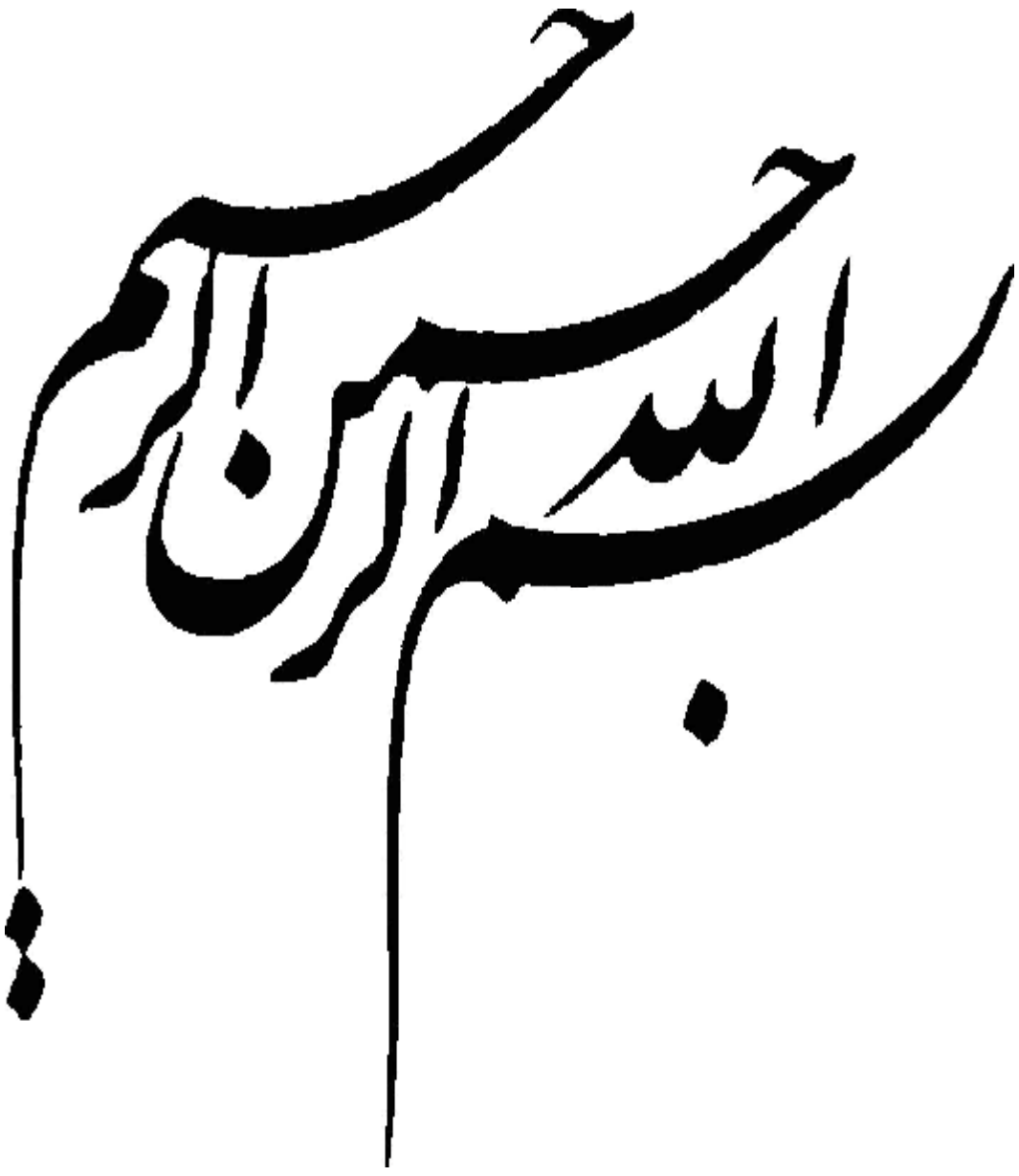

دانشگاه الزهرا(س)

دانشکده علوم پایه

پایان‌نامه

جهت اخذ درجه کارشناسی‌ارشد

رشتهٔ فیزیک گرایش اتمی مولکولی

عنوان

بررسی امواج شوک غبار یون ـ آکوستیک در پلاسمای غباری با یون‌های مثبت و منفی

استاد راهنما

دکتر محمود رضا روحانی

استاد مشاور

دکتر حسین حکیمی پژوه

دانشجو

هاجر آزادی احمدآبادی

مهر ۱۳۹۰

کلیه دستاوردهای این تحقیق متعلق به

دانشگاه الزهرا(س)است.

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم

با سپاس و تشکر فراوان

از راهنمایی‌ها و زحمات اساتید محترم و گرامی

آقای دکتر روحانی و آقای دکتر حکیمی‌پژوه

که صبورانه راهنمای من بودند.

چکیده

در برخی از پلاسماهای غباری علاوه بر الکترون‌ها, یون‌های مثبت و ذرات غبار یک مؤلفهٔ اضافی از یون‌های منفی سنگین (نسبت به جرم یون‌های مثبت) نیز وجود دارد, حضور این یون‌های منفی امکان انتشار امواج صوتی با سرعت فاز بزرگ‌تر از سرعت حرارتی یون‌های منفی و کوچک‌تر از سرعت حرارتی یون‌های مثبت و الکترون‌ها ($V_{Th} << V_{ph} << V_{Ti}, V_{Te}$) را فراهم می سازد. دینامیک امواج غبار یون منفی صوت (DNIA) در محدودهٔ فرکانسی یون‌های منفی است و بنابر این می‌توانیم از معادلات سیالی برای یون‌های منفی استفاده کنیم و ذرات غبار را ساکن در نظر بگیریم. برای الکترون‌ها و یون‌های مثبت نیز از یک تابع توزیع مناسب استفاده می‌کنیم. بار ذرات غبار، که در رفتار این ذرات تأثیرگذار است، می تواند تغییر کند. نوسانات بار غبار به عنوان یک عامل اتلافی جدید در پلاسماهای غباری شناخته شده است. این اثر اتلافی در رژیم خطی منجر به میرایی امواج DNIA می‌شود و در رژیم غیرخطی می‌تواند موجب شکل‌گیری ساختار شوک شود. این امواج شوک پتانسیل منفی دارند و منجر به کاهش تعداد بار غبار می‌شوند، که به این طریق می‌توانند امکان جدیدی برای برهم‌کنش ذرات غبار با محیط فراهم سازند. در این پژوهش انتشار امواج شوک یکنوای DNIA در پلاسمای غباری با الکترون‌ها و یون‌های مثبت سبک ابرگرم (که توزیع کاپا برای توصیف آن مناسب است) و یون‌های منفی سرد و ذرات غبار منفی ساکن با بار متغیر به روش اختلالی، برای شوک‌های با دامنهٔ کوچک، مورد بررسی قرار گرفته است. اثر شاخص طیفی کاپا، به عنوان معیاری از تعداد ذرات ابرگرم، بر دامنه و پهنای این امواج به دست آمده است. روش اختلالی برای امواج با دامنهٔ بزرگ معتبر نیست, از این‌رو با حل دقیق معادلات حاکم به صورت عددی امواج شوک با دامنهٔ دلخواه بررسی شده است. اندازهٔ دامنهٔ پتانسیل امواج شوک یکنوا با کاهش کاپا و دور شدن از توزیع ماکسولی کاهش خواهد یافت, در حالی‌که برای بار ذرات غبار رفتار یکنوایی نخواهد داشت. بیشترین تغییر بار برای شوک با $\kappa=2$ خواهد بود که به ازای پارامترهای استفاده شده در این پژوهش تعداد بار غبار حدود ۸٪ کاهش خواهد یافت.

فهرست مطالب

فصل اول : پلاسمای غباری

۱.۱ مقدمات پلاسمای غباری ۱

۱.۱.۱ نمونه‌هایی از ذرات غبار و پلاسماهای غباری ۲

۲.۱.۱ مشخصه‌های پلاسمای غباری ۵

۳.۱.۱ فرایندهای باردار شدن ذرات غبار ۱۰

۴.۱.۱ معادلهٔ حاکم بر تغییرات بار ذرات غبار ۱۶

۲.۱ نظریهٔ جنبشی ۱۷

۱.۲.۱ معادلهٔ ولاسوف و توابع توزیع شبه تعادلی ۱۸

۲.۲.۱ استخراج نظریهٔ سیالی از نظریهٔ جنبشی ۱۹

۳.۱ امواج غبار یون صوت (DIA) ۲۰

۱.۳.۱ امواج خطی DIA و اثر تغییرات بار غبار بر این امواج ۲۱

۲.۳.۱ امواج غیرخطی DIA ۲۵

۴.۱ تابع توزیع غیرتعادلی کاپا ۲۶

فصل دوم : پلاسمای غباری ۴ مؤلفه‌ای

۱.۲ اثر حضور یون‌های منفی سنگین ۳۰

۲.۲ امواج غبار یون منفی صوت (DNIA) ۳۱

۱.۲.۲ امواج خطی DNIA ۳۷

۲.۲.۲ امواج غیرخطی DNIA ۳۸

۱.۲.۲.۲ امواج سالیتونی DNIA ۳۸

۲.۲.۲.۲ امواج شوک DNIA ۴۶

۳.۲.۲.۲ امواج شوک با دامنهٔ دلخواه ۴۸

فصل سوم : پلاسمای غباری ۴ مؤلفه‌ای دارای الکترون و یون‌های ابرگرم

۱.۳ چگالی الکترون و یون‌های دارای توزیع کاپا و جریان آن‌ها ۵۲

۲.۳ معادلات تعادلی و تعیین بار تعادلی ذرات غبار ۵۴

۳.۳ امواج خطی DNIA ۵۶

۴.۳ امواج شوک یکنوای DNIA با دامنهٔ محدود ۵۸

۵.۳ امواج شوک DNIA با دامنهٔ دلخواه ۶۲

مرجع‌ها..... ۶۷

پیوست الف: حل معادلات KdV و برگرز ۷۰

پیوست ب: محاسبهٔ چگالی الکترون‌ها و یون‌های مثبت دارای توزیع کاپا و جریان ناشی از آن‌ها بر سطح غبار ۷۲

پیوست ج : کدهای C++ ۷۶

فهرست شکل‌ها

شکل ۱.۱: برخورد خراشان بین ذرهٔ پلاسمایی j و یک ذرهٔ غبار باردار با $q_j q_d > 0$ ۱۱

شکل ۲.۱: مقایسهٔ توزیع کاپا و ماکسولی ۲۸

شکل۱.۲: تغییر η_0 با Z_{d0} و r_d (بر حسب μm) ۳۵

شکل ۲.۲: مقادیر بار تعادلی Z_{d0} به ازای η_e و η_h مختلف برای $r_d=5\mu m$ ۳۶

شکل ۳.۲: پتانسیل V به ازای مقادیر مختلف η_e برای $\eta_d=0.3$ ۴۲

شکل ۴.۲: دامنهٔ پتانسیل(φ_0) و بار غبار(Z_0) سالیتون به ازای مقادیر مختلف η_e و η_d ۴۳

شکل ۵.۲: پهنای موج سالیتونی به ازای مقادیر مختلف η_e و η_d ۴۴

شکل ۶.۲: نمودار سالیتون $\varphi^{(1)}$ و $Z_d^{(1)}$ به ازای η_d =0.3 ..... ۴۵

شکل ۷.۲: پتانسیل و تعداد بار غبار Z_d امواج شوک یکنوا با سرعت‌های مختلف ۵۰

شکل ۸.۲: پتانسیل امواج شوک با سرعت‌های مختلف ۵۱

شکل ۱.۳: تعداد بار تعادلی Z_{d0} بر حسب κ به ازای η_e های مختلف برای $r_d=5\mu m$ ۵۵

شکل ۲.۳: تغییر دامنهٔ پتانسیل و تعداد بار غبار و پهنای موج شوک بر حسب کاپا ۶۱

شکل۳.۳: پتانسیل و تعداد بار غبار موج شوک با سرعت 0.68 برای κ های مختلف ۶۵

شکل۴.۳: تغییر دامنهٔ موج شوک با سرعت برای κ های مختلف ۶۶

فصل اول

پلاسمای غباری

۱.۱ مقدمات پلاسمای غباری

اولین بار در سال ۱۹۲۹ (حدود ۸۰ سال قبل) تانکز[۱] و لانگمویر[۲] از لفظ پلاسما برای توصیف ناحیهٔ داخلی یک گاز یونیزه که به وسیلهٔ تخلیهٔ الکتریکی در یک لامپ ایجاد شده بود، استفاده کردند. پلاسما بیان‌گر یک گاز از لحاظ ماکروسکوپی خنثی، شامل تعداد زیادی ذرات باردار برهم‌کنشی (الکترون‌ها و یون‌ها) و ذرات خنثی، است. ٪۹۹ مادهٔ جهان به شکل پلاسماست که معمولاً حاوی ذرات غبار است. ذرات غبار اندازه‌ها و اشکال مختلفی دارند، مگر این‌که مصنوعی باشند. جرم ذرات غبار از مرتبهٔ 10^{6}-$10^{18}m_p$ است و اندازهٔ آن‌ها از نانومتر تا میلی‌متر است. ذرات غبار خنثی نیستند و بسته به پلاسمای احاطه کننده‌شان دارای بار مثبت یا منفی هستند. به طور معمول ذرات غبار دارای بار منفی زیادی هستند که تعداد بار آن‌ها (Z_d) مقادیری بین چند بار الکترونی تا 10^{4}-10^{5} بار الکترونی به خود می‌گیرد و از فاصلهٔ دور به صورت بارهای نقطه‌ای دیده می‌شوند.

در واقع پلاسمای غباری مجموعه‌ای از ذرات غبار باردار، الکترون‌ها، یون‌ها و ذرات خنثی است. چنین پلاسمایی در فضا و محیط‌های آزمایشگاهی وجود دارد. اولین مشاهدات آزمایشگاهی از یک پلاسمای غباری به وسیلهٔ لانگمویر (۱۹۲۴)، در یک قوس الکتریکی هنگامی که قطره‌های کوچکی از بخار تنگستن از کاتد وارد پلاسما می‌شدند، صورت گرفت. وی رفتار غیرمعمول ریز قطره‌ها را به اتصال الکترون‌ها به آن‌ها نسبت داد، که در نتیجه این ذرات دارای بار منفی شده و تحت تأثیر میدان‌های الکتریکی حرکت می‌کنند. اولین بررسی بر روی غبار فضایی نیز به وسیلهٔ اسپیتزر[۳] (۱۹۴۱) صورت گرفت, وی فرایندهایی را که به واسطهٔ آن‌ها ذرات غبار در فضای میان ستاره‌ای باردار می‌شوند مورد بررسی قرار داد و بیان

---

[۱] Tonks

[۲] Longmire

[۳] Spitzer

کرد, علاوه بر باردار شدن فوتویونشی به وسیلهٔ تابش UV, ذرات غبار به علت قرار گرفتن‌شان در یک گاز یونیزه دارای بار منفی می‌شوند، زیرا برخورد آن‌ها با الکترون‌های سریع بیش‌تر از برخوردشان با یون‌های آرام است.[۱, ۲]

۱.۱.۱ نمونه‌هایی از ذرات غبار و پلاسماهای غباری

پلاسمای غباری تقریباً در همه جای فضا وجود دارد. وجود غبار در ابرهای میان ستاره‌ای و پیرامون ستاره‌ها و در منظومهٔ شمسی به صورت غبار میان سیاره‌ای و در حلقه‌های سیاره‌ای, مگنتوسفر زمین و دنباله‌های ستاره‌های دنباله‌دار محرز شده است. خواص فیزیکی (مانند جرم، چگالی، بار و غیره) این ذرات غبار بسته به منشاء پیدایش آن‌ها و محیطی که در آن قرار می‌گیرند، تغییر می‌کند. ذرات غبار را در برخی از این پلاسماهای فضایی به اختصار توصیف می‌کنیم:

– **ابرهای میان ستاره‌ای** : وجود غبار در ابرهای میان ستاره‌ای به واسطهٔ قرمزشدگی ستاره‌ها و گسیل فروسرخ توسط آن‌ها مشخص شده است. این ذرات غبار دی‌الکتریک یا فلزی دارای شعاع‌های مختلف r هستند، که $n(r)$ چگالی ذرات با شعاع r را می‌توان برای هر دسته از این ذرات بیان کرد.

– **فضای پیرامون ستاره‌ها** : غبار در اطراف اغلب اجرام ستاره‌ای وجود دارد. با استفاده از مشخصه‌های طیفی و گسیل اضافی مادون‌قرمز، مشخص شده است که این غبار به طور معمول از سیلیکات‌ها, گرافیت و کربن‌آمورف با توزیع اندازه‌ای از $0.05 - 0.2\ \mu m$ تشکیل شده است.

– **فضای میان سیاره‌ای** : اعتقاد بر این است که در سحابی خورشیدی اولیه انعقاد غبار منجر به ایجاد ذرات سیاره‌ای و سپس شکل‌گیری ستاره‌های دنباله‌دار و سیارات شده است.

اندازه‌گیری‌ها نشان داده است که منظومه شمسی مملو از ذرات غبار با نوع و اندازه‌های مختلف و با منشاءهای متفاوتی، چون شهاب‌واره‌های میکرونی[۴], زباله‌های فضایی, آلودگی‌های مصنوعی و غیره، است. نور منطقه‌البروج (زودیاک) به وسیلهٔ پراکندگی, جذب و گسیل حرارتی نور خورشید به وسیلهٔ ذرات غبار با اندازهٔ *2-10 μm* توجیه می‌شود. منشاء این ذرات احتمالاً تجزیهٔ برخوردی بقایای دنباله‌دارها است. در واقع، یک ستارهٔ دنباله‌دار با دورهٔ تناوب کوتاه *0.25 tons/s* غبار تولید می‌کند, در حالی‌که یک ستارهٔ دنباله‌دار با دورهٔ تناوب بلند *20 tons/s* غبار تولید می‌کند و از این مواد تقریباً 2×10^4 *tons/year* و در محدودهٔ جرمی 10^{-3}–10^3 kg وارد اتمسفر زمین می‌شود.

– **ستاره‌های دنباله‌دار** : ستاره‌های دنباله‌دار اجرام فضایی کوچک با اشکال نامنظم و دارای مدارهای بیضوی کشیده، که آن‌ها را به نزدیکی خورشید و اعماق فضا می‌برد، هستند. ساختار ستاره‌های دنباله‌دار متفاوت است، ولی تمام آن‌ها به وسیلهٔ جرمی از گاز احاطه شده‌اند (کما) که از مولکول‌ها و اتم‌های آزاد شده به وسیلهٔ هسته تشکیل شده است. اندازه و تابندگی کما با نزدیک شدن دنباله‌دار به خورشید افزایش می‌یابد. یک هستهٔ تابان و کوچک (دارای قطری کم‌تر از 10km) در مرکز کما وجود دارد. کما و هسته سر ستارهٔ دنباله‌دار را تشکیل می‌دهند. با نزدیک شدن ستاره‌های دنباله‌دار به خورشید، یک دنبالهٔ بزرگ از مواد تابان، که تا میلیون‌ها کیلومتر طول دارد، در خلاف جهت خورشید از سر آن ایجاد می‌شود. وقتی ستاره از خورشید دور است هسته بسیار سرد است و مواد در داخل هسته منجمد هستند. با نزدیک شدن ستاره به خورشید سطح هسته گرم می‌شود و مواد فرار آن تبخیر می‌شوند. با جوشش این مولکول‌های تبخیر شده ذرات ریز جامد نیز جابه‌جا می‌شوند و کمای گاز و غبار را تشکیل می‌دهند. فشار تابشی خورشید و باد خورشیدی به مواد شتابی در خلاف جهت سر ستاره دنباله‌دار و بسته به اندازه و جرم آن‌ها می‌دهند. دنباله‌های غبار سنگین به آرامی شتاب می‌گیرند و دنبالهٔ یونی که بسیار کم‌جرم‌تر است شتاب بیش‌تری می‌گیرد. داده‌های کاوشگرها نیز نشان

[۴] micro-meteroids

داده است که تعداد زیادی ذرات غبار بسیار کوچک در ستاره‌های دنباله‌دار وجود دارند.

– **حلقه‌های سیاره‌ای** : در نتیجهٔ مأموریت ویجر[۵] به مشتری و زحل، مشخص شده است که حلقه‌های این سیارات از پلاسمای غباری با ذرات غبار میکرونی و تا کوچک‌تر از میکرون ساخته شده‌اند.

– **اتمسفر زمین** : مهم‌ترین بخش پیرامون زمین، که وجود ذرات غبار باردار در آن مشاهده شده است، مزوسفر تابستان قطبی واقع در ارتفاع بین 80 تا 90km است و مهم‌ترین پدیدهٔ مشاهده شده در مزوسفر تابستان قطبی تشکیل نوع خاصی از ابر به نام ' ابر شب‌تاب[۶] ' است.
یکی از مهم‌ترین منابع غبار در جو زمین آلودگی‌های مصنوعی (ذرات معلق زمینی) هستند. مواد معلق زمینی عموماً از خروجی راکت‌ها ناشی می‌شوند و در ۹۰٪ موارد شبه کره‌های اکسید آلومینیوم (Al_2O_3) با محدودهٔ شعاعی $0.1\text{-}10\mu m$ و چگالی $10^{-10}\text{-}10^{-6}\ cm^{-3}$ هستند. ذرات مگنتیت خالص با شعاع $10\mu m\sim$ و چگالی $10^{-5}cm^{-3}\sim$ از آلودگی‌های صنعتی هستند که در مگنتوسفر یافت می‌شوند. هم‌چنین در مگنتوسفر زمین غبار ورای زمینی به شکل شهاب‌واره‌های میکرونی با شعاع $5\text{-}10\mu m$ و چگالی $10^{-10}\text{-}10^{-9}cm^{-3}$ وجود دارد.

پلاسماهای آزمایشگاهی نیز می‌توانند، گاهی به صورت مطلوب و گاهی به طور ناخواسته مثلاً در اثر برهم‌کنش‌های پلاسما و دیواره، شامل غبار باشند. از این پلاسماها می‌توان به خروجی راکت‌ها و سفینه‌های فضایی، پلاسماهای پردازشی مورد استفاده در ساخت قطعاتی مانند تراشه‌های میکرونی، پلاسماهای غباری آزمایشگاهی به منظور مطالعه فرایندهای جمعی، بلورهای پلاسمایی و غیره اشاره کرد. مقدار قابل توجهی (از مرتبهٔ کیلوگرم) از ذرات ریز در نواحی پایینی اغلب توکامک[۷]ها و استلراتور[۸]ها یافت می‌شود. این ذرات غبار به عنوان یک

---

[۵] Voyager
[۶] Noctilucent cloud
[۷] tokamak
[۸] stellarator

خطر ایمنی بالقوه مطرح هستند و از این رو بررسی غبار در پلاسماهای هم‌جوشی بسیار مهم است. تحقیقات نشان داده است که شعاع ذرات غبار در پلاسماهای آزمایشگاهی در محدودهٔ $10^{-3}m$ تا $10^{-7}m$ است. اغلب ذرات در کف دستگاه آزمایشگاهی قرار می‌گیرند. ذرات سبک‌تر می‌توانند به وسیلهٔ نیروی الکتریکی یا مغناطیسی مجدداً وارد پلاسما شوند و در نزدیکی دیواره شناور شوند.[۲, ۳, ۴]

۲.۱.۱ مشخصه‌های پلاسمای غباری

وجود یک مؤلفهٔ اضافی از ذرات درشت باردار در پلاسمای غباری پیچیدگی این مجموعه را نسبت به پلاسمای معمولی افزایش می‌دهد، به همین دلیل برای پلاسمای غباری از لفظ 'پلاسمای پیچیده[۹]' نیز استفاده می‌شود.

یک پلاسمای دارای ذرات غبار را می‌توان بر اساس ترتیب قرارگیری تعدادی از طول‌های مشخصهٔ آن، غبار در پلاسما یا پلاسمای غباری نامید. سه طول اصلی در پلاسمای غباری شعاع ذرهٔ غبار (r_d)، فاصلهٔ میانگین بین ذرات (a) و شعاع دبای پلاسما (λ_D) هستند. حالتی که $r_d << \lambda_D < a$ (که در آن ذرات باردار غبار به صورت مجموعه‌ای از ذرات، که به طور مجزا پوشیده شده‌اند، مطرح هستند) مربوط به غبار در یک پلاسما است و حالت $r_d << a < \lambda_D$ (که در آن ذرات باردار غبار در رفتارهای جمعی مشارکت دارند) مربوط به یک پلاسمای غباری است. برای فهم بهتر ویژگی‌های پلاسمای غباری برخی مشخصه‌های اصلی آن، مانند خنثایی ماکروسکوپی, غلاف دبای, فرکانس‌های مشخصه و پارامتر جفت‌شدگی کولن، را به اختصار بررسی می‌کنیم.

– **خنثایی ماکروسکوپی** : در پلاسمای غباری نیز مانند پلاسمای الکترون - یون هنگامی که

[۹] complex plasma

هیچ اختلالی نداریم، پلاسما از لحاظ ماکروسکوپی خنثی است. این بدان معناست که در تعادلی بدون حضور نیروهای خارجی، بار الکتریکی خالص ایجاد شده در پلاسمای غباری صفر است. شرط خنثایی بار تعادلی در پلاسمای غباری را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$q_i n_{i0} - e n_{e0} + q_d n_{d0} = 0 \qquad (۱.۱.۱)$$

که n_{d0} ,n_{e0} ,n_{i0} به ترتیب چگالی تعادلی یون‌ها, الکترون‌ها و ذرات غبار هستند. q_i بار یون است که برای یون‌های یک بار یونیده e است و $q_d = Z_d e$ ($q_d = -Z_d e$) بار ذرهٔ غبار مثبت (منفی) است، که Z_d تعداد بار قرار گرفته بر سطح ذرهٔ غبار است. به طور معمول، یک ذرهٔ غبار از یک هزار تا چند صد هزار بار بنیادی به دست می‌آورد و $Z_d n_{d0}$ می‌تواند، حتی برای حالتی که $n_{d0} << n_{i0}$ است، با n_{i0} برابری کند. در بسیاری از پلاسماهای آزمایشگاهی و فضایی، اغلب الکترون‌های زمینه طی فرایند باردار شدن ذرات غبار بر روی سطح ذرهٔ غبار گیر می‌افتند و این فرایند موجب کاهش عمدهٔ چگالی الکترونی پلاسمای غباری می‌شود به نحوی که برای این ذرات غبار دارای بار منفی می‌توان معادلهٔ $n_{i0} \approx Z_d n_{d0}$ را جایگزین (۱.۱.۱) نمود.

– **حفاظ دبای** : یکی از مشخصه‌های پلاسما توانایی آن در پوشش دادن پتانسیل یک ذرهٔ باردار یا هر پتانسیل غیر صفر است. این مشخصه مقیاسی از طول (به نام شعاع دبای) ایجاد می‌کند، که درون آن دیگر ذرات پلاسما تحت تأثیر میدان الکتریکی ناشی از این ذرهٔ باردار (یا هر پتانسیلی) قرار دارند.

فرض می‌کنیم، با وارد کردن یک گوی باردار درون پلاسمای غباری، میدان الکتریکی در محیط ایجاد شود. این گوی ذرات با بار مخالف را جذب می‌کند، به طوری‌که ابری از ذرات با بار مخالف آن را احاطه می‌کنند. اگر پلاسما سرد باشد و هیچ آشفتگی گرمایی بین ذرات باردار وجود نداشته باشد، همان مقدار بار که در گوی وجود دارد در ابر وجود خواهد داشت. این یعنی یک پوشش کامل در مقابل پتانسیل گوی وجود دارد، که اجازهٔ نفوذ میدان الکتریکی به داخل پلاسما و خارج از ابر را نخواهد داد. اگر پلاسما دارای دمای محدود باشد، برخی ذرات انرژی حرارتی کافی برای فرار از ابر را خواهند داشت. بنابر این لبهٔ ابر در شعاعی قرار

می‌گیرد که انرژی پتانسیل تقریباً برابر انرژی حرارتی ذرات باشد. این حالت یک پوشش غیر کامل ایجاد می‌کند که اجازهٔ نفوذ پتانسیل به داخل پلاسما را می‌دهد.

برای محاسبهٔ ضخامت تقریبی این ابر باردار (حفاظ)، فرض می‌کنیم پتانسیل $\varphi(r)$ در مرکز ابر $\varphi_0\ (r=0)$ باشد و نسبت جرم غبار به یون به قدری بزرگ باشد که جرم ذرات غبار مانع حرکت آن‌ها شود و ذرات غبار تنها یک زمینهٔ یکنواخت از بارهای منفی ایجاد کنند. الکترون‌ها و یون‌ها دارای تعادل ترمودینامیکی محلی هستند و چگالی آن‌ها به شکل زیر است:

$$n_e = n_{e0}\exp(e\varphi/k_BT_e) \qquad \text{و} \qquad n_i = n_{i0}\exp(-e\varphi/k_BT_i) \tag{۲.۱.۱}$$

که n_{e0} و n_{i0} به ترتیب چگالی‌های الکترون و یون دور از ابر هستند. k_B ثابت بولتزمن است. برای این پلاسمای غباری، معادلهٔ پواسون را به شکل زیر می‌نویسیم:

$$\nabla^2\varphi = 4\pi(en_e - en_i - q_dn_d) \tag{۳.۱.۱}$$

n_d چگالی ذرهٔ غبار است که، با توجه به فرض ساکن بودن ذرات غبار، در داخل و خارج از ابر یکسان است، یعنی $q_dn_d = q_dn_{d0} = en_{e0} - en_{i0}$.

با فرض $e\varphi/k_BT_e, e\varphi/k_BT_i << 1$ (این فرض تنها در نزدیک $r=0$ معتبر نیست که به دلیل افت سریع φ در ضخامت ابر تأثیرگذار نیست) و قرار دادن بسط چگالی الکترونی و یونی (۲.۱.۱) در معادلهٔ (۳.۱.۱) خواهیم داشت:

$$\nabla^2\varphi = \left(\frac{1}{\lambda_{De}^2} + \frac{1}{\lambda_{Di}^2}\right)\varphi \tag{۴.۱.۱}$$

که $\lambda_{De} = (k_BT_e/4\pi n_{e0}e^2)^{1/2}$ و $\lambda_{Di} = (k_BT_i/4\pi n_{i0}e^2)^{1/2}$ به ترتیب شعاع دبای الکترون و یون هستند. با در نظر گرفتن $\varphi = \varphi_0\exp(-r/\lambda_d)$، شعاع دبای پلاسمای غباری را از معادلهٔ (۴.۱.۱) به دست می‌آوریم:

$$\lambda_D = \frac{\lambda_{De}\lambda_{Di}}{\sqrt{\lambda_{De}^2 + \lambda_{Di}^2}} \tag{۵.۱.۱}$$

کمیت λ_D اندازه‌ای از فاصلهٔ حفاظ یا ضخامت غلاف است.

برای پلاسمای غباری با ذرات غبار منفی، که $n_{e0} << n_{i0}$ و $T_e \geq T_i$ است، $\lambda_{De} >> \lambda_{Di}$ است بنابر این $\lambda_D \simeq \lambda_{Di}$ خواهد بود.

– **فرکانس‌های مشخصه** : مشابه پلاسمای معمولی، یک ویژگی مهم پلاسمای غباری پایداری خنثایی بار ماکروسکوپی است. هنگامی که پلاسما از حالت تعادل‌اش خارج می‌شود، میدان داخلی حاصل از جدایی بار فضایی منجر به حرکات جمعی ذرات، که تمایل به بازگرداندن خنثایی اولیه دارند، می‌شود. این حرکات جمعی به وسیلهٔ فرکانس طبیعی نوسانات، که به شکل فرکانس پلاسما ω_p نشان داده می‌شود، بیان می‌شوند. برای یک پلاسمای غباری یکنواخت, سرد و غیرمغناطیده، نوسانات الکترواستاتیک الکترون‌ها، یون‌ها یا ذرات غبار، که ناشی از میدان بار فضایی داخلی هستند، به وسیلهٔ معادلات پیوستگی, تکانه و پواسون توصیف می‌شوند:

$$\frac{\partial n_j}{\partial t} + \nabla.(n_j V_j) = 0 \qquad (۶.۱.۱)$$

$$\frac{\partial V_j}{\partial t} + (V_j.\nabla)V_j = -\frac{q_j}{m_j}\nabla\Phi \qquad (۷.۱.۱)$$

$$\nabla^2\Phi = -4\pi\sum_j q_j n_j \qquad (۸.۱.۱)$$

فرض می‌کنیم دامنهٔ نوسانات به قدری کوچک باشد که بتوان از جملات شامل توان‌های بالاتر دامنه صرف نظر کرد (نظریهٔ خطی معتبر باشد), هم‌چنین در حالت تعادل تمام ذرات پلاسما در سکون هستند و هیچ میدان تعادلی نداریم. با خطی‌سازی معادلات (۸.۱.۱) – (۶.۱.۱) و ترکیب آن‌ها به دست می‌آوریم:

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla^2\Phi + 4\pi\sum_j \frac{n_{j0}q_j^2}{m_j}\nabla^2\Phi = 0 \qquad (۹.۱.۱)$$

با دو بار انتگرال‌گیری در فضای موقعیت و جایگزینی d/dt به جای $\partial/\partial t$، معادلهٔ (۹.۱.۱) را می‌توان به شکل زیر نوشت:

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} + \omega_p^2\Phi = 0 \qquad (۱۰.۱.۱)$$

که $\omega_p^2 = \sum_j \frac{4\pi n_{j0}q_j^2}{m_j} = \sum_j \omega_{pj}^2$ و ω_{pj} فرکانس پلاسمایی مربوط به مؤلفهٔ j پلاسما است. معادلهٔ (۱۰.۱.۱) بیان‌گر این است که پتانسیل بار فضایی داخلی با فرکانس مشخصهٔ ω_p نوسان می‌کند.