

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه شهید باهنر کرمان

دانشکده فنی و مهندسی

بخش مهندسی معدن

پایان نامه تحصیلی برای دریافت درجه‌ی کارشناسی ارشد رشته‌ی مهندسی معدن
گرایش فرآوری مواد معدنی

بررسی آزمایشگاهی تأثیر دانسیته و شکل بار بر توان کشی در
آسیاهای گردان

مؤلف:

رشاد حسامی

استاد راهنما:

دکتر صمد بنیسی

خردادماه ۱۳۹۲



دانشگاه شهید باهنر کرمان

این پایان نامه به عنوان یکی از شرایط درجه کارشناسی ارشد به

بخش مهندسی معدن

دانشکده فنی و مهندسی

دانشگاه شهید باهنر کرمان

تسلیم شده است و هیچگونه مدرکی به عنوان فراغت از تحصیل دوره مزبور شناخته نمی شود.

دانشجو:

استاد راهنما:

استاد مشاور:

داور ۱:

داور ۲:

نماینده تحصیلات تکمیلی دانشکده در جلسه دفاع

معاونت پژوهشی و تکمیلی دانشکده:

حق چاپ محفوظ و مخصوص به دانشگاه شهید باهنر کرمان است.

تقدیم به :

پدر و مادر عزیزم

شما بی که زشتی ها و درشتی هایم را گویی هیچگاه ندیدید و ندانستید،
مهر ورزیدید و باز هم مهر،
همواره تکیه گاهم بودید و پلکانم برای صعود
و اگر نبودید...

تشکر و قدردانی :

از استاد گرانقدرم جناب آقای دکتر بنیسی که مرا در انجام این تحقیق راهنمایی و یاری کردند،
کمال تشکر را دارم.

از مهندس مالکی ، مهندس پارساپور، مهندس حسنخویی و سایر اعضای مرکز تحقیقات کاشی گر
به خاطر راهنمایی های بی شائبه شان صمیمانه سپاسگزارم.

چکیده

توان‌کشی یکی از مهم‌ترین پارامترهای کنترلی آسیا به حساب می‌آید. دانسیته بار در مدل‌های توان‌کشی که مجموع دانسیته گلوله و فضای خالی بین آن‌ها می‌باشد، کمتر مورد توجه قرار گرفته است. دانسیته توده‌ای بار به پارامترهای مختلفی از جمله نوع ماده معدنی، جنس گلوله و نوع آسیا (خودشکن، نیمه خود شکن و گلوله‌ای) بستگی دارد. معمولاً در تخمین توان‌کشی آسیاهای، فضای خالی بین گلوله‌ها حدود ۴۰ درصد در نظر گرفته می‌شود. این فرض برای گلوله‌ها در ابعاد مختلف ثابت در نظر گرفته شده است. در این تحقیق مشخص شد که فضای خالی برای گلوله‌ها و ماده معدنی، تا حد زیادی به اندازه و توزیع ابعادی آن‌ها بستگی دارد. فضای خالی برای گلوله‌ها و ماده معدنی ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ و ۱۲ میلی‌متر در دو حالت تک‌اندازه و استفاده از زنجیره ابعادی اندازه‌گیری شد. این مقدار در حالت تک اندازه، برای گلوله‌ها از ۳۹ درصد برای گلوله‌های ۱۲ میلی‌متری به $\frac{37}{8}$ درصد در گلوله‌های ۸ میلی‌متری و برای ماده معدنی از $\frac{38}{1}$ درصد برای ذرات ۱۲ میلی‌متری به $\frac{37}{1}$ درصد در ذرات ۸ میلی‌متری کاهش یافت. فضای خالی برای زنجیره گلوله باند با بزرگترین اندازه گلوله $\frac{11}{4}$ و $\frac{7}{6}$ میلی‌متر به ترتیب $\frac{36}{2}$ و $\frac{35}{2}$ درصد اندازه گیری شد. همچنین فضای خالی اندازه‌گیری شده برای زنجیره ماده معدنی با بزرگترین اندازه ذره $\frac{11}{4}$ میلی‌متر برابر با $\frac{34}{5}$ درصد اندازه‌گیری شد. در مورد استفاده از زنجیره، اولاً مشخص گردید که فضای خالی به طور متوسط از حالت گلوله‌ها یا ماده معدنی تک اندازه کمتر است، ثانیاً با کوچک‌تر شدن اندازه بزرگترین گلوله، فضای خالی کاهش یافت. به منظور بررسی تغییرات دانسیته بار بر توان‌کشی در آسیاهای صنعتی، زنجیره گلوله آسیای گلوله‌ای مجتمع مس سرچشمۀ در ابتدای راه اندازی و در حین کار با کوچک مقیاس کردن گلوله‌ها تشکیل گردید. مقدار فضای خالی به ترتیب $\frac{36}{1}$ و $\frac{33}{5}$ درصد به دست آمد. تفاوت توان محاسباتی به ازای این مقادیر فضای خالی، برابر ۱۶۴ کیلووات به دست آمد که معادل کاهش ۱۵ تن گلوله اضافه شونده به آسیا است. با تعیین و مشاهده تغییرات مکان مرکز جرم بار داخل آسیا مشخص شد که مکان هندسی این مراکز روندی مشابه با تغییرات توان‌کشی دارند.

کلمات کلیدی: توان‌کشی، دانسیته بار، فضای خالی، شکل بار، مرکز جرم بار

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

۱۲.....	۱-۱- مقدمه
۱۲.....	۱-۲- روند توسعه مدل‌های توان کشی
۱۳.....	۱-۳- بررسی مهم‌ترین مدل‌های توان کشی ارایه شده
۲۱.....	۱-۴- بررسی روابط پیش‌بینی کننده‌ی فضای خالی بین ذرات
۲۵.....	۱-۵- ضرورت انجام تحقیق

فصل دوم: روش تحقیق

۲۷.....	۲-۱- تأثیر دانسیته بار برابر توان کشی
۲۷.....	۲-۱-۱- تعیین فضای خالی بین ذرات
۲۸.....	۲-۱-۱-۲- ذرات در اندازه‌های یکسان
۲۸.....	۲-۱-۱-۲-۲- ذرات در حالت استفاده از زنجیره ابعادی
۲۹....	۲-۱-۱-۳- تعیین فضای خالی بین گلوله‌ها در آسیای گلوله‌ای مجتمع مس سرچشمه
۳۰.....	۲-۱-۲- روش کار
۳۰.....	۲-۲- تأثیر شکل بار برابر روی توان کشی
۳۲.....	۲-۲-۱- نحوه انجام آزمایش‌ها

فصل سوم: ارایه یافته‌ها و تحلیل نتایج

۳۴.....	۳-۱- فضای خالی به دست آمده برای ذرات با شکل یکنواخت
۳۴.....	۳-۱-۱- گلوله‌ها در حالت تک اندازه
۳۵.....	۳-۱-۲- گلوله‌ها در حالت استفاده از زنجیره ابعادی
۳۵.....	۳-۲- فضای خالی به دست آمده برای ذرات با شکل غیریکنواخت
۳۵.....	۳-۲-۱- ماده معدنی در حالت تک اندازه

۳۶.....	۲-۲-۳ - ماده معدنی در حالت استفاده از زنجیره ابعادی
۳۶.....	۳-۳ - فضای خالی به دست آمده برای گلوله‌های آسیای گلوله‌ای مس سرچشمه
۳۷.....	۴-۳ - تأثیر دانسته توده‌ی بار در توان کشی آسیا.....
۳۸.....	۵-۳ - تأثیر شکل بار بر توان کشی در آسیاهای گردان

فصل چهارم: نتیجه گیری

۴۲.....	۱-۴ نتیجه گیری
۴۳.....	فهرست منابع

فهرست اشکال

شکل ۱-۱ : شکل و مسیر حرکت ساده شده بار، مورد استفاده در مدل Hogg و Fuerstenau	۱۳
شکل ۲-۱ : الگوی کلی از تقسیم‌بندی بار توسط Liddell	۱۵
شکل ۳-۱ : تقسیم بار داخل آسیا به دو بخش آبشاری بزرگ و آبشاری کوچک	۱۵
شکل ۴-۱ : تقسیم بار داخل آسیا به دو بخش سانتریفیوژ شده و سانتریفیوژ نشده	۱۶
شکل ۵-۱ : نحوه مدل‌سازی فنر-ضربه‌گیر (میراکننده) در محل برخورد دو ذره	۱۷
شکل ۶-۱ : شکل ساده شده بار داخل آسیا	۱۸
شکل ۷-۱ : وابستگی بین کمینه فضای خالی با نسبت اندازه دو جزء سازنده	۲۳
شکل ۸-۱ : عدم تطابق توان واقعی و توان به دست آمده از مدل	۲۵
شکل ۱-۲ : گلوله‌های مورد استفاده در آزمایش‌ها	۲۷
شکل ۲-۲ : ماده معدنی مورد استفاده در آزمایش‌ها	۲۸
شکل ۳-۲ : سرنده طراحی شده برای انجام آزمایش	۲۸
شکل ۴-۲: نمونه مدل تهیه شده از آستر نو مجتمع مس سرچشمہ (الف) و نمونه مدل تهیه شده از آستر نو مجتمع سنگ آهن گل گهر(ب)	۳۱
شکل ۵-۲: آسیای مدل مورد استفاده در تحقیق	۳۱
شکل ۱-۳ : تغییرات فضای خالی به دست آمده نسبت به قطر گلوله‌ها	۳۴
شکل ۲-۳ : تغییرات فضای خالی نسبت به اندازه ذرات	۳۶
شکل ۳-۲: نمودارهای توان کشی آسیای آزمایشگاهی بر حسب سرعت دوران با استفاده از (الف) آسترها مجتمع سنگ آهن گل گهر و (ب) مجتمع مس سرچشمہ و در پرشدگی های ۵، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ درصد	۳۸
شکل ۳-۳: نمایی از آسیای آزمایشگاهی با استفاده از آسترها مجتمع سنگ آهن گل گهر در پرشدگی ۲۰ درصد و سرعت های مختلف (الف) ۴۰، (ب) ۵۵، (ج) ۷۰، (د) ۸۵، (ه) ۱۰۰ و (و) ۱۱۵ درصد سرعت بحرانی	۳۹
شکل ۴-۳ : مکان هندسی مراکز جرم بار داخل آسیا با کوچک مقیاس کردن در سرعت های مختلف	۴۰

فهرست جداول

جدول ۱-۱ : محاسبات انجام شده برای به دست آوردن سهم هر جزء	۲۲.....
جدول ۱-۲ : ترکیب گلوله های داخل آسیا در لحظه شروع کار آسیا، درصد وزنی	۲۹.....
جدول ۲-۲ : توزیع اولیه دانه بندی گلوله های آسیایی گلوله های	۲۹.....
جدول ۳-۲ : نتایج حاصل از دسته بندی، شمارش و اندازه گیری وزن همه گلوله ها	۳۰.....
جدول ۴-۲ : خصوصیات ۲ آستر صنعتی مورد استفاده	۳۱.....
جدول ۱-۳ : مقادیر به دست آمده برای فضای خالی بین گلوله ها	۳۴.....
جدول ۲-۳ : فضای خالی به دست آمده برای گلوله ها در حالت استفاده از زنجیره ابعادی	۳۵.....
جدول ۳-۳ : مقادیر به دست آمده برای فضای خالی بین ذرات ماده معدنی	۳۵.....
جدول ۴-۳ : فضای خالی به دست آمده برای ذرات ماده معدنی در حالت استفاده از زنجیره ابعادی	۳۶.....
جدول ۵-۳ : مقدار فضای خالی در ابتدای راه اندازی آسیا	۳۷.....
جدول ۷-۳ : مشخصات آسیایی گلوله های مس سرچشمه	۳۷.....

فصل اول:

مقدمه

ارایه‌ی روابطی که بتواند تخمین صحیحی از میزان انرژی مورد نیاز برای آسیاکنی را به دست دهد، همواره مورد توجه طراحان، سازندگان و کارکنان کارخانه‌ها بوده است. به همین دلیل روابط مختلفی توسط محققان ارائه شده است. به علاوه، بیشتر سازندگان دارای روابط مخصوص به خود برای محاسبه توان مورد نیاز هستند. روابط مورد استفاده توسط طراحان که ساده‌تر هستند، معمولاً حداکثر توان را با توجه به میزان پرشدگی و سرعت دوران آسیا محاسبه می‌کنند. از سوی دیگر روابط ارایه شده توسط محققان، که پیچیده‌تر است، شامل اندازه‌گیری مقدار متغیرهایی است که دسترسی به مقدار صحیح آن‌ها بسیار مشکل و یا اساساً با توجه به شرایط عملیاتی، غیرممکن است. لذا تلاش‌های انجام شده در سال‌های اخیر، در راستای ارایه مدل‌هایی بوده است که علاوه بر سادگی، بتواند به طور صحیحی توان مصرفی در آسیاهای را پیش‌بینی کند.

۱-۲-۱ روند توسعه مدل‌های توان کشی

اولین تلاش‌ها برای پیش‌بینی توان کشی در آسیاهای گردان در سال ۱۹۱۹ میلادی صورت گرفته است. متأسفانه اغلب مدل‌های ارایه شده فاقد اطلاعات مربوط به کاربرد عملی در مقیاس صنعتی می‌باشند و تنها نتایج بررسی‌های آزمایشگاهی ارایه شده است. حتی در مورد رابطه Bond [۱] و [۲] نیز که گفته شده است بر پایه اطلاعات آسیای گلوله‌ای صنعتی بوده است، هیچ کدام از اطلاعات صنعتی که از آن روابط به دست آمده، منتشر نشده است.

از روابطی که برای محاسبه توان کشی در آسیاهای خودشکن و نیمه‌خودشکن ارائه شده است می‌توان به رابطه Austin اشاره کرد که فقط برای این نوع آسیاهای کاربرد دارد [۳] و رابطه Harris و همکارانش [۴] و رابطه Morrell [۵] که به طور کلی توان مصرفی را برای آسیاهای گلوله‌ای، خودشکن و نیمه‌خودشکن محاسبه می‌کنند. بنا بر بررسی انجام شده توسط Austin، سایر روابط ارایه شده برای پیش‌بینی توان برای استفاده در آسیاهای خودشکن و نیمه‌خودشکن مناسب نیستند.

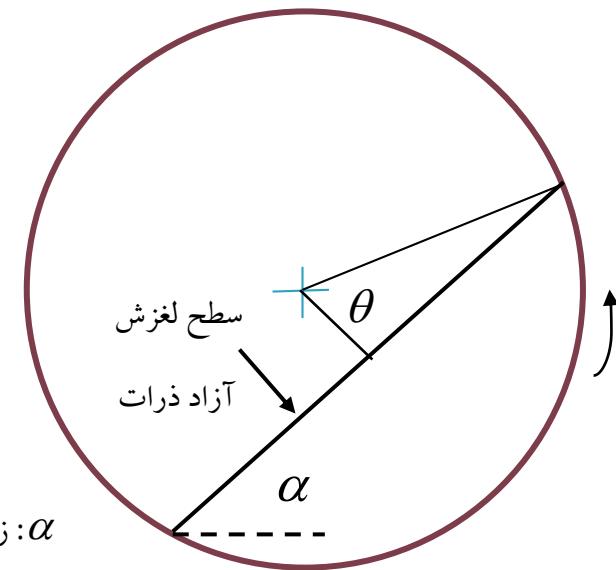
برای محاسبه توان کشی از سه رویکرد گشتاور، موازنه انرژی و نیروی اصطکاک استفاده شده است و بر همین اساس، روابط زیادی برای محاسبه توان کشی ارایه گردیده است. بررسی کلی روابط ارایه شده نشان می‌دهد که اغلب این روابط دارای شکل مشابهی می‌باشند و یا از یک شکل مشابه مشتق شده‌اند. تنها رویکردی که با سایر روش‌ها تفاوت کلی دارد، روش عناصر گستته

است که توسط Mishra و Rajamani (Discrete Element Method, DEM) گرفته شده است [۶].

۱-۳-۱- بررسی مهم‌ترین مدل‌های توان کشی ارایه شده

Davis اولین نفری است که سعی کرده است تا نحوه حرکت بار داخل آسیا را به توان کشی ارتباط دهد. اما مشخص نیست که وی به طور مستقل روابط مربوط به مسیر حرکت بار را ارایه کرده است و یا این که از کار مشابهی که در سال ۱۹۰۵ توسط White انجام شده استفاده کرده است [۷]. در روابط ارایه شده توسط Davis، این طور فرض شده است که ذرات به صورت قفل شده در یک مسیر دایره‌ای حرکت می‌کنند تا به نقطه‌ای برسند که نیروی گریز از مرکز و ثقل باهم به تعادل برسند. در این نقطه، ذرات در یک مسیر سهمی شکل شروع به سقوط آزاد می‌کنند تا زمانی که به پوسته آسیا بخورد کنند. در این بررسی نیروهای اصطکاک، لغزش لایه‌های داخلی بار نسبت به هم و برهمنش ذرات با همدیگر در نظر گرفته نشده است [۸].

در مدل ارایه شده توسط Hogg و Fuerstenau، بار در داخل آسیا به صورتی که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است، در نظر گرفته شد.



شکل ۱-۱: شکل و مسیر حرکت ساده شده بار، مورد استفاده در مدل Hogg و Fuerstenau [۹]

سپس میزان انرژی پتانسیل جذب شده توسط ذرات در حین بالا رفتن در داخل آسیا محاسبه شده و مقدار آن را به طور مستقیم به توان کشی توسط آسیا ارتباط داده شد. در این مدل فرض شده است که ذرات وقتی به بالاترین نقطه از مسیر حرکت خود می‌رسند، بر روی سطح شیبدار بار

می‌غلتند و به پایین ترین نقطه بار می‌روند. هم چنین در این مدل، ضمن این که انرژی جنبشی بار در نظر گرفته نشده است، فرض شده است که کل بار به صورت قفل شده با یکدیگر می‌باشد و هیچ بخشی از بار در مسیر آبشاری بزرگ نیست [۹].

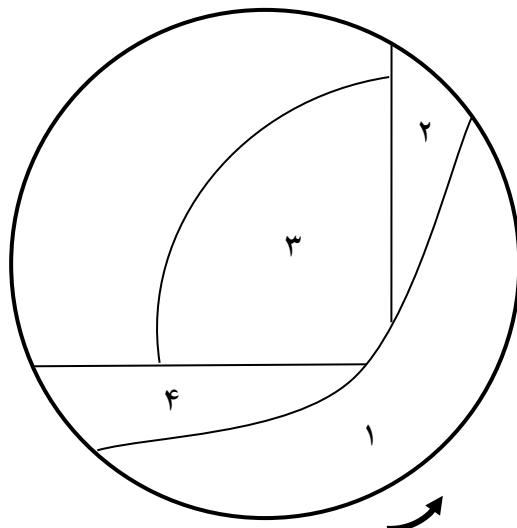
تحقیق انجام شده توسط Liddell اولین بررسی جامع در مورد تأثیر سرعت آسیا، پرشدگی و ویسکووزیته پالپ بر شکل بار و ارتباط آن با توان کشی به شمار می‌رود. او با استفاده از یک روش تصویربرداری سریع از آسیایی که دارای یک انتهای شفاف بود، حرکت مخلوط گلوله‌ها و انواع مختلفی از سیال شامل آب، شن و آب و شن و آب و گلیسیرین را مشاهده کرد. بر این اساس، وی بار داخل آسیا را به چهار ناحیه کلی مطابق شکل ۲-۱ تقسیم کرد. مرزهای نشان داده شده در شکل ۲-۱ به صورت ریاضی و بر اساس برآذش بر داده‌های حاصل از آزمایش در محدوده وسیعی از مقادیر سرعت، پرشدگی و ویسکووزیته پالپ توصیف شد [۱۰]. خصوصیات چهار ناحیه مشخص شده توسط Liddell به شرح زیر می‌باشد:

ناحیه ۱ - گلوله‌ها در یک مسیر دایره‌ای به سمت بالا حرکت می‌کنند.

ناحیه ۲ - گلوله‌ها به سمت بالا حرکت می‌کنند ولی نه در یک مسیر دایره‌ای و دارای حرکت نسبی نسبت به هم و پوسته آسیا هستند.

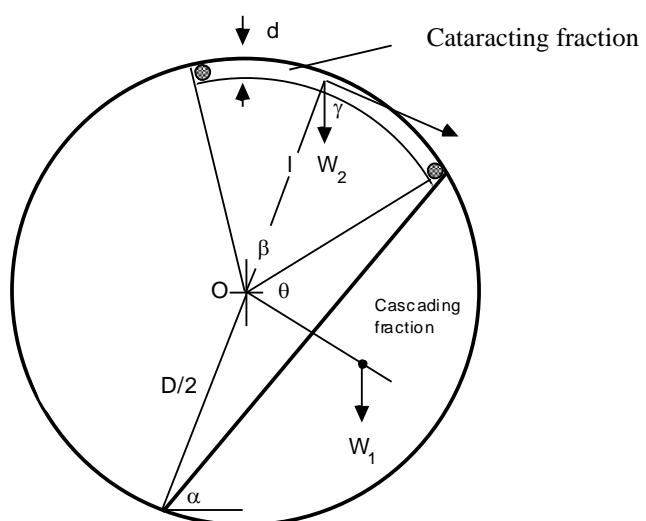
ناحیه ۳ - گلوله‌ها در هر دو مسیر سهمی شکل و همچنین غلطش روی سطح ناحیه‌های ۱ و ۲ به سمت پایین سقوط می‌کنند.

ناحیه ۴ - گلوله‌ها دارای حرکات اتفاقی و نامنظم در پاشنه بار هستند.



شکل ۲-۱: الگوی کلی از تقسیم‌بندی بار توسط [۱۰] Liddell

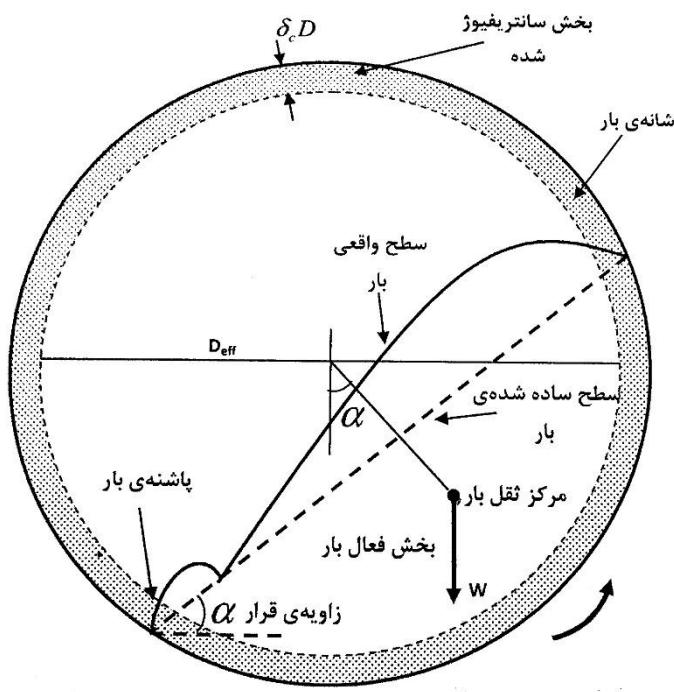
اگر چه می‌توان Liddell (۱۹۸۶) را اولین کسی دانست که ویسکوزیته پالپ را در مدل توان کشی آسیا دخالت داد، اما او این کار را به صورت ضمنی و از طریق تابع سرعت انجام داد. Fuerstenau و همکاران (۱۹۹۰)، نیز ویسکوزیته پالپ را به صورت ضمنی و از طریق تقسیم بار به دو بخش آبشاری بزرگ (Cataracting) و بخش آبشاری کوچک (Cascading)، در مدل توان کشی دخالت دادند. به نظر آن‌ها، بخش آبشاری بزرگ به مقدار زیادی تحت تأثیر ویسکوزیته پالپ بود و بخش آبشاری کوچک اصلاً تحت تأثیر ویسکوزیته پالپ نبود. در شکل ۳-۱ نحوهی تقسیم بار به دو بخش آبشاری بزرگ و آبشاری کوچک که توسط Fuerstenau و همکارانش انجام شده، نشان داده شده است [۱۱].



شکل ۳-۱: تقسیم بار داخل آسیا به دو بخش آبشاری بزرگ و آبشاری کوچک [۱۱]

Moys نیز همانند Fuerstenau و همکارانش در کار خود به اثر ویسکوزیته بر توان کشی توجه کرد. او همچنین اثر طرح آستر و سرعت آسیا بر توان کشی را مورد بررسی قرار داد. مدل ارایه شده توسط وی از نظر تقسیم بار تا حدودی شبیه به مدل Fuerstenau و همکارانش بود. او بار داخل آسیا را به دو بخش سانتریفیوژ شده و سانتریفیوژ نشده تقسیم کرد (شکل ۴-۱). Moys فرض کرد که بار در بخش سانتریفیوژ شده هیچ نقشی در توان کشی ندارد و برای محاسبه توان کشی در بخش سانتریفیوژ نشده از رابطه‌ی ارایه شده توسط باند بدون در نظر گرفتن عامل تصحیح سرعت استفاده کرد [۱۲].

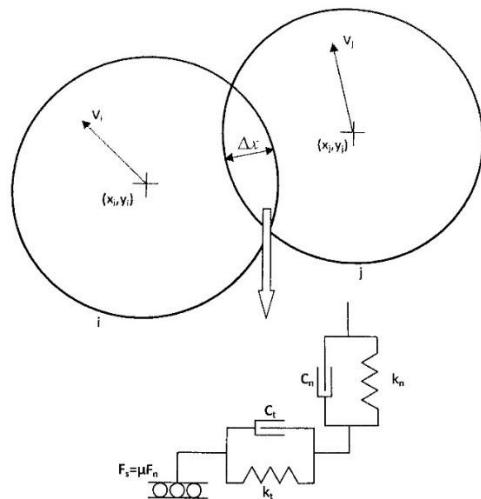
Moys برای در نظر گرفتن تأثیر طرح آستر، سرعت آسیا و ویسکوزیته بر توان کشی، ضخامت لایه‌ی سانتریفیوژ را به این عوامل ارتباط داد. به این ترتیب با یک روش ساده اثر تغییرات سرعت، طرح آستر و ویسکوزیته‌ی پالپ را بر توان کشی مدل کرد. در مدل وی هر عاملی ضخامت لایه سانتریفیوژ شده را افزایش می‌داد، موجب کاهش توان کشی می‌گردید.



شکل ۴-۱: تقسیم بار داخل آسیا به دو بخش سانتریفیوژ شده و سانتریفیوژ نشده [۱۲]

توسعه قدرت محاسباتی در رایانه‌ها، محققین را به سمت مدل‌سازی پدیده‌های فیزیکی هدایت کرد. مدل‌سازی عددی با روش المان گسسته یا راگ (Discrete Element Method, DEM) در ابتدا توسط Cundall و Strack (۱۹۷۹) در زمینه‌ی مکانیک خاک به کار گرفته شد.

در مدل‌سازی جریان ذرات به روش راگ (DEM)، برهم‌کنش ذرات در برخورد با یکدیگر و با محیط اطراف دنبال شده و با استفاده از یک قانون مناسب برای نیروهای ناشی از برخورد مدل می‌شود. سپس معادله‌های حرکت برای ذرات و هر یک از اشیاء در محدوده‌ی مرز ذرات در بازه‌های زمانی کوتاه حل می‌شود. در این روش شبیه‌سازی اجازه داده می‌شود تا ذرات هم پوشانی داشته باشند. مقدار هم پوشانی Δx و سرعت‌های نسبی عمودی V_n و مماسی V_t (در نقطه برخورد) نیروها را در هنگام برخورد مشخص می‌کنند. روش معمول برای تعیین نیروها در محل برخورد، مدل فنر- ضربه‌گیر (میراکننده) خطی است (شکل ۱-۵).



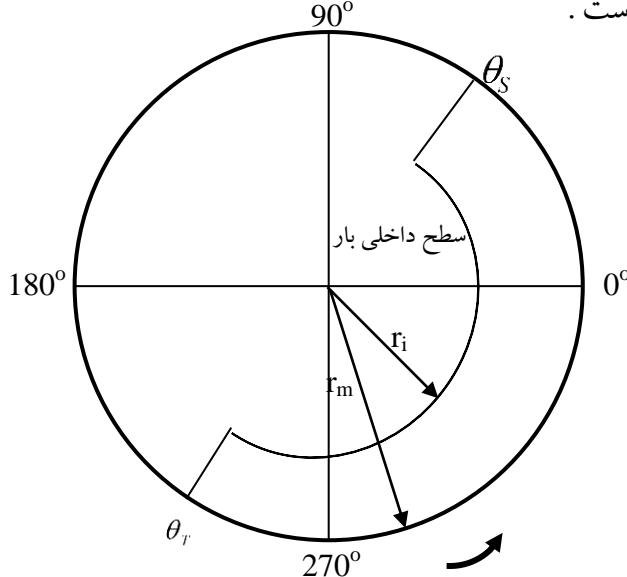
شکل ۱-۵: نحوه مدل‌سازی فنر- ضربه‌گیر (میراکننده) در محل برخورد دو ذره [۶]

در تمام مدل‌های توان کشی ارایه شده در داخل آسیا به جز مدل Mishra و Rajamani فرض شده است که بار به صورت قفل شده در هم حرکت می‌کند (هیچ گونه حرکت نسبی در لایه‌های داخل بار ندارد) و شکل بار به صورت ساده فرض شده است.

Morrell (۱۹۹۳) در بررسی مدل‌های ذکر شده نتیجه گرفت که این مدل‌ها به دلیل همین فرض‌های ساده کننده، توانایی پیش‌بینی صحیح توان کشی در همه‌ی شرایط معمول در عملیات را ندارند. Morrell با استفاده از روش تصویربرداری از بار در داخل یک آسیای آزمایشگاهی که صفحه‌ی جلوی آن شفاف بود، در شرایط عملیاتی مختلف شامل سرعت، میزان پرش‌دگی و طرح آستر، روابطی را برای موقعیت شانه و پاشنه بار به صورت تابعی از میزان پرش‌دگی و سرعت دوران آسیا ارایه کرد. او آزمایش‌های خود را در یک آسیای آزمایشگاهی با قطر ۳۰ سانتی‌متر و طول ۱۵ سانتی‌متر در محدوده‌ی سرعت‌های ۷۳ تا ۱۱۲ درصد سرعت بحرانی با سه پرش‌دگی ۱۵، ۳۰ و

۴۵ درصد و با استفاده از سه طرح آستر مختلف مایل (Bevelled)، دو موجی (Double Wave) و لبه کشته (Noranda) انجام داد. Morrell با عکس برداری از بار داخل آسیا و تعیین موقعیت شانه و پاشنه بار در شرایط عملیاتی مختلف، توصیف نسبتاً دقیقی از شکل بار در داخل آسیا ارایه کرد. شکل کلی بار که توسط Morrell در روابط مربوط به پیش‌بینی توان کشی استفاده شده، در شکل

۱-۶ نشان داده شده است.



شکل ۱-۶: شکل ساده شده بار داخل آسیا [۵]

برای تعیین موقعیت شانه و پاشنه بار در داخل آسیا، Morrell فرض کرد که تأثیر طرح آستر بر محل شانه و پاشنه بار ناچیز است و تنها میزان پرشدگی کلی و سرعت دوران آسیا را به عنوان عامل مؤثر در نظر گرفت.

رابطه نهایی برای پیش‌بینی توان در آسیاهای صنعتی که در توسط Morrell ارایه شد، به صورت رابطه ۱-۱ بود:

$$P_{Gross} = P_{No-Load} + K \cdot (P_{Net} + P_C) \quad (1-1)$$

که در آن:

توان کلی: P_{Gross}

$P_{No-Load}$: توان لازم برای چرخاندن آسیای خالی

K : ضریب تصحیح برای اتفاقات انرژی (۱/۲۱۵)

P_{Net} : توان خالص برای گردان بار داخل آسیا

P_c : توان خالص برای گرداندن بار در دو انتهای مخروطی آسیا

توان برای دوران آسیای خالی نیز با استفاده از روش نیمه تحلیلی و با برازش بر داده‌های صنعتی به صورت رابطه‌ی ۲-۱ به دست آمد:

$$P_{No-Load} = 2.62(D^{2.5}LC_s)^{0.804} \quad (2-1)$$

در این رابطه :

D : قطر آسیا (متر)

L : طول مؤثر آسیا (متر)

C_s : کسری از سرعت بحرانی آسیا

توان خالص برای بخش استوانه‌ای آسیا از رابطه ۳-۱ به دست می‌آید:

$$P_{net} = \frac{\pi g L N_m r_m}{3(r_m - z r_i)} \left\{ 2r_m^3 - 3zr_m^2 r_i + r_i^3 (3z - 2) \right\} [\rho_c (\sin \theta_s - \sin \theta_T)] \quad (3-1)$$

که در آن:

L : طول مؤثر آسیا (متر)

ρ_c : دانسیته بار (تن بر مترمکعب)

N_m : سرعت دوران آسیا در دیواره (دور بر ثانیه)

r_m : شعاع داخلی آسیا (متر)

r_i : شعاع داخلی بار (متر)

θ_s : زاویه شانه بار (رادیان)

θ_T : زاویه پاشنه بار (رادیان)

z : تابعی از پرشدگی آسیا

توان خالص برای بخش‌های مخروطی شکل در دو انتهای آسیا به صورت رابطه‌ی ۴-۱ به دست آمد:

$$P_C = \frac{\pi g L_d^N m}{3(r_m - r_t)} \left[r_m^4 - 4r_m r_i^3 + 3r_i^4 \right] \left[\rho_C (\sin \theta_s - \sin \theta_T) + \rho_P (\sin \theta_T - \sin \theta_{TO}) \right] \\ + \frac{2\pi^3 N_m^3 L_d \rho_c}{5(r_m - r_t)} (r_m^5 - 5r_m r_i^4 + 4r_i^5) \quad (4-1)$$

در این رابطه:

L_d : طول بخش مخروطی آسیا (متر)

r_t : شعاع داخلی ترانیون (متر)

ρ_p : دانسیته پالپ (تن بر مترمکعب)

θ_{TO} : زاویه پاشنی پالپ (رادیان)

رابطه‌ای که Bond برای تخمین توان کشی در آسیاهای گلوله‌ای ارایه کرد، امروزه نیز از آن برای محاسبه توان و انتخاب آسیاهای گلوله‌ای استفاده می‌شود و از روابط مهم در تخمین توان کشی به شمار می‌رود. در این مدل، پرشدگی، سرعت آسیا، طول و قطر داخلی آسیا مؤثر هستند. (رابطه ۵-۱).

$$kWb = \left(4.879 D^{0.3} (3.2 - 3J) \varphi \left(1 - \frac{0.1}{2^{(9-10\varphi)}} \right) + S_s \right) \quad (5-1)$$

که در آن:

kWb : کیلووات به ازای هر تن گلوله

D : قطر داخلی با آستر (متر)

J : کسری از حجم آسیا که با گلوله پر شده

φ : سرعت آسیا بر حسب کسر سرعت بحرانی

S_s : ضریب اندازه گلوله

برای آسیاهایی با قطر بزرگ‌تر از $3/3$ متر، بر اساس اندازه بزرگ‌ترین گلوله مصرفی، ضریبی به صورت زیر وارد می‌شود (رابطه ۶-۱):

$$S_s = 1.102 \left(\frac{B-12.5D}{50.8} \right) \quad (6-1)$$