

شاهزاده

۱۹۲۷

دانشگاه شهید بهشتی تهران

دانشکده علوم ریاضی

پایان نامه جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد

عنوان پایان نامه

نقش مثال‌ها در یادگیری ریاضی

پژوهشگر

حسین کثیری

استاد راهنما

دکتر امیر حسین اصغری

استاد مشاور

دکتر زهرا گویا

کتابخانه دانشگاه شهید بهشتی تهران
شماره ثبت کتاب

بهار ۱۳۸۸

۱۳۸۸/۱۰/۲۷

۱۲۹۴۶۲



دانشگاه شهید بهشتی

تاریخ
شماره
پیوست

«بسمه تعالی»+

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین «صورتجلسه دفاع از پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

تلفن: ۲۹۹۰۱

باز گشت به مجوز دفاع شماره ۲۰۰/۶۲۶۱ د مورخ ۸۷/۱۰/۲۳ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه: آقای حسین کثیری شماره شناسنامه: ۱۹۸۵ صادره از: دزفول متولد: ۱۳۶۴ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد آموزش ریاضی با عنوان:

نقش مثال ها در آموزش ریاضی

به راهنمایی:

آقای دکتر امیرحسین اصغری

طبق دعوت قبلی در تاریخ ۸۸/۲/۱۳ تشکیل گردید و بر اساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۸۱۵ درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

امضاء	نام دانشگاه	مرتبۀ علمی	
	شهید بهشتی	استادیار	۱- استاد راهنما: آقای دکتر امیرحسین اصغری
	شهید بهشتی	دانشیار	۲- مشاور: خانم دکتر زهرا گویا
	تربیت معلم	استاد	۳- داور: آقای دکتر اسماعیل بابلیان
	شهید بهشتی	استادیار	۴- داور: آقای دکتر احمد شاهورانی
	شهید بهشتی	استادیار	۵- مدیر گروه: آقای دکتر علیرضا سالمکار

تقدیر به:

همه‌ی آنان که رفتند و با خون خود پاسدار این
سرزمین مقدس بودند و همه‌ی آنان که ماندند و با
علم و تلاش خود در اعتلای این کشور سرافراز کوشیدند.

تشکر و تشکر

خداوند متعال را سپاسگزارم که همهی موفقیت‌های من
مرهون الطاف اوست.

از استاد راهنمای این پژوهش استاد علم و اخلاق جناب آقای دکتر
امیرمسین اصغری که رومیه پژوهش و جستجوگری را بی منت و با رفق و
مدارا به من آموخت و بی‌شک نقش بی‌نظیر و ارزنده‌ای در انجام این
پژوهش داشت صمیمانه تشکر می‌کنم.

از استاد مشاور سرکار خانم دکتر زهرا گویا که با حمایت‌های علمی و
خلاق، و با رومیه‌ای دلسوزانه و پیگیر در پیشبرد این پژوهش مرا یاری دادند
تشکر و قدردانی می‌نمایم.

از مادر عزیزم که در این مدت با وجود مشغلت‌های فراوان مرا در انجام
این پژوهش یاری دادند صمیمانه سپاسگزارم.

از فواهرانم که در این مدت رومیه‌ی مرا برای انجام این پژوهش تقویت کردند صمیمانه سپاسگزارم.

از دوستان ارجمندم آقایان مهدی دباغی، حمید سیابی و حسین رضازاده که زحمات زیادی برای من کشیدند سپاسگزارم و از خداوند مَنَّان برای آن‌ها آرزوی سلامتی و موفقیت دارم.

از مسئولین مدرسه‌ی فرهنگیان و مسئولین کانون پرورش فکری کودکان و نوجوانان شهرستان دزفول بخصوص جناب آقای منصفی و سرکار خانم وفایی که این پژوهش در آنجا انجام شد کمال تشکر را دارم.

از جناب آقای سعید کثیری که زحمت تایپ و ویرایش این اثر را متقبّل شدند، نهایت قدردانی را دارم.

چکیده:

مثال‌ها نقش مهمی در آموزش ریاضیات ایفا می‌کنند به همین دلیل در این تحقیق بر آن شدیم تا ارتباط بین مثال‌ها و فهم ریاضیات را مورد پژوهش قرار دهیم. برای پاسخ به این پرسش، ما سؤالات زیر را مد نظر قرار دادیم:

- مثال‌ها از چه طریقی تولید می‌شوند؟
- آیا چک‌کردن و چک‌نکردن مثال‌ها با فهم مطالب در ارتباط است؟
- آیا هنگام تولید مثال و چک‌کردن مثال به یک جنبه از مفهوم توجه می‌شود یا جنبه‌های مختلف آن؟
- آیا توانایی در تولید مثال‌های بیشتر از یک مفهوم با درک بهتر آن مفهوم ارتباط دارد یا خیر؟

در این تحقیق از روش مصاحبه برای جمع‌آوری و تحلیل داده‌ها استفاده کردیم. برای انجام این پژوهش دانش‌آموزان مقاطع سوم، چهارم و پنجم ابتدایی انتخاب شدند که به اقتضای سنشان دانش ریاضی اندکی داشتند. در این تحقیق سعی بر آن شد تا با انجام مصاحبه و تعقیب روش فکری دانش‌آموزان از طریق پرسش‌های متوالی و بررسی چکنویس‌های دانش‌آموزان مثال‌های تولید شده توسط آن‌ها بررسی شود.

فهرست مطالب

صفحه	عنوان
	فصل اول / موضوع پژوهش
۲	۱.۱. مقدمه.....
۲	۲.۱. تبیین مسأله.....
۴	۳.۱. اهمیت و ضرورت پژوهش.....
۵	۱.۳.۱. نقش مثال‌ها در حل مسئله.....
۶	۲.۳.۱. اهمیت مثال‌ها در نظریات یادگیری ریاضی.....
۷	۴.۱. اهداف پژوهش.....
۸	۵.۱. سوال‌های پژوهش.....
۹	۶.۱. محدودیت‌های پژوهش.....
۱۱	۷.۱. سازمان‌دهی فصل‌ها.....

فصل دوم / پیشینه پژوهش

۱۳	۱.۲. مقدمه.....
۱۳	۲.۲. ساختار فصل.....
۱۳	۳.۲. نگرش‌های مختلف نسبت به مثال‌ها.....
۱۵	۴.۲. رده بندی مثال‌ها.....
۱۶	۱.۴.۲. رده بندی مثال با توجه به تولیدکنندگان مثال.....
۱۸	۲.۴.۲. رده بندی مثال‌ها با توجه به ماهیت مثال‌ها.....
۱۹	۵.۲. تولید مثال و چک کردن مثال.....

۶.۲. ارتباط بین تولید مثال و چک کردن مثال ۲۱

فصل سوم/روش تحقیق

۱.۳. مقدمه ۲۴

۲.۳. ساختار فصل ۲۴

۳.۳. انجام مطالعات مقدماتی ۲۴

۴.۳. انجام مصاحبه‌های مقدماتی ۲۵

۱.۴.۳. شرایط مکانی و زمانی ۲۵

۲.۴.۳. تحلیل‌های اولیه از پاسخ سوال‌ها ۲۷

۳.۴.۳. مزایای انجام مصاحبه در این گروه سنی ۲۷

۴.۴.۳. بروز مشکلات در طی انجام مصاحبه ۲۷

۵.۳. تغییر مسیر ۳۰

۱.۵.۳. انتخاب سوال‌های مناسب ۳۰

۲.۵.۳. سوال‌های مصاحبه ۳۱

۳.۵.۳. شرایط برگزاری مصاحبه‌ها ۳۴

۵.۴.۳. فواید انجام مصاحبه در این گروه سنی ۳۵

فصل چهارم/نتایج تحقیق

۱.۴. مقدمه ۳۸

۲.۴. ساختار کلی فصل ۳۹

۳.۴. بحث در چگونگی تولید مثال ۴۰

- ۴۰..... ۱.۳.۴. تولید مثال به شیوهی الف
- ۴۳..... ۲.۳.۴. تولید مثال به شیوهی ب
- ۴۵..... ۳.۳.۴. تولید مثال به شیوهی ج
- ۵۰..... ۴.۳.۴. تولید مثال به شیوهی د
- ۵۷..... ۴.۴. درک مفاهیم ریاضی و تولید مثال
- ۵۹..... ۵.۴. تولید مثال و چک کردن مثال
- ۶۳..... ۶.۴. مفاهیم مرتبط با تولید مثال و چک کردن مثال‌ها

فصل پنجم/جمع‌بندی و نتیجه‌گیری

- ۶۸..... ۱.۵. مقدمه
- ۶۸..... ۲.۵. پرسش اول، بحث و نتیجه‌گیری
- ۶۹..... ۱.۲.۵. روش الف
- ۶۹..... ۲.۲.۵. روش ب
- ۶۹..... ۳.۲.۵. روش ج
- ۷۰..... ۴.۲.۵. روش د
- ۷۱..... ۵.۲.۵. بحثی در روش‌های تولید مثال
- ۷۱..... ۳.۵. پرسش دوم
- ۷۲..... ۴.۵. پرسش سوم، بحث و نتیجه‌گیری
- ۷۳..... ۵.۵. پرسش چهارم
- ۷۴..... ۶.۵. پرسش پنجم، بحث و نتیجه‌گیری
- ۷۴..... ۷.۵. چند توصیه‌ی آموزشی
- ۷۵..... ۸.۵. پرسش‌هایی برای پژوهش‌های آینده

۹.۵. کلام پایانی ۷۵

منابع و مأخذ ۷۷

فصل اول

موضوع تحقیق

۱-۱. مقدمه

درس ریاضی درسی است که از اولین روزهای تحصیلی من تا به امروز همراهم بوده است. سالها در کتب درسی ریاضی خود در ابتدای هر درس جدید، کلمه‌ی مثال را می‌دیدم و آموخته‌بودم که در هر کتاب ریاضی، آنچه اهمیت وافر دارد تعاریف، تمرین‌ها و مسائل هستند، اما هیچ‌گاه توجه نکردم جایگاه "مثال" در کتاب‌ها چیست؟! با توجه به این موضوع، هدفم در این پایان‌نامه این است که تولید مثال‌ها توسط دانش‌آموزان را مورد بررسی قرار دهم تا نقش و جایگاه مثال‌ها در آموزش ریاضیات را بهتر درک کنم.

۱-۲. تبیین مسئله

در این بخش سعی داریم تا بطور مختصر مسائل مختلفی را که می‌توان نسبت به حوزه‌ی مثال‌ها داشت بررسی کرده و رویکردی که خودمان در این پژوهش پیش‌رو قرار دادیم را معرفی کنیم.

مثال چیست؟ یک مثال می‌تواند یک مسئله‌ی بسیار ساده از کاربرد یک الگوریتم، یا یک نمونه‌ی ساده از یک تعریف کلی، یا یک جنبه‌ی خاص از یک مفهوم باشد. فرهنگ معین کلمه‌ی مثال را این چنین تعبیر کرده است:

✓ مانند، شبیه، همانند

✓ کلمه یا عبارتی که برای توضیح مطلبی یا قاعده‌ای آورده شود.

✓ جمله یا عبارتی که طرز استعمال یک لغت یا اصطلاح را نشان دهد.

فصل اول

در زندگی روزمره و در محاورات عادی نیز، هنگامی که می‌گوییم "مثلاً"، به دنبال آن مصداقی برای بیان مطلبی که قبل از آن گفته‌ایم می‌آوریم. با این حال به مثال‌ها می‌توان با دید گسترده‌تری هم نگریست. در مباحث آموزش ریاضی به مثال‌ها توجه خاصی شده‌است. در همین زمینه به تفاوت‌های بین **تولید مثال** و **مثال تولید شده** نیز توجه می‌شود. منظور از مثال تولید شده همان مثال‌هایی هستند که در کتب درسی برای هر مفهوم خاص نگارش می‌شوند و یا مطالبی که به عنوان مثالی برای یک مفهوم خاص توسط معلم در کلاس درس ارائه می‌شوند همگی می‌توانند نمونه‌هایی از مثال‌های تولید شده باشند. اما اخیراً به تولید مثال توسط خود دانش‌آموز نیز توجه شده‌است^۱. این به آن معناست که از دانش‌آموز خواسته شود تا در رابطه با یک مفهوم خاص خودش به تولید مثال بپردازد. بحث تولید مثال توسط دانش‌آموز بسیار حائز اهمیت است چرا که به گفته‌ی میسن^۲ (2005) مثال‌ها در ساخت دانش نقش اساسی ایفا می‌کنند. همچنین مثال‌ها را می‌توان تمرینی برای بازسازی مفهوم مورد بحث توسط شخص تحت آموزش دید. با این دیدگاه مثال‌ها از حالتی منفعلانه و بی‌روح که ممکن است هیچ ارتباطی با مخاطب خود برقرار نسازند؛ به یک مسئله‌ی پر نشاط که مستقیماً زاینده‌ی فکر مخاطب است (اگرچه غلط هم باشند) تبدیل می‌شود. به گفته‌ی هازان^۳ و زازکیس^۴ (p15-21) مسائلی از نوع ساختن مثال‌ها می‌تواند به دانش‌آموزان کمک کند تا ساخت و ساز قوی ذهنی نسبت به اشیاء ریاضی داشته‌باشند.

۱- برای مثال می‌توانید، Watson Anne, Mason John, 2005, *mathematics as a constructive activity*,

Learners generating examples, first edition را ببینید.

- 2- Mason
- 3- Hazan
- 4- Zazkis

فصل اول

با این توضیح اولیه، اکنون بهتر می‌توان مسئله‌ی پژوهش را شرح داد. هدف عمده‌ی من در انجام این تحقیق، شناسایی هرچه بیشتر مثال‌ها و بررسی نقش آن‌ها در یادگیری ریاضی بود، با توجه به گستردگی و وسعت این حوزه، دیدگاه‌ها و رویکردهای متفاوتی در انجام تحقیق می‌توانست شکل بگیرد از جمله:

- بررسی مثال‌ها طبق یک رویکرد آموزشی و تولید یک چارچوب نظری آموزشی با محوریت مثال‌ها
- نگرش به مثال‌ها به مثابه یک ابزار برای ایجاد تصور مفهومی¹ از اشیای ریاضی²
- نگرش به مثال‌ها در رابطه با اثبات ریاضی
- ...

۳-۱ اهمیت و ضرورت پژوهش

مثال‌ها اهمیت ویژه‌ای در پژوهش‌های آموزش ریاضی دارند چرا که به گفته‌ی میسن و واتسون³ مثال‌ها نقشی کلیدی در پیشبرد ریاضیات- هم به عنوان یک دیسپلین و هم در یک رویکرد آموزش ریاضی- ایفا می‌کنند. به گفته‌ی آن‌ها، چنین نقشی صرفاً یک راه کمکی برای آموزش ریاضیات نیست، بلکه مثال‌ها جزو لاینفک و درونی ریاضی هستند.

اسکمپ⁴ نیز در اصولی که برای آموزش ریاضیات در نظر گرفته بر ضرورت هرچه بیشتر مثال‌ها و اهمیت آن‌ها در فرایند یادگیری تأکید ورزیده است. به گفته‌ی وی، مفاهیم جدیدی که برای انسان‌ها مطرح می‌شوند، نمی‌توانند تنها بوسیله‌ی تعاریف منتقل شده و برای اشخاص درونی

1 concept image

2 برای اطلاع بیشتر درباره‌ی تعریف مفهومی و تصور مفهومی می‌توانید به مقاله‌ی Vinner&Tall(1981) مراجعه کنید.

3 Watson

4 Skemp

فصل اوّل

شوند. برای اینکه این مفاهیم به درستی در ذهن افراد جای گرفته و با آنها ارتباط برقرار کنند، شخص باید مجموعه‌ی مناسبی از مثال‌های مربوط به آن مفهوم را در ذهن خویش داشته‌باشد. فرودنتال (۱۹۷۸) نیز بر اهمیت مثال‌ها تأکید ورزیده و معتقد است که مثال‌ها باید به گونه‌ای باشند که ایده‌های کلی مفهوم را روشن سازند.

با این حال در تحقیقات بومی مربوط به کشور ما هنوز به مثال‌ها و نقش بسیار مهم آنها در یادگیری ریاضی چندان توجه نشده‌است. هرچند که بحث نیاز به مثال‌های تولید شده، توسط فرایند تدریس معلمان و همچنین کتاب‌های درسی- با ارائه‌ی مثال‌هایی که معلمان به دانش‌آموزانشان می‌دهند و مثال‌هایی که در کتاب‌های درسی وجود دارد- تا حدودی مرتفع شده‌است، اما در بحث تولید مثال توسط دانش‌آموزان هنوز کاری انجام نشده‌است. حجم ناچیز تمرین‌ها و مطالبی که از دانش‌آموز خواسته می‌شود تا خود به تولید مثال بپردازد، نسبت به سایر مطالب در کتب درسی، کاملاً مشهود است.

۱-۳-۱ نقش مثال‌ها در حل مسئله

مثال‌ها با توجه به خواص ماهوی خود، نقش بسزایی در فرایند حل مسئله دارند. ریاضی‌دانان زیادی از جمله پولیا، هیلبرت و هالموس، به اهمیت مثال‌ها در حوزه‌ی حل مسئله اشاره کرده‌اند. به گفته‌ی کورانت^۱ (۱۹۸۱) هنگامی که یک ریاضی‌دان با یک گزاره‌ی جدید مواجه می‌شود که درستی آن گزاره چندان مسلم نیست، طبیعی‌ترین کار ممکن آن است که با ساختن یک مثال کلیت کار را در این مورد خاص ببیند. همچنین دیویس^۲ و هرش نیز به اهمیت مثال‌ها

1 Curant

2 Davis

فصل اول

و مثال‌های نقض در ریاضیات اشاره کرده‌اند. به گفته‌ی ایشان، هنگامی که فرضیه یا حدسیه‌ای پیش رو داریم، یکی از معمول‌ترین کارها ساختن مثال نقض برای رد حدس و یا آوردن مثالی است که با توجه به آن بتوان کلیات مسئله و اینکه چرا فرضیه‌ی ما می‌تواند درست باشد را استخراج کرد. (۱۹۸۱)

۱-۳-۲ اهمیت مثال‌ها در نظریه‌های یادگیری ریاضی

اهمیت رویارویی با مثال‌ها اکنون به یکی از قسمت‌های ثابت چارچوب‌ها و نظریات یادگیری ریاضی بدل شده و فرایند مجردسازی و یا بسط مفاهیم از روی مثال‌ها در روان‌شناسی بررسی شده است. اینکه چگونه مثال‌ها و نامثال‌ها- منظور مطالبی که مثالی از مفاهیم مورد بحث ما نباشند- در تشخیص مفاهیم مؤثر هستند؛ مورد توجه محققان قرار گرفته است. بسیاری از نظریه‌های اخیر یادگیری ریاضی نیز بر پایه‌ی تأثیر برخورد مثال‌های جدید بر طرحواره‌های ذهنی افراد بنا شده است. همچنین به گفته‌ی تال^۱ و وینر^۲ (۱۹۸۱) مثال‌ها ابزار بسیار مناسبی برای ایجاد تصور مفهومی مناسب از اشیاء ریاضی هستند.

علاوه بر اهمیتی که مثال‌ها در دیسیپلین ریاضی و نیز در مباحث روان‌شناختی و آموزش ریاضیات دارند، بررسی مثال‌ها در نظام آموزشی ایران نیز ضروری به نظر می‌رسد. در حین تحقیق مکرراً با دانش‌آموزانی برخورد کردم که با بسیاری از تکنیک‌ها و رهیافت‌های حل مسئله آشنایی داشتند. این آشنایی و تسلط به معنای آگاهی از آن رهیافت به معنای نام‌گذاری و دانستن

^۱ Tall

^۲ Vinner

فصل اول

مختصات رهیافت نبود، بلکه آن آگاهی مورد نظر من است که بوسیله‌ی آن رهیافت می‌توانستند مسائل مربوطه را حل کنند. نکته‌ی بسیار جالب برای من این بود که بسیاری از این دانش‌آموزان قادر به حل مسائل نسبتاً پیچیده از مفهومی خاص بودند که این توانایی، با استفاده از رهیافت‌ها و تکنیک‌هایی که آموخته بودند برایشان بوجود آمده بود؛ اما هنگامی که از آن‌ها درخواست می‌کردم تا یک مثال از آن مفهوم بیاورند، اکثر آن‌ها یا از انجام این کار عاجز بودند و یا با تردید و تأمل بسیار زیاد این کار را -آن‌هم به سختی- انجام می‌دادند.

بدین سبب به نظرم رسید که از کنار این حوزه نباید با بی‌تفاوتی عبور کرد. مثال‌ها دنیایی بسیار ساده و در عین حال جذاب، شگفت‌انگیز و نیازمند توجه‌اند. علی‌رغم تمام سادگی و بدیهی بودن که در بدو امر نشان می‌دهند، نمی‌توان در حوزه‌ی آموزش ریاضی سخن گفت و اهمیت و ضرورت مثال‌ها را کتمان کرد.

۴-۱ هدف پژوهش

هدف از این پژوهش، شناخت ارتباط تولید مثال‌ها و بررسی مثال‌ها با درک مفهومی ریاضی بود. یافتن تفاوت‌های فردی کسانی که از یک مفهوم مثالی برای خود دارند و افرادی که از آن مفهوم مثالی نمی‌توانند داشته باشند هدف مهم این تحقیق به شمار می‌آید. همچنین در این تحقیق سعی داشتیم تا به ارتباط بین تولید مثال‌ها و چک کردن مثال‌ها نیز پی ببریم.

۵-۱ سؤالاتی پژوهش

در شروع این تحقیق سؤالات زیادی برای من وجود داشت از جمله آنکه:

- ماهیت مثال‌ها چیست؟
- آیا توجه به مثال‌ها همانقدر که برای آموزشگران ریاضی مهم است، برای ریاضی‌دانان نیز اهمیت دارد؟
- آیا داشتن مثال خوب از یک مفهوم به معنای درک آن مفاهیم است؟
- آیا ارتباط علت و معلولی بین تولید مثال و درک مفاهیم ریاضی وجود دارد؟

برخی از این سؤالات ماهیتی فلسفی داشته و پاسخ به آن‌ها به سادگی میسر نیست. در طول انجام تحقیق، سؤالات خود را در زمینه‌ای روشن‌تر و با دید جزئی‌تری مشخص ساختم. هرچند که در طول انجام تحقیق به ضرورت مسائلی که پیش آمد و یا دلایل دیگر این سؤالات نیز از تغییر مصون نماندند، در پایان می‌توانم سؤالات زیر را به عنوان هدایت‌گر سرفصل‌های این پژوهش معرفی کنم:

- ❖ مثال‌ها از چه طریقی تولید می‌شوند؟
- ❖ آیا فهم روابط و درک مفاهیم ریاضی با تولید مثال ارتباط دارد؟
- ❖ آیا در هنگام تولید مثال و بررسی مثال، جنبه‌های متفاوتی از مفاهیم درگیر هستند یا اینکه همان جنبه‌هایی که در تولید مثال استفاده می‌شوند در بررسی مثال نیز به کار می‌روند؟
- ❖ آیا پس از تولید یک مثال خاص از یک مفهوم، بررسی و بررسی‌نکردن آن مثال مربوط به فهم و درک آن مفهوم است یا به مسائل دیگر مربوط می‌شود؟

۶-۱ محدودیت‌های پژوهش

موضوع مثال‌ها چه در ریاضیات و چه در دیسپلین آموزش ریاضی جایگاهی خاص دارد. گستردگی ارتباطات بین مثال‌ها و ریاضیات از یک طرف، و ارتباط وسیع آن با فرایندهای آموزشی از طرف دیگر باعث وسعت هرچه بیشتر این حوزه شده‌است. لذا محققى که مى‌خواهد در این حوزه به پژوهش بپردازد لازم‌است با آن به اندازه‌ی کافی آشنا باشد وگرنه در انتخاب موضوع، رویکرد و مسیر خود، احتمالاً دچار مشکل خواهد شد. انتخاب یک رویکرد مناسب برای این تحقیق، اولین و مهم‌ترین مشکل در ابتدای این پژوهش بود، چرا که انتخاب یک مسیر مناسب در بین مسیرهای متعددی که وجود داشت، کار چندان آسانی نمی‌نمود. وسعت حوزه‌های پژوهشی مربوط به مثال‌ها، انتخاب یک رویکرد را برای پژوهش دشوار می‌ساخت. این مشکل همانطور که قبلاً هم اشاره کردم با مطالعه و مشورت و آشنایی تدریجی‌ام با حوزه‌ی مثال‌ها برطرف شد و توانستم رویکرد دلخواه و مورد علاقه‌ام را در این حوزه بیابم.

یکی دیگر از محدودیت‌های این پژوهش انتخاب افراد شرکت کننده در پژوهش بود، چرا که می‌بایست این افراد تا حد زیادی بازگو کننده‌ی مطالبی می‌بودند که جزء فرایندهای ذهنی آن‌ها به شمار می‌آمد و در بسیاری از موارد شرکت‌کنندگان در پژوهش به این موارد آگاهی نداشتند. در حقیقت بسیاری از افراد (و در این تحقیق تقریباً همه‌ی آن‌ها) هنگام تولید مثال و چک کردن آن، به فرایندی که در ذهنشان می‌گذشت آگاه نبودند و این به دلیل پیچیدگی فرایندی‌است که در ذهن دانش‌آموزان طی می‌شود تا یک مثال بوجود آید. این مشکل را با تعقیب کردن چک‌نویس‌ها و نیز با پرسیدن سؤالاتی در هنگام تحقیق شناسایی و حل کردم. در