

بناام خدا



دانشگاه صنعتی امیرکبیر

دانشکده مهندسی هوافضا

پایان نامه کارشناسی ارشد گرایش دینامیک پرواز و کنترل

طراحی کنترلر با اعمال روش QFT برای موشک بالستیک

نگارش

اصغر بیگدلی

استاد راهنما

دکتر ابوالقاسم نقاش

دی ۱۳۸۶

بسمه تعالی

شماره:

تاریخ:

فرم اطلاعات پایان نامه
کارشناسی ارشد و دکترا

معاونت پژوهشی
فرم پروژه تحصیلات تکمیلی ۷

۱- مشخصات دانشجوی :

معادل

بورسیه

دانشجوی آزاد

نام و نام خانوادگی: اصغر بی‌گدلی

رشته تحصیلی : هوافضا-گرایش دی‌نامیک پرواز و کنترل

دانشکده: هوافضا

شماره دانشجویی : 83129107

نام و نام خانوادگی استاد راهنما : ابوالقاسم نقاش

عنوان به فارسی :

طراحی کنترلر با اعمال روش QFT برای موشک بالستیک

Title:

Controller design for a ballistic missile with QFT

نظری

توسعه ای

بینیادی

کاربردی

نوع پروژه:

تعداد واحد : ۶

تاریخ خاتمه : ۸۶/۱۰/۱۰

تاریخ شروع : ۸۴/۸/۹

سازمان تأمین کننده اعتبار :

واژه های کلید به فارسی : کنترلر بالستیک-روش QFT

واژه های کلیدی به انگلیسی : qft-controller-ballistic

نظرها و پیشنهادهای به منظور بهبود فعالیت های پژوهشی دانشگاه :

استاد راهنما :

دانشجو :

امضاء استاد راهنما : تاریخ :

نسخه ۱ : معاونت پژوهشی

نسخه ۲ : کتابخانه و به انضمام دو جلد پایان نامه به منظور تسویه حساب با کتابخانه و مرکز اسناد و مدارک علمی

چکیده

با توجه به اینکه موشک بالستیک در فاز فعال مسیر، دستخوش تغییرات پارامترهای سیستمی (شامل اطلاعات جرمی - اینرسی، ارتفاع پروازی، سرعت، و ...) است هدف طراحی کنترلی است که بتواند جوابگوی این تغییرات باشد ابتدا معادلات حرکت موشک نوشته شده سپس با فرض تقارن هندسی - جرمی ساده سازی می شوند و با استفاده از روش خطی سازی حول نقطه کاری به سه دسته جدا از هم تقسیم می شوند که عبارتند از:

۱- معادلات کانال پیچ.

۲- معادلات کانال یاو.

۳- معادلات کانال رول.

ابتدا محدوده تغییرات ارتفاع، سرعت و مشخصات جرمی - اینرسی محاسبه شده و سپس توابع تبدیل در زمانهای مختلف پروازی بدست می آیند. که با اعمال روش QFT (Quantitative Feedback Theory) برای کلیه مدل‌های خطی بدست آمده برای کانال پیچ کنترلی طراحی می گردد. و در نهایت عملکرد و رفتار دینامیکی موشک با اتوپایلوت QFT و کلاسیک مورد بررسی و تحلیل قرار می گیرد.

فهرست علائم

واحد	تعریف پارامتر	نماد		
		اغتشاشی	نامی	عمومی
$\frac{m}{s}$	مولفه های سرعت خطی موشک در دستگاه بدنی	u, v, w	$U_{\circ}, V_{\circ}, W_{\circ}$	U, V, W
$\frac{m}{s^2}$	مولفه های شتاب خطی موشک در دستگاه بدنی	$\dot{u}, \dot{v}, \dot{w}$	$\dot{U}_{\circ}, \dot{V}_{\circ}, \dot{W}_{\circ}$	$\dot{U}, \dot{V}, \dot{W}$
$\frac{rad}{s}$	مولفه های سرعت زاویه ای موشک در دستگاه بدنی	p, q, r	$P_{\circ}, Q_{\circ}, R_{\circ}$	P, Q, R
$\frac{rad}{s^2}$	مولفه های شتاب زاویه ای موشک در دستگاه بدنی	$\dot{p}, \dot{q}, \dot{r}$	$\dot{P}_{\circ}, \dot{Q}_{\circ}, \dot{R}_{\circ}$	$\dot{P}, \dot{Q}, \dot{R}$
N	مولفه های نیروهای خارجی وارد بر جسم در دستگاه بدنی	x, y, z	$X_{\circ}, Y_{\circ}, Z_{\circ}$	X, Y, Z
N	مولفه های نیروهای وزن در دستگاه بدنی	x_w, y_w, z_w	$X_{w_{\circ}}, Y_{w_{\circ}}, Z_{w_{\circ}}$	X_w, Y_w, Z_w
N	مولفه های نیروهای آیرودینامیکی در دستگاه بدنی	x_a, y_a, z_a	$X_{a_{\circ}}, Y_{a_{\circ}}, Z_{a_{\circ}}$	X_a, Y_a, Z_a
N	مولفه های نیروهای تراست در دستگاه بدنی	x_T, y_T, z_T	$X_{T_{\circ}}, Y_{T_{\circ}}, Z_{T_{\circ}}$	X_T, Y_T, Z_T
$N.m$	مولفه های گشتاورهای خارجی وارد بر جسم در دستگاه بدنی	l, m, n	$L_{\circ}, M_{\circ}, N_{\circ}$	L, M, N
$N.m$	مولفه های گشتاورهای آیرودینامیکی در دستگاه بدنی	l_a, m_a, n_a	$L_{a_{\circ}}, M_{a_{\circ}}, N_{a_{\circ}}$	L_a, M_a, N_a
$N.m$	مولفه های گشتاورهای تراست در دستگاه بدنی	l_T, m_T, n_T	$L_{T_{\circ}}, M_{T_{\circ}}, N_{T_{\circ}}$	L_T, M_T, N_T

واحد	تعریف پارامتر	نماد		
		اغتشاشی	نامی	عمومی
rad	زوایای حمله و سرش جانبی	α, β	-	-
$\frac{rad}{s}$	نرخ زوایای حمله و سرش جانبی	$\dot{\alpha}, \dot{\beta}$	-	-
rad	زوایای اویلر	ϕ, θ, ψ	ϕ_0, θ_0, ψ_0	Φ, Θ, Ψ
$\frac{rad}{s}$	نرخ زوایای اویلر	$\dot{\phi}, \dot{\theta}, \dot{\psi}$	$\dot{\phi}_0, \dot{\theta}_0, \dot{\psi}_0$	$\dot{\Phi}, \dot{\Theta}, \dot{\Psi}$
rad	انحراف بالکهای گرافیتی	$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \delta_4$	-	-
-	ضرایب آیرودینامیکی	c_x, c_y, c_z		
-	ضرایب گشتاور آیرودینامیکی	c_l, c_m, c_n		
-	مشتقات پایداری استاتیکی	$c_{x\alpha}, c_{y\beta}, c_{z\alpha}, c_{m\alpha}, c_{n\beta}$		
-	مشتقات پایداری دینامیکی	$c_{mq}, c_{m\dot{\alpha}}, c_{nr}, c_{n\dot{\beta}}$		

واحد	تعریف پارامتر	نماد
kg	جرم موشک	m
$\frac{kg}{s}$	دبی جرمی سوخت	\dot{m}
$kg.m^2$	ممان اینرسی موشک حول محورهای بدنی	I_{xx}, I_{yy}, I_{zz}
$kg.m^2$	ممان اینرسی های حاصل ضربی موشک	I_{xy}, I_{xz}, I_{zy}
$\frac{m}{s}$	اندازه سرعت موشک	V_t
m^2	سطح مرجع برای بی بعدسازی نیروهای آیرودینامیکی	S_{ref}
m	طول مرجع برای بی بعدسازی گشتاورهای آیرودینامیکی	L_{ref}
$\frac{kg}{m.s^2}$	فشار دینامیکی هوا	q_∞
$\frac{kg}{m^3}$	جرم حجمی هوا	ρ
-	ماخ پروازی	$mach$
-	عدد رینولدز	Re
$\frac{N}{deg}$	ضریب نیروی موتور جهت بی بعد سازی	$cldel$
m	بازوهای کنترلی در دستگاه بدنی	dx, dy
-	بردار متغیر حالت	x
-	ماتریس واحد	J

مقدمه

- i- عدم قطعیتها(نامعینی ها) و عوامل ناشناخته
- ii- مروری بر روش QFT و متدهای دیگر
- iii- دامنه کاربرد QFT

فصل اول-معادلات حرکت

- 1-1- معادلات حرکت شش درجه آزادی
- 2-1- ساده سازی، خطی سازی و دی کوپله نمودن معادلات
- 3-1- محاسبه تابع تبدیل کانال پیچ و یاو
- 4-1- تابع تبدیل حلقه باز در زمانهای مختلف پروازی
- 5-1- بررسی پایداری سیستم کنترل حلقه باز

فصل دوم-طراحی کنترلر با اعمال روش QFT

- 1-2- مروری بر مفاهیم اولیه در QFT
- 2-2- تعیین محدوده نامعینی پارامترها
- 3-2- انتخاب تمپلت های سیستم حلقه باز
- 4-2- انتخاب سیستم نامی و محاسبه فرکانس کاری
- 5-2- محاسبه مرزهای QFT
- 6-2- مرزهای حدود مقاوم
- 7-2- شکل دهی حلقه(طراحی کنترلر)
- 8-2- آنالیز طراحی

فصل سوم - مقایسه پاسخ سیستم با کنترلر طراحی شده

به روش QFT و کلاسیک

- 1-3- مقایسه تابع تبدیل کنترلر طراحی شده به روش QFT و کلاسیک
- 2-3- بررسی پایداری مطلق و نسبی سیستم کنترل حلقه بسته
- 3-3- بررسی پاسخ گذرا و ماندگار
- 3-4- مسیر نامی سیستم کنترل حلقه بسته موشک
- 3-5- نویز سنسورهای اندازه گیری

فصل چهارم - نتیجه گیری و پیشنهادات

مراجع

فهرست اشکال

شماره	عنوان
1-1	دستگاه مختصات اینرسی $(ox_I y_I z_I)$ و بدنی $(ox_b y_b z_b)$
2-1	زوایای اویلر
1-2	بلوک دیاگرام مدار حلقه بسته به همراه تابع تبدیل حلقه باز موشک
2-2	تمپلت "اصل"، "خوب" و "بد" به ترتیب از چپ به راست
3-2	تمپلت تابع تبدیل حلقه باز در فرکانس دلخواه 10 رادیان بر ثانیه بدون حذف نقاط اضافی
4-2	تمپلت تابع تبدیل حلقه باز به صورت "خوب" در فرکانس دلخواه 10 رادیان بر ثانیه با حذف نقاط اضافی
5-2	تمپلت تابع تبدیل حلقه باز در فرکانسهای 5، 7، 20، 40، 70 و 100 رادیان بر ثانیه
6-2	تمپلت تابع تبدیل حلقه باز در فرکانسهای 0.1، 1، 2، 3، 4 و 5 رادیان بر ثانیه
7-2	تمپلت تابع تبدیل حلقه باز در فرکانسهای کاری (5، 7، 20 و 70 رادیان بر ثانیه)
8-2	انواع متداول مرزهای QFT شامل مرز مقاوم (تصویر بالایی)، مرزهای کاهش حساسیت (تصویر میانی) و مرزهای تلاش کنترلی (تصویر پایینی)
9-2	مرزهای حدود مقام در فرکانسهای 5، 7، 20 و 70 رادیان بر ثانیه
10-2	مرزهای حدود مقام و نمودار نیکولز تابع تبدیل حلقه باز
11-2	مرزهای حدود مقام و نمودار نیکولز تابع تبدیل با اعمال کنترلر (با افزودن بهره: $k = 7.7$)
12-2	مرزهای حدود مقام و نمودار نیکولز تابع تبدیل حلقه باز (با افزودن صفر: $\left(\frac{s}{1.5} + 1\right)$)
13-2	مرزهای حدود مقام و نمودار نیکولز تابع تبدیل حلقه باز (با افزودن قطب: $\frac{s^2}{32^2} + \frac{2 \times 0.6}{32} s + 1$)
14-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant1
15-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant2
16-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant3
17-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant4

18-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant5
19-2	ارضای شرط اول مرزی با کنترلر QFT برای تابع تبدیل plant6
20-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant1
21-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant2
22-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant3
23-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant4
24-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant5
25-2	نمودار بودی (bode) سیستم کنترل حلقه بسته برای plant6
1-3	نمودار بودی سیستم کنترل حلقه بسته QFT و کلاسیک مربوط به plant1 (محدوده زمان پروازی: $0 \leq t \leq 6$)
2-3	نمودار بودی سیستم کنترل حلقه بسته QFT و کلاسیک مربوط به plant2 (محدوده زمان پروازی: $6 < t \leq 30$)
3-3	نمودار بودی سیستم کنترل حلقه بسته QFT و کلاسیک مربوط به plant3 (محدوده زمان پروازی: $30 < t \leq 50$)
4-3	نمودار بودی سیستم کنترل حلقه بسته QFT و کلاسیک مربوط به plant4 (محدوده زمان پروازی: $50 < t \leq 70$)
5-3	نمودار بودی سیستم کنترل حلقه بسته QFT و کلاسیک مربوط به plant5 (محدوده زمان پروازی: $70 < t \leq 100$)
6-3	مقادیر حاشیه بهره سیستم حلقه بسته QFT و کلاسیک در زمانهای مختلف پروازی
7-3	مقادیر حاشیه فاز سیستم حلقه بسته QFT و کلاسیک در زمانهای مختلف پروازی
8-3	نمودار پیچ پروگرام و مسیر نامی موشک با کنترلرهای QFT و کلاسیک در طول زمان پرواز
9-3	پاسخ زمان سیستم کنترل حلقه-بسته به ورودی پله (مربوط به plant2 و زمان پروازی 6 تا 30 ثانیه)
10-3	پاسخ زمان سیستم کنترل حلقه-بسته به ورودی پله (مربوط به plant3 و زمان پروازی 30 تا 50 ثانیه)
11-3	پاسخ زمان سیستم کنترل حلقه-بسته به ورودی پله (مربوط به plant4 و زمان پروازی 50 تا 70 ثانیه)

12-3	پاسخ زمان سیستم کنترل حلقه-بسته به ورودی پله(مربوط به plant5 و زمان پروازی 70 تا 100 ثانیه)
13-3	پاسخ زمان سیستم کنترل حلقه-بسته به ورودی پله(مربوط به plant6)
14-3	تغییرات مقدار ماکزیمم فراجهدش سیستم کنترل حلقه-بسته نسبت به زمان پروازی
15-3	تغییرات (rise time) سیستم کنترل حلقه بسته نسبت به زمان پروازی
16-3	تغییرات زمان نشست سیستم کنترل حلقه بسته نسبت به زمان پروازی
17-3	نمودار پیچ پروگرام و مسیر نامی موشک با کنترلرهای QFT و کلاسیک در طول زمان پرواز
18-3	پاسخ زمانی سیستم کنترل QFT و کلاسیک با اعمال نویز در خروجی سنسورهای اندازه گیری

فهرست جداول

شماره	عنوان
1-1	تابع تبدیل حلقه باز موشک بهمراه صفر و قطبهای آن در زمانهای مختلف پروازی
2-1	نامگذاری توابع تبدیل حلقه باز موشک در زمانهای مختلف پروازی
1-3	کنترلر محاسبه شده از طریق QFT و کلاسیک
2-3	قطبهای سیستم حلقه-بسته مربوط به QFT و کلاسیک
3-3	قطبهای سیستم حلقه-بسته مربوط به QFT و کلاسیک

مقدمه

i- عدم قطعیتها (نامعینی ها) و عوامل ناشناخته

یکی از عوامل مهم در طراحی کنترلر، شناخت انواع عدم قطعیتها یا نامعینی ها (Uncertainties) و عوامل ناشناخته می باشد:

1-عدم قطعیتها یا نامعینی ها:

- تغییرات پارامترهای سیستمی تابع تبدیل
- خطی سازی مدل های پیچیده

2-عوامل ناشناخته:

- اغتشاشات محیطی
- نویزهای اندازه گیری در سیستم های کنترل حلقه بسته

ii-مروری بر روش QFT و متدهای دیگر

1-روش QFT

در دهه 50 میلادی، طراحی کنترلر به روش QFT (Quantitative Feedback Theory) توسط هورowitz (HOROWITZ) مورد توجه قرار گرفت در این روش عدم قطعیتها یا نامعینی ها در پارامترهای تابع تبدیل ظاهر می شوند. با تعریف معیارهای طراحی سیستم کنترل برای مثال محدود شدن تابع حساسیت، منجر به ایجاد مرزهایی روی نمودار نیکولز می شود که به مرزهای هورowitz (HOROWITZ) معروف است که همزمان نمودار نیکولز برای سیستم حلقه باز نیز در حالت نامی رسم می شود در نهایت کنترل کننده ای تشکیل می شود که مرزهای هورowitz (HOROWITZ) توسط نمودار حلقه باز محدود نشود [5]، به عبارت دیگر با طراحی یک "کنترلر با ضرایب ثابت" برای سیستمی که پارامترهای آن دارای تغییرات شدیدی هستند می توان به مشخصات مطلوب رسید [2].

کنترل H_{∞} ، QFT، و سنتز μ که برای سیستم های نظامی کاربرد دارد، در دهه 80 میلادی توسعه یافت

2-طراحی کنترلر به روش جدول بندی بهره (Gain Scheduling):

روش متداول و کلاسیک برای طراحی کنترلر موشک، استفاده از سه حلقه پس خور(حلقه افزایش پایداری، حلقه سرعت زاویه ای و حلقه شتاب خطی) می باشد. با افزایش توانایی موشک های تاکتیکی برای انجام مانورهای سریع در برابر اهداف امروزی، گمان می رود با توجه به ماهیت متغیر پارامترهای آیرودینامیکی و مشخصات جرمی-اینرسی، کنترل کننده های کلاسیک پاسخگوی نیاز امروز نمی باشد. یکی از نکات مهم در مدلسازی موشک، بروز تغییرات زمانی در پارامترهای مشخص کننده سیستم است بنابراین عملاً" با سیستم متغیر با زمان روبرو هستیم حال اگر خطی سازی دینامیک غیرخطی موشک حول چند نقطه کاری صورت گیرد و متناظر با هر کدام از این نقاط کنترل کننده ای طراحی گردد و کنترل کننده های مختلف طراحی شده در شرایط مختلف زمانی مورد استفاده قرار گیرد عملکرد سیستم بهتر خواهد شد. این روش طراحی، روش جدول بندی بهره نامیده می شود که یکی از روش های متداول به شمار می رود از آنجا که مبانی تئوری تحلیل پایداری و بررسی عملکرد برای این روش ضعیف بود کمتر مورد توجه تحقیقات آکادمیک واقع شد یکی از روش های پیاده سازی کنترل کننده های بهره متغیر **switching** می باشد که در عین سادگی اشکالاتی نیز دارد. عمده ترین اشکال آن در مرحله پیاده سازی ظاهر می گردد اغلب اندازه گیری متغیرهای کمکی که زمان سوئیچ بین کنترل کننده ها بر اساس اندازه آن ها صورت می گیرد پر هزینه تمام می شود. استفاده از روش **switching** از روشهای قدیمی استفاده از جدول بندی بهره به شمار می رود در هر صورت این روش مورد استفاده کاربردی واقع شده است. با پیشرفت کامپیوترهای امروزی استفاده از میان یابی به جای سوئیچینگ مورد توجه قرار گرفت در تضمین پایداری کنترل کننده بهره متغیر با استفاده از میان یابی بررسی ها نشان می دهد که اگر تغییرات نقاط کاری کند باشد میان یابی به پایداری سیستم لطمه نخواهد زد. [12]

3-تئوری LQG (Linear Quadratic Gaussian)

در سال ۱۹۶۰ توسعه یافت در این روش نامعینی ها و عدم قطعیت به شکل یک سیگنال خارجی با خواص نویز سفید، به سیستم اعمال می شود اگرچه می توان نویزهای اندازه گیری را با استفاده از نویز سفید مدل نمود اما این بدان مفهوم نیست که انواع عدم قطعیت های سیستم را بتوان نویز سفید در نظر

گرفت. بنابراین بزرگترین مشکل این روش در این است که اولاً "تمامی نامعینی ها به کمک نویز سفید قابل بیان نیست ثانياً" در این روش اساساً "نامعینی به عنوان یک پدیده غیر قابل محاسبه در نظر گرفته می شود در حالی که این طور نیست. اگرچه نامعینی به عنوان یک پدیده ناشناخته قابل طرح است اما در حقیقت یک پدیده غیر قابل محاسبه نمی باشد در مجموع، کنترلر هایی که به روش LQG طراحی می شود تضمین کننده مقاومت در برابر تغییرات سیستم نمی باشد. [12]

4-روش H-infinity

در این روش عدم قطعیت به شکل یک مدل مجزا به همراه مدل اصلی مورد استفاده قرار می گیرد این ایده توسط Zames مورد توجه قرار گرفت که بر پایه دو تئوری استوار است تئوری بهره کوچک و تئوری BRL (Bounded Real Lemma) که از بنیادی ترین قضایای مورد استفاده در این روش می باشد.

استفاده از H_∞ در طراحی اتوپیلوت موشک زمین به هوا با فرض اینکه موشک حول محور طولی خود هیچگونه چرخشی ندارد، معادلات غیرخطی متداخل را به معادلات مجزا تبدیل می کند. تکنیک های H_∞ و سنتز μ از ابزارهای کارآمدی کنترل مقاوم هستند مورد استفاده قرار می گیرد. البته با توجه به تغییرات زیاد سرعت موشک برای هر بازه سرعت آن یک کنترل کننده برای کانال پیچ طراحی می شود هر چند پاسخ های زمانی بدست آمده از اعمال پله به سیستم غیرخطی نشان دهنده عملکرد خوب کنترل کننده در طی پرواز است اما عیب سوئیچینگ و مسائل مربوط به آن وجود دارد از جمله ناپایداری در اثر سوئیچینگ غلط و اغتشاشات ناشی از آن.

از کاربردهای دیگر این روش استخراج مدل خطی کانال Roll برای یک موشک کروز می باشد که با استفاده از تکنیک Loop Shaping یک کنترل کننده H_∞ طراحی شده است. استفاده از متد فوق برای کنترل نرخ کانال پیچ باعث بهتر شدن ردیابی و حذف اغتشاشات می شود.

این روش در دهه 80 توسط Doyle و safonov این روش توسعه یافته است [11].

5-استفاده از متد سنتز μ

در اینجا هم به علت تغییرات زیاد سرعت موشک، بازه سرعت را به چند قسمت تقسیم می کنند و برای هر قسمت به طور مجزا یک کنترل کننده به روش سنتز μ طراحی می شود در این متد نیز توابع تبدیل کانال ها به صورت تک ورودی-تک خروجی در نظر گرفته می شود البته بحث سوئیچینگ و مشکلات آن مشاهده می شود مراجع مختلفی وجود دارد که از این متد استفاده شده است.

iii-دامنه کاربرد QFT

هرچند که روش QFT، برای سیستم های نامعین تک حلقه ای ارائه شده است ولی می تواند برای سیستم های شامل حلقه های تو در تو (cascaded-loop) و چند متغیره (MIMO) و همچنین برای سیستم های متغیر با زمان و غیر خطی مورد استفاده قرار گیرد ([1]، [5]، [8]، [9]، [10] و [11])

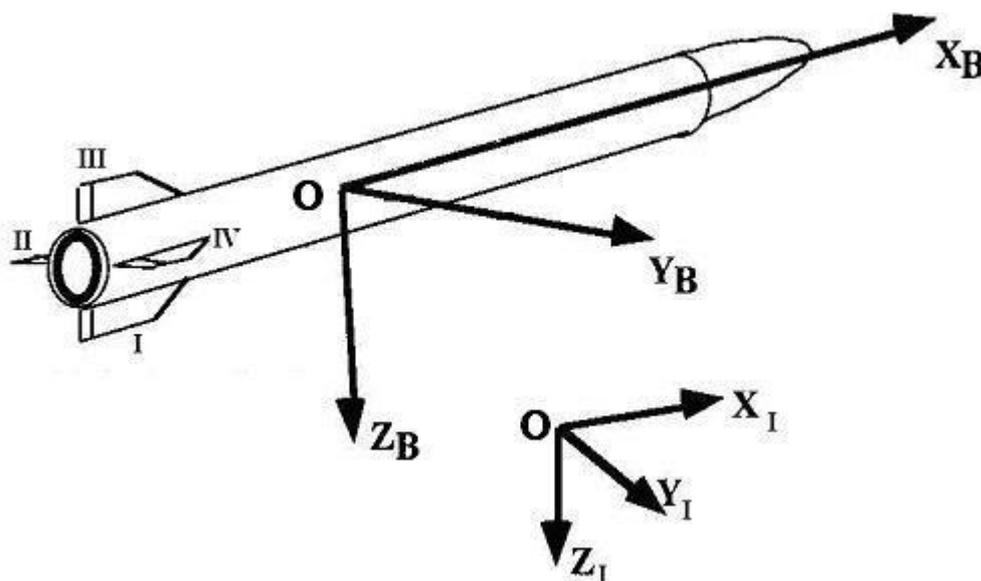
فصل اول-معادلات حرکت

1-1-معادلات حرکت شش درجه آزادی

در مرحله ی ارزیابی پاسخ سیستم به اغتشاشات خارجی یا داخلی (سطوح کنترلی)، به معادلات حرکت نیاز می باشد، در نوشتن معادلات فرضیات زیر در نظر گرفته شده است:

- 1- موشک صلب می باشد(نادیده گرفتن اثر الاستیسته)
- 2- از چرخش زمین صرفنظر می شود
- 3- زمین کروی و مدل جاذبه ثابت در نظر گرفته می شود
- 4- دینامیک عملگر در نظر گرفته نمی شود

دستگاه مختصات متصل به زمین به عنوان دستگاه اینرسی و دستگاه متصل به جسم، دستگاه بدنی تعریف می گردد. که در ذیل نشان داده شده است.



شکل (1-1): دستگاه مختصات اینرسی (ox_I, y_I, z_I) و بدنی (ox_b, y_b, z_b)

دستگاه اینرسی (ox_I, y_I, z_I) :

دستگاه متصل به زمین بوده و مرکز آن روی سطح زمین می باشد.

محور ox_I : عمود بر سطح زمین که راستای آن از مرکز زمین می گذرد و جهت مثبت آن به سمت

بیرون زمین می باشد

محور oz_I : مماس بر زمین و واقع در صفحه پرواز که جهت مثبت آن به سمت هدف می باشد.

محور oy_1 از قانون دست راست مشخص می گردد.

دستگاه بدنی $(ox_1y_1z_1)$:

دستگاه متصل به جسم بوده و مرکز آن بر روی مرکز ثقل جسم واقع است.

محور ox_b : محور تقارن موشک می باشد و جهت مثبت آن به سمت نوک می باشد.

محور oz_b : در راستای بال I و III می باشد و جهت مثبت آن به سمت بال I می باشد.

محور oy_b : از قانون دست راست مشخص می گردد.

در لحظه استارت دو دستگاه منطبق بر هم می باشد.

معادلات حرکت شامل سه معادله نیرو و سه معادله گشتاور می باشد که در روابط (1-1) و (2-1)

آمده است:

$$\begin{aligned} m(\dot{U} + QW - RV) &= X \\ m(\dot{V} + RU - PW) &= Y \end{aligned} \quad (1-1)$$

$$\begin{aligned} m(\dot{W} - QU + PV) &= Z \\ I_{xx}\dot{P} - (I_{yy} - I_{zz})QR + I_{yz}(R^2 - Q^2) - I_{xz}(PQ + \dot{R}) + I_{xy}(RP - \dot{Q}) &= L \\ I_{yy}\dot{Q} - (I_{zz} - I_{xx})RP + I_{xz}(P^2 - R^2) - I_{xy}(QR + \dot{P}) + I_{yz}(PQ - \dot{R}) &= M \end{aligned} \quad (2-1)$$

$$I_{zz}\dot{R} - (I_{xx} - I_{yy})PQ + I_{xy}(Q^2 - P^2) - I_{yz}(RP + \dot{Q}) + I_{xz}(QR - \dot{P}) = N$$

معادلات فوق در دستگاه بدنی نوشته شده اند.

قبل از تعریف نیروها و گشتاورها، ساده سازی های زیر را در نظر می گیریم با توجه به تقارن

موشک نسبت به صفحات x_b, y_b و x_b, z_b روابط (3-1) و (4-1) برقرار است:

$$I_{xy} = I_{xz} = I_{yz} = 0 \quad (3-1)$$

$$I = I_{yy} = I_{zz} \quad (4-1)$$

که با جایگذاری روابط (3-1) و (4-1) در رابطه ی (2-1) به رابطه ی (5-1) می رسیم:

$$\begin{aligned} I_{xx}\dot{P} &= L \\ I\dot{Q} - (I - I_{xx})RP &= M \\ I\dot{R} - (I_{xx} - I)PQ &= N \end{aligned} \quad (5-1)$$