روش تعادل و روش‌های انرژی می‌توان استفاده کرد. ورق در هر دو روش مطرح شده، با تغییرشکل اولیه کوچک خارج از صفحه در حالت تعادل خنثی فرض می‌شود. در این شرایط برای روش تعادل استاتیکی، نیروهای درون‌صفحه در رابطه تعادل قائم ورق وارد می‌شود. سپس معادله دیفرانسیل حاکم بر

ورق، تحت اثر نیروهای درون‌صفحه استخراج می‌شود. هم‌چنین در روش‌های انرژی، کرنش‌های غیرخطی مرتبط با تغییرشکل‌های جانبی کوچک فرض‌شده برای حالت تعادل خنثی، در نیروهای درون‌صفحه متناظر ضرب می‌شود و در نهایت انتگرال عبارات حاصله بر روی سطح ورق به عنوان کار خارجی به انرژی کرنشی داخلی ورق به منظور تشکیل انرژی کل ورق اضافه می‌شود[2].

در بسیاری از موارد ورق‌های نازک تحت اثر همزمان بارهای درون‌صفحه قرار می‌گیرند. بنابراین امکان تسلیم کمانشی ورق‌های مربوطه تحت اثر بارهای درون‌صفحه وارده بر ورق وجود دارد. بارهای وارده در این سازه‌ها شامل ترکیبی از بارهای درون‌صفحه فشاری، برشی و خمشی می‌باشد. این مسئله بر لزوم تحلیل کمانش ورق‌ها تحت اثر همزمان بارهای درون‌صفحه فشاری، برشی و خمشی تاکید دارد[3].

2-1 تاریخچه کمانش

اولین تلاش در جهت فرموله‌کردن پایداری الاستیک سازه‌ها مربوط به مطالعه اولر در سال 1744 می‌باشد. در این مطالعه اولر مساله کمانش ستون را حل کرد. هم‌چنین اولر در سال 1766 مساله ارتعاش آزاد پوسته‌های الاستیک مستطیلی و دایروی را حل کرد[4].

مهمترین تحلیل‌های اولیه بر روی ورق از اواسط قرن نوزدهم میلادی با مطالعات کوچی، پوآسون، ناویر، لاگرانژ و کیرشهف پیگیری شد[1]. ناویر(1785-1836) معادله دیفرانسیل صحیح حاکم بر ورق با مقاومت خمشی را استخراج کرد. هم‌چنین ناویر مسائل متنوعی از ورق را حل کرد. پوآسون در سال 1829 معادله دیفرانسیل استخراج‌شده توسط ناویر را برای حل مساله ارتعاش آزاد ورق‌های دایره‌ای تعمیم داد. کیرشهف (1824-1887) ورق را برای لحاظ همزمان اثر خمش و کشش تحلیل کرد[5].

پس از حدود 140 سال از مطالعه اولیه اولر بر روی پایداری الاستیک سازه‌ها، برایان مساله پایداری الاستیک ورق‌های نازک را حل کرد[6]. تحلیل برایان مختص ورق‌های مستطیلی چهارطرف مفصل تحت اثر بار فشاری یک‌طرفه بود. در اواسط قرن بیستم تیموشنکو مطالعات بسیار ارزشمندی را بر روی مسائل پایداری ورق انجام داد[7]. مطالعات تیموشنکو مربوط به حل مسئله پایداری ورق‌های مستطیلی با شرایط مرزی مختلف، ورق همراه با سخت کننده‌های طولی و ورق تحت اثر همزمان نیروهای درون‌صفحه برش و خمش می‌باشد. از کارهای رزینر، سوآسول و سیدل می‌توان به عنوان دیگر مطالعات مطلوب در این بازه زمانی بر روی کمانش ورق نام برد[8]. رزینر در سال 1947 به منظور لحاظ اثر تغییرشکل‌های برشی در طول ضخامت ورق‌های ضخیم، نظریه خود را ارائه داد[9]. سوآسول در سال 1932 با استفاده از مشاهدات آزمایشگاهی نتایج حاصله از مطالعات انجام شده بر روی پایداری ورق‌ها را تحلیل کرد[10]. سیدل در سال

1933 بار کمانش برشی ورق‌های مستطیلی را به دست آورد[11].

تحلیل ورق تنها برای حالات خاصی از هندسه ورق، شرایط مرزی و بارهای وارده به صورت کلاسیک انجام شده است. بنابراین حل کلی ورق‌ها نیازمند به‌کارگیری ملاحظات ویژه‌ای می‌باشد. از طرفی در 40 سال گذشته با پیشرفت کامپیوترها و پردازنده‌ها، روش‌های عددی به عنوان جامع‌ترین روش در حل مسائل ورق مطرح شده است. در سال 1956 ترنر و همکاران روش اجزا محدود را برای حل مسائل ورق و پوسته‌ها به‌کار بردند[12]. هم‌چنین در تلاشی دیگر کلاف و آدینی در سال 1960 المان مستطیلی 12 درجه آزادی را برای حل مساله خمش ورق مستطیلی به‌کار گرفتند[13]. کلاتز و استوسی روش تغییرات محدود بهبودیافته را برای حل مسائل استاتیکی و دینامیکی ورق با اشکال و بارگذاری دلخواه ارائه کردند[14].

روش‌های بدون‌شبکه در راستا توسعه روش‌های عددی از دو دهه اخیر توسعه و بسط قابل‌توجهی برای حل مسائل داشته‌اند. در روش‌های بدون‌شبکه برای تشکیل دستگاه معادلات جبری در سطح مساله نیازی به شبکه‌بندی از پیش تعریف شده برای گسسته‌سازی سطح مساله نمی‌باشد. از طرفی به دلیل امکان ساخت توابع تقریب با مرتبه پیوستگی دلخواه در روش‌های بدون‌شبکه، این روش‌ها به عنوان انتخاب مطلوبی در حل مسائل عددی در سال‌های اخیر مطرح شده‌اند.

3-1 ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای

قرارگیری ورق‌های مسطح بر روی ستون‌ها در یک سیستم باربر مستقل از تیر، و اتصال متداول ورق با استفاده از پیچ و پرچ از جمله مثال‌های عملی ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌باشد. ورق با اتصال خال‌جوش در صنعت اتومبیل‌سازی بسیار کاربرد دارد. از طرفی در برخی از مطالعات ورق با اتصال خال‌جوش را به علت تامین سختی موضعی بسیار بالا در محل خال‌جوش‌ها به صورت ورق با اتصال تکیه‌گاه نقطه‌ای مدل می‌کنند. پایه پانل‌های خورشیدی و تابلوهای مدار برق از جمله دیگر کاربردهای ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌باشد[15].

مطالعاتی از پیش به منظور ارائه حل تحلیلی بر روی ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای انجام شده است. در این زمینه ارائه حل تحلیلی محدود به ورق‌های مستطیلی با دو لبه موازی ساده و دو لبه موازی با تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌باشد. دو مورد زیر از جمله حل‌های تحلیلی اشاره شده می‌باشد.

- استفاده از توابع ضربه
- استفاده از توابع نرمی

در حل تحلیلی ورق مستطیلی مربوطه با استفاده از توابع ضربه می‌توان با پیشنهاد نواکی عکس العمل قائم در محل

تکیه‌گاه نقطه‌ای را به صورت نیروی پخش‌شده در طول لبه آزاد مدل کرد[16]. برای این منظور ابتدا عکس‌العمل تکیه‌گاه نقطه‌ای با استفاده از توابع ضربه در طول لبه آزاد بیان می‌شود. با استفاده از بسط فوریه، تابع ضربه در طول لبه آزاد بسط داده می‌شود. سپس با روابط حاصله از حل لوی برای برش و خمش ورق مستطیلی با دو لبه موازی مفصلی، روابط تعادل برش و خمش در طول لبه آزاد نوشته می‌شود[17]. هم‌چنین برای تکمیل دستگاه معادلات به منظور حل مساله، رابطه تغییرمکان در محل تکیه‌گاه نقطه‌ای برابر صفر قرار داده می‌شود[18-20].

در استفاده از توابع نرمی نیز هدف بسط اثر عکس‌العمل تکیه‌گاهی در طول لبه آزاد به منظور ارضا تحلیلی شرایط تعادل می‌باشد. در این مطالعات امکان حل تحلیلی برای ورق مستطیلی با تعداد تکیه‌گاه نقطه‌ای دلخواه متوالی در طول دو لبه آزاد موازی و دو لبه موازی مفصلی فراهم شده است. برای این منظور ابتدا با عباراتی نحوه توزیع نرمی انتقالی و دورانی در طول لبه آزاد با تکیه‌گاه نقطه‌ای بیان می‌شود. به طوری که مقدار عبارات مزبور در محل تکیه‌گاه نقطه‌ای صفر و در طول لبه آزاد بینهایت است. عبارات توزیع نرمی انتقالی و دورانی با شرایط مذکور به ترتیب در رابطه برش و خمش ضرب می‌شود. سپس به منظور ارضا شرایط تعادل، روابط حاصله به ترتیب با مقادیر تغییرمکان و دوران در طول مرز برابر قرار داده می‌شود. هم‌چنین به منظور ارضا شرط سازگاری باید مقادیر تغییرمکان و یا دوران بسته به نوع تکیه‌گاه نقطه‌ای در محل تکیه‌گاه نقطه‌ای برابر صفر قرار داده شود. در این حالت با استفاده از روابط حاصله و اندکی محاسبات تحلیل مساله انجام می‌شود[21،22].

انتخاب تعداد جملات محدود از یک چندجمله‌ای به عنوان تابع تقریب تغییرمکان از جمله روش‌های مطالعات اولیه بر روی تحلیل ورق با اشکال دلخواه و تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌باشد. مطالعه لی و همکاران در سال 1960 بر روی ورق مستطیلی با تکیه‌گاه نقطه‌ای واقع بر گوشه‌هایش و تحت اثر بار گسترده یکنواخت از جمله مطالعات اولیه در این زمینه می‌باشد[23]. در مطالعه مذکور شش جمله از یک چندجمله‌ای درجه چهار به عنوان تابع تقریب تغییرمکان استفاده شده است. سپس به منظور استخراج ثوابت تقریب تغییرمکان با توجه به تقارن، نیروی برشی و انتگرال لنگر خمشی بر روی دو لبه مخالف دلخواه ورق مستطیلی و مقدار تغییرمکان در محل یکی از تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای برابر صفر قرار داده شده است. هم‌چنین با جاگذاری رابطه تقریب تغییرمکان در معادله حاکم بر خمش ورق، ششمین رابطه برای حصول شش ثابت تقریب تغییرمکان به دست می‌آید. با میل دادن نسبت تناسب ورق به سمت صفر، رابطه پیشنهادی مطالعه به سمت رابطه تغییرمکان حاکم بر تیر دو سر مفصل با عرض واحد میل می‌کند. از مقایسه نتایج مطالعه انجام‌شده با نتایج آزمایشگاهی تطابق بسیار مناسبی گزارش شده است.

ویجاخانا و همکاران در سال 1972 ورق متساوی‌اضلاع با تکیه‌گاه نقطه‌ای واقع بر سه گوشه را تحت اثر بار گسترده

یکنواخت تحلیل کردند. در مطالعه مذکور 9 جمله از یک چندجمله‌ای درجه چهار به عنوان تابع تقریب تغییرمکان استفاده شده است که پس از استفاده از تقارن شکل و اعمال شروط مرزی مرتبط با تغییرمکان صفر در محل یکی از تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای، برش در یکی از لبه‌های آزاد و انتگرال لنگر خمشی در لبه آزاد مربوطه، ثوابت مرتبط با تقریب تابع تغییرمکان را یافتند. از مقایسه نتایج حاصله با نتایج آزمایشگاهی و تلاش‌های عددی دیگر، تطابق بسیار مناسبی گزارش شده است[24]. سوریامونگکل و همکاران در سال 1980 در مطالعه‌ای مشابه ورق مثلث متساوی‌اضلاع با تکیه‌گاه نقطه‌ای بر روی گوشه‌هایش را تحت اثر بار متمرکز در مرکز ورق تحلیل کردند[25].

در سال 1987 شانموگام و همکاران خمش ورق لوزوی با تکیه‌گاه نقطه‌ای واقع بر گوشه‌هایش را تحت اثر بار گسترده یکنواخت تحلیل کردند. در این مطالعه از روش تغییراتی حداقل سازی انرژی نسبت به ثوابت تقریب تغییرمکان استفاده شده است. تابع پیشنهادی برای تغییرمکان متشکل از شش جمله از یک چندجمله‌ای درجه چهار می‌باشد. برای معلوم‌کردن ثوابت تقریب تغییرمکان در مطالعه مذکور ابتدا تغییرمکان در دو گوش مجاور ورق برابر صفر قرار داده می‌شود. سپس تغییرمکان حاصله در رابطه انرژی قرار داده می‌شود و مشتقات رابطه انرژی نسبت به ثوابت تقریب تغییرمکان برابر صفر قرار داده می‌شود. از مقایسه نتایج حاصله برای مقادیر تغییرمکان و لنگر مطالعه مربوطه با حل اجزا محدود مساله تطابق بسیار مناسبی گزارش شده است[26].

ورق مثلثی ارتوتروپیک متساوی‌الساقین واقع بر تکیه‌گاه نقطه‌ای در گوشه‌هایش تحت اثر بار گسترده یکنواخت توسط شانموگام و همکاران در سال 1988 مطالعه شد. در این مطالعه از 9 جمله یک چندجمله‌ای مرتبه چهار استفاده شده است. ابتدا مقادیر تغییرمکان در محل تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای برابر صفر قرار داده می‌شود. در ادامه با قرار دادن رابطه تغییرمکان در رابطه انرژی و صفر قرار دادن تغییرات انرژی نسبت به هر یک از ثوابت تقریب باقیمانده تغییرمکان، دستگاه مطلوب برای حصول ثوابت تقریب تغییرمکان به دست می‌آید. از مقایسه مقادیر تغییرمکان ورق متساوی‌الساقین در حالات مختلف برای مطالعه انجام‌شده با نتایج حل اجزا محدود مساله، تطابق مناسبی گزارش شده است[27].

همانگونه که مطالعات ارائه شده نشان می‌دهد انتخاب تعداد محدودی (شش و یا نه جمله) از یک چندجمله‌ای درجه چهار به عنوان تابع تقریب تغییرمکان نتایج بسیار مطلوب و قابل مقایسه‌ای با نتایج آزمایشگاهی و حل اجزا محدود مساله نشان می‌دهد. در صورتی که در مطالعات مذکور هیچ گونه درگیری برای شبکه‌بندی و هندسه مساله وجود ندارد. از طرفی زمان محاسبات بسیار کم می‌باشد. هم‌چنین نتایج با سهولت بسیار برای نسبت‌های تناسب و زوایای مختلف هندسه مورد مطالعه قابل ارائه است. در فصل دوم اشاره‌ای مفصل به روش‌های بدون‌شبکه در تحلیل مسائل ورق می‌شود.

4-1 مطالعات مرتبط پیشین

در سال 1983 تان و همکاران مطالعه گسترده‌ای بر روی کمانش اشکال متنوع ورق‌های مثلثی با شرایط مرزی مفصلی

و گیردار تحت اثر بارهای درون‌صفحه فشاری یک‌طرفه، فشاری دو طرفه و برشی انجام دادند. در این مطالعه از روش اجزا محدود و المان شش گره‌ای مثلثی آیرن[29] استفاده شده است[28].

در سال 1987 ونوگوپال و همکاران مطالعه‌ای بر روی پایداری ورق‌های مربعی که چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای بر روی اقطار آن قرار گرفته است، انجام دادند. در انجام این مطالعه از المان مثلثی خمشی ورق با دقت بالا استفاده شد. مقادیر ضریب بار کمانشی حاصله از این مطالعه نسبت به حرکت تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای بر روی اقطار ورق مستطیلی، در دو وضعیت بارگذاری فشار یک‌طرفه و فشار دوطرفه بی تغییر است. از طرفی مودشکل‌های کمانشی با حرکت تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای بر روی اقطار ورق مستطیلی، در وضعیت بارگذاری فشار دو طرفه بی تغییر و در وضعیت بارگذاری فشار یک‌طرفه تغییر می‌کند[30].

وانگ و همکاران در سال 1994 مطالعه‌ای بر روی کمانش ورق با اشکال دلخواه با استفاده از نظریه میندلین انجام دادند. نتایج در این مطالعه به صورت منحنیهایی از ضرایب بار کمانشی ورق‌های مورد بررسی ارائه شده است. کمانش ورق با اشکال چندضلعی منتظم، بیضی، نیم دایره، حلقوی بیضی‌شکل و دایره در این مطالعه برای نیرو درون‌صفحه محوری دوطرفه بررسی شد[31].

در تلاشی دیگر وانگ و همکاران در سال 1993 کمانش الاستیک ورق مثلثی را تحت اثر فشار یکنواخت حل کردند. در این مطالعه ورق مثلثی با لبه‌های آزاد، ساده، گیردار و تکیه‌گاه‌های خطی میانی بررسی شده است. تابع تقریب تغییرمکان انتخابی در این مطالعه یک چندجمله‌ای کامل می‌باشد. به منظور ارضا شرط مرزی مساله متناسب با ساده یا گیردار بودن لبه به ترتیب توان اول و یا توان دوم رابطه مرز در تابع تقریب تغییرمکان ضرب شده است. هم‌چنین در صورت حضور تکیه‌گاه خطی میانی رابطه خط مربوطه در تابع تقریب تغییرمکان ضرب خواهد شد. به منظور حل دستگاه معادلات از روش ریتز در مطالعه مذکور استفاده شده است[32].

در سال 1994 وانگ و همکاران حل دقیقی برای کمانش ورق‌های متقارن محوری[1] با تکیه‌گاه‌های الاستیک مرزی و تکیه‌گاه‌های حلقه‌ای داخلی ارائه دادند. هدف آنها از انجام این مطالعه دست یافتن به وضعیت بهینه قرارگیری حلقه‌ها برای رسیدن به بیشینه ظرفیت باربری ورق بود[33].

لی یو و همکاران در سال 1994 مسئله ورق مستطیلی واقع بر تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای را انجام دادند و تاثیر نحوه قرارگیری تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای بر روی رفتار ارتعاشی ورق را بررسی کردند[34].

وانگ و همکاران در سال 2002 خمش ورق‌های مستطیلی با چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای واقع برگوشه‌هایش را بررسی

1 - Axisymmetric

کردند. در این مطالعه ابتدا تغییرمکان صفر در نقاط تکیه‌گاهی به عنوان تنها قیود مرزی در حل مساله لحاظ شد. نتایج حاصله از این فرض برای مقادیر لنگر پیچشی، مطلوب نبود. حل حاصله شرط مرزی طبیعی ممان پیچشی صفر بر روی لبه آزاد را صفر نمی‌کرد. هم‌چنین نمودار ممان پیچشی نوسانات بسیار نامطلوبی حول حل صحیح مساله داشت. ایشان به عنوان راهکار، شروط مرزی طبیعی برش و ممان پیچشی صفر در طول لبه آزاد ورق را با استفاده از ضرایب لاگرانژ در جریان حل مساله لحاظ کردند[35].

ناریتا و همکاران در سال 2005 به منظور دست‌یافتن به حداکثر فرکانس طبیعی، زاویه قرارگیری فیبرها در ورق‌های مستطیلی چند لایه کامپوزیت[1] که بر روی تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای واقع بودند را مورد بررسی قرار دادند[36].

هدایتی و همکاران در سال 2007 کمانش موضعی یک‌طرفه[2] ورق‌های نازک با تکیه‌گاه نقطه‌ای را توسط ضرایب لاگرانژ مورد بررسی قرار دادند. هم‌چنین در این تحقیق در جداولی تعداد و وضعیت قرارگیری نقاط تکیه‌گاهی در لبه‌ها به منظور مدل کردن وضعیت لبه گیردار و مفصلی ارائه شده است و نتایج را در یک قالب بی بعد تحت عنوان ضرایب کمانش موضعی برای تلاش‌های خمشی، برشی و نیروی محوری و هم‌چنین برای اندرکنش این موارد نیز نشان داده‌اند[37].

آلتاکین در سال 2008 با تاکید بر مصارف بیشمار ورق‌های مستطیلی گردگوشه[3] در المان‌های سازه‌ای و صنعت ماشین‌سازی به علت کاهش تمرکز تنش، مطالعه‌ای بر روی کمانش و ارتعاش آزاد این ورق‌ها انجام داد. ورق‌های مستطیلی گردگوشه مورد بررسی در این مطالعه واقع بر چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای می‌باشد. مکان چهار تکیه‌گاه نقطه‌ای بر روی اقطار ورق به منظور بررسی حالات مختلف تغییر داده می‌شود. تابع تقریب انتخابی از نوع چند جمله‌ای و در مطالعه مربوطه از روش تغییراتی ریتز استفاده شده است. به منظور ارضا شروط مرزی از ضرایب لاگرانژ استفاده می‌شود[38].

آلتاکین در سال 2009 مطالعه‌ای بر روی ارتعاش آزاد ورق‌های مستطیلی گردگوشه ارتوتروپیک انجام داد. مساله مربوطه برای سه حالت ورق کاملا آزاد، ورق با تکیه‌گاه نقطه‌ای و ورق با تکیه‌گاه‌های طوقه‌ای حل شده است[39].

زو و همکاران در سال 2009 حل مسائل سه بعدی الاستیسیته را برای خمش ورق مستطیلی با تکیه‌گاه‌های ساده و میانی که بر روی بستری ارتجاعی قرار داشت را بررسی کردند[40].

مورات آلتاکین در سال 2010 خمش ورق‌های ارتوتروپیک با ضخامت ثابت و تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای و میانی را مورد بررسی قرار داد و سعی کرد با به‌کارگیری روش ریتز و ضرایب لاگرانژ محل بهینه تکیه‌گاه‌های نقطه‌ای را با

1 - Laminated Composite Plates
2 - Unilateral Local Buckling
3- Super-Elliptical Plate

کمینه‌کردن مقدار بیشینه تغییرمکان به دست آورد[41].

5-1 محتوای پایان‌نامه

هدف از این پایان‌نامه محاسبه مقادیر ضرایب بار کمانشی برای هندسه‌های متفاوتی به منظور نمایش سهولت روش Hp-Cloud در برخورد با هندسه دلخواه ورق می‌باشد. آرایش پیچ‌ها در سطح ورق به منظور حصول شرایط مرزی ساده و گیردار ورق‌ها نمایش داده می‌شود. آرایش مربوطه از مقایسه ضرایب بار کمانشی برای ورق پیچ شده با ضریب بار کمانشی ورق در شرایط مرزی ساده و گیردار به دست آمده است. هم‌چنین به دلیل توجه بسیار مطالعات پیشین به ورق پیچ شده در گوشه‌ها، در این مطالعه مقادیر ضریب بار کمانشی ورق‌های مورد مطالعه برای آرایش پیچ شده در گوشه‌هایشان محاسبه می‌شود. رفتار کمانشی ورق‌ها برای اندرکنش بارهای متفاوت درون‌صفحه بررسی می‌شود. بارهای درون‌صفحه فشاری یک‌طرفه، فشاری دو طرفه، برش و خمش در این مطالعه لحاظ شده است. هم‌چنین مودشکل‌های کمانشی برای تحلیل‌های انجام شده رسم خواهد شد. در این مطالعه فصول پایان‌نامه به شرح زیر خواهد بود.

فصل دوم، پیشینه روش‌های بدون‌شبکه در حل مسائل ورق، نحوه ساخت توابع شکل حاصله از روش‌های پرکاربرد درونیابی نقطه‌ای چندجمله‌ای[1] و حداقل جذر مربعات[2]، نحوه ساخت توابع شکل به روش Hp-Cloud، محدودیت‌های ملزوم بر شعاع تاثیر و توابع شکل به منظور حصول توابع شکل با خاصیت کرونکر دلتا و مقایسه بین روش Hp-Cloud و دو روش حداقل جذر مربعات و درونیابی نقطه‌ای چندجمله‌ای را در بر می‌گیرد.

فصل سوم شامل روابط حاکم بر کمانش ورق، روابط حاصله برای درایه‌های ماتریس سختی الاستیک و هندسی از روش تغییراتی ریتز، اشاره‌ای بر ضرایب لاگرانژ و کاربرد آن در ارضا شروط مرزی، اشاره‌ای بر راهکارهای ارضا شروط مرزی و نحوه ارضا شروط مرزی در مطالعه حاضر، می‌باشد.

در فصل چهارم روش‌های انتگرال‌گیری پیشنهادی مطالعات پیشین بر روی سطح اشتراک ابرها بازگو می‌شود. هم‌چنین اشاره‌ای بر روش انتگرال‌گیری ساختار سلولی اصلاح‌شده[3] می‌شود.

در فصل پنجم نتایج مثال‌های بررسی‌شده در غالب جداول و نمودارهایی نمایش داده می‌شود.

در فصل ششم علاوه بر ارائه جمع‌بندی و نتیجه‌گیری، اشاره‌ای بر مشکلات تعمیم روش ساخت توابع شکل با خاصیت کرونکر دلتا[4] به روش Hp-Cloud برای هندسه‌های دلخواه می‌شود.

1- Polynomial Point Interpolation Method
2- Moving Least Squares
3- Refined Cell Structure Method
4- Kronecker Delta Property

فصل دوم
روش‌های بدون‌شبکه در تحلیل ورق

2-1 مقدمه

یکی از پیش نیازها در استفاده از روش اجزا محدود ایجاد شبکه در سطح مساله می‌باشد. تحلیل‌گر در نوشتن برنامه برای حل مسائل به روش اجزا محدود باید دقت و زمان زیادی را صرف انتخاب و تولید شبکه در سطح مساله کند. شبکه‌بندی فرآیندی به منظور گسسته‌سازی هندسه مساله و ایجاد المان در سطح مساله می‌باشد. شبکه‌بندی مناسب باید سطح مساله را به المان‌هایی با اشکال خاص از قبیل مثلث‌ها و یا چهارضلعی‌ها تبدیل کند. روی هم افتادگی المان‌ها و فاصله بین المان‌ها(عدم پوشش ناحیه‌ای از سطح مساله توسط المان‌ها) در شبکه‌بندی مجاز نمی‌باشد. اطلاعات مربوط به المان‌های متصل و نقاط اتصال این المان‌ها، همزمان با شبکه‌بندی به منظور تشکیل دستگاه معادلات برای حل مساله در اجزا محدود لازم است. هزینه شبکه‌بندی در روش اجزا محدود با پیچیده شدن هندسه مساله به خصوص برای مسائل سه بعدی بیشتر می‌شود[42].

روش‌های بدون‌شبکه در دو دهه اخیر توسعه و بسط قابل توجهی برای حل مسائل داشته‌اند. در روش بدون‌شبکه برای تشکیل دستگاه معادلات جبری در سطح مساله نیازی به شبکه‌بندی از پیش تعریف شده برای گسسته‌سازی سطح مساله

نمی‌باشد. در روش‌های بدون‌شبکه مجموعه‌ای از نقاط بر روی سطح مساله هم‌چنین در اکثر موارد مجموعه‌ای از نقاط بر روی مرزهای مساله به منظور نمایش سطح و مرز مساله پخش می‌شود. به طوری که بر روی این نقاط نیازی به تشکیل شبکه و آگاهی از چگونگی ارتباط نقاط برای تقریب و یا درونیابی نیست[42].

تقریب با پیوستگی مرتبه بالا به سهولت در روش‌های بدون‌شبکه امکان پذیر است. به همین علت روش‌های بدون‌شبکه در حل معادلات دیفرانسیل با مرتبه بالا بسیار استفاده می‌شود. هم‌چنین در دهه‌های اخیر کاربرد روش‌های بدون‌شبکه در حل مسائل ورق‌های نازک و ضخیم با مصالح ایزوتروپیک و مصالح با خاصیت متغیر در راستاهای متفاوت بسیار گسترش یافته است[43]. برای بیان این مطالعات در ادامه به مواردی از این بررسی‌ها اشاره می‌شود.

2-2 پیشینه مطالعات ورق با روش‌های بدون‌شبکه

در سال 2002 سلادک و همکاران با کاربرد روش درونیابی حداقل جذر مربعات[45] در ساخت توابع تقریب به حل مسائل الاستیک ورق نازک با شرایط مرزی ساده و گیردار پرداختند[44]. در سال 2003 لی‌یو و همکاران با استفاده توابع تقریب حاصله از روش حداقل جذر مربعات اقدام به تحلیل ورق‌های ضخیم کردند. در این مطالعه روابط ورق با استفاده از نظریه تغییرشکل برشی مرتبه اول فرموله شده است[46].

در سال 2001 لی‌تاو و همکاران با کاربرد توابع پایه شعاعی، توابع تقریب را به منظور مطالعه مساله خمش ورق نازک استخراج کردند. ایشان به منظور اطمینان از حصول دستگاه معادلات متقارن و غیر منفرد ابتدا نقاط پخش شده به منظور ساخت تابع تقریب را به دو دسته نقاط داخلی و مرزی تقسیم کردند. سپس نقاط مرزی را بسته به نوع شرط مرزی اعمالی به چهار دسته نقاط مرزی تحت اثر شرط مرزی تغییرمکان، شیب، خمش قائم و برش قائم تقسیم کردند و در نهایت تابع تقریب تغییرمکان را به صورت حاصل ضرب تابع تقریب حاصله از توابع پایه شعاعی در اپراتورهای اعمالی معرفی کردند. به طوری که اپراتور اعمالی برای نقاط داخلی اپراتور بای‌هارمونیک[1] (∇^4) می‌باشد و برای نقاط مرزی بسته به شروط مرزی اعمالی، اپراتورهای مرتبط اعمال می‌شود[47].

تیاگو و همکاران در سال 2003 با استفاده از روش Hp-Cloud[49] مطالعه‌ای بر روی خمش ورق نازک انجام دادند. توابع غنی‌سازی[2] مورد استفاده در مطالعه مذکور توابع ترفتز[3] می‌باشد. هم‌چنین به منظور ارضا شرایط مرزی ضروری از ضرایب لاگرانژ استفاده شده است. در مطالعه مربوطه همگرایی و دقت مطلوبی از مقایسه نتایج حل ورق مستطیلی

1- biharmonic
2- Enrichment Function
3- Trefftz

چهارطرف مفصل به روش Hp-Cloud با حل دقیق گزارش شده است[48].

در سال 2002 لانگ و همکاران با استفاده از روش MLPG[1] مساله خمش ورق نازک را حل کردند. از روش حداقل جذر مربعات به منظور ساخت تابع تقریب استفاده شده است. هم‌چنین در مطالعه مربوطه برای ارضا شرایط مرزی ضروری از روش پنالتی استفاده می‌شود. حل مثال‌های متنوع در مطالعه مذکور نتایج بسیار دقیقی را برای توزیع دلخواه نقاط در سطح ورق با لبه‌های ساده و گیردار نشان می‌دهد[50].

بلیتچکو و همکاران در سال 1999 با استفاده از روش بدون‌شبکه گالرکین[52] ورق نازک را تحلیل کردند. در بررسی انجام شده از روش حداقل جذر مربعات به منظور ساخت توابع تقریب استفاده شده است. در مطالعه مذکور برای ارضا شرط مرزی مرتبط با لبه مفصلی، قید تغییرمکان صفر و برای ارضا شرط مرزی مرتبط با لبه گیردار، قید تغییرمکان و دوران صفر با استفاده از ضرایب لاگرانژ اعمال می‌شود. دقت بسیار مناسبی در این مطالعه از حل مساله برای پخش دلخواه نقاط به صورت منظم و غیرمنظم حاصل شده است[51].

در سال 1998 دنینگ و همکاران با کاربرد اسپلاین‌ها[2] و توزیع منظم نقاط بر روی سطح ورق با شکل دلخواه اقدام به ساخت توابع تقریب کردند. روابط حاکم بر ورق‌های ضخیم و نازک مورد بررسی با استفاده از نظریه میندلین استخراج شده است. هم‌چنین در مطالعه مربوطه برای حصول دستگاه معادلات از روش گالرکین استفاده گردید[53].

دوآرت و همکاران در سال 2002 با استفاده از توابع چندجمله‌ای توابع شکل حاصله از روش اجزا محدود را در جهات دلخواه غنی‌سازی کردند. مرتبه توابع چندجمله‌ای مورد استفاده به منظور غنی‌سازی برای نقاط مختلف و در جهات مختلف می‌تواند متفاوت باشد. پس از ساخت توابع شکل در مطالعه مربوطه، مساله ورق ضخیم فرموله شده با استفاده از نظریه میندلین حل شده است[54].

در سال 2004 چن و همکاران با استفاده از روش RKPM[3] [56] برای ساخت تابع تقریب، مساله خمش ورق ضخیم را حل کردند. کرنل مورد استفاده در ساخت تابع تقریب از درجه سوم انتخاب شده است. هم‌چنین در این مطالعه از نظریه میندلین برای استخراج روابط حاکم بر ورق استفاده گردید[55].

بوی و همکاران در سال 2008 به جای انتخاب رایج روش حداقل جذر مربعات از روش درونیابی Moving Kraging به منظور ساخت توابع تقریب با خاصیت کرونکر دلتا استفاده کردند. در این مطالعه با استفاده از توابع شکل حاصله و کاربرد روش گالرکین، مساله خمش ورق نازک حل شده است. دو پارامتر تحت عناوین نسبت تناسب

1- Meshless Local Petrove-Galerkin
2- Spline
3- Reproducing Kernel Particle Method