

الله اعلم  
بما كنا  
نعمل

دانشگاه یزد

دانشکده فیزیک

پایان نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

فیزیک حالت جامد

**مقایسه یک دستگاه بوزونی چگالیده BCS ای با یک  
دستگاه فرمیونی چگالیده**

استاد راهنما

دکتر محمد اعتصامی

استاد مشاور

دکتر محمد کاظم توسلی

پژوهش و نگارش

آتوسا خوش خواهد

اسفند ۱۳۹۰

تقدیم به

سبزترین بهانه های زندگیم، اسوه های مهربانی و شکیبایی که حاصل  
دستان خسته شان رمز موفقیتم شد

به دل دریایی پدرم

یگانه مرد غرور آفرین زندگیم که زیباترین نقش نگارستان خاطره ام  
سیمای اوست

به چشمان پر محبت مادرم

که سجده ی ایثارش گل محبت را در وجودم پروراند و دامان گهربارش  
لحظه های مهربانی را به من آموخت

به وجود سرشار از امید و آرامش برادرم

که در سایه یاریش شادمانه زیستن را تجربه کردم

و نیز ستاره قلبم، خواهرم

به پاس زحمات جبران ناپذیرش

و به شما که وسعت نگاهتان تمامی خورشید را با خود همراه دارد

من که باشم که کنم شکر سپاس و کرم

تا ابد باد سرم خاک ره آن قدمت

سپاس بیکران پروردگار یکتا را که هستی مان بخشید و به طریق علم و دانش رهنمونمان شد و به همنشینی رهروان علم و دانش مفتخرمان نمود و خوشه چینی از علم و معرفت را روزیمان ساخت، او که آثار قلم لطفش در سطر سطر این اوراق نمایان است.

اکنون که به یاری و الطاف ایزد منان، گامی اندک در راه تحصیل دانش و معرفت برداشته شد و این پایان نامه به اتمام آمد، شایسته و لازم می‌دانم از استادان و الامقام که از حضورشان هم ادب نفس آموختم، هم ادب درس و نکته های دلاویز و گفته های بلند، صحیفه های سخن را علم پرور نمود صمیمانه تشکر و قدردانی کنم. به ویژه استاد فرزانه دکتر محمد اغتصامی که با راهنمایی ها و دستگیری های عالمانه شان گامهای بزرگی در به ثمر رسیدن این پایان نامه برداشتند و به آن ارج و مقدار بخشیدند. استاد ارجمند دکتر محمد کاظم توسلی که زحمت مشاوره این رساله را بر عهده گرفتند و موجب غنای محتوا و استواری این پژوهش گردیدند. از استاد گرانقدر جناب دکتر محسن حاتمی که در تمامی این دوران از چشمه علمشان بهره فراوان بردم و رهنمون های ایشان گره گشای دشواریها و مشوق اینجانب بود سپاسگزاری می نمایم.

قدر مسلم اینکه این پایان نامه از خامی ها خالی نیست و نگارنده بدون کوچکترین ادعا و با اعتراف به بضاعت علمی اندک، به پژوهش در این راستا مبادرت ورزیده است.

«این تمام آن چیزی بود که می توانستیم، نه تمام چیزی که می خواستیم»

## چکیده

چگالش در دستگاه‌های فرمیونی و بوزونی متعددی مشاهده و بررسی شده است. ابررسانایی به اشکال گوناگون در عناصر و ترکیبات مختلف و فازهای ابرشاره مختلف هلیوم ۳ از یک طرف و چگالش بوز- اینشتین در گازهای اتمی رقیق فوق سرد، هلیوم ۴، فوتون‌ها در مشدد فابری- پرو و میکروکاواک اپتیکی حاوی رنگینه از طرف دیگر، همچنین چگالش BCS تابش گرمایی در بلور غیرخطی کر و گذر BCS-BEC با سازوکارهای مختلف در چند دستگاه از جمله محورهای مهم پژوهشی در این زمینه می‌باشد. مروری بر کارهای مذکور این ایده را تقویت می‌کند که یک اثر کوانتومی ماکروسکوپی است، پدیده‌ای بنیادی و نسبتاً عام در دستگاه‌های فیزیکی است. هدف این پایان‌نامه مقایسه هدفمند چگالش در چند دستگاه است. این مقایسه‌ها می‌توانند بسیار جالب و مفید باشند. ابررسانایی و ابرشارگی که خود دو بخش وسیع‌تر و باسابقه‌تر هستند و کارهای انجام شده در آن‌ها به منزله سرمایه‌ای برای پرداختن به سایر دستگاه‌های چگالیده محسوب می‌شوند، مسایل و موضوع‌هایی را ایجاد کرده‌اند که پرداختن به چگالش در سایر دستگاه‌ها را جذاب‌تر می‌نماید. به عبارت دیگر، مقایسه جنبه‌های مختلف چگالش و موضوع‌ها و مسائل مختلفی که در دستگاه‌های مذکور مطرح است ما را به شناخت ارتباط این جنبه‌ها و پیدا کردن سرخ‌هایی برای بعضی سوال‌ها راهنمایی می‌کند.

## واژه‌های کلیدی:

دستگاه بوزونی، دستگاه فرمیونی، چگالش، چگالش BCS، نظریه BEC، گذر BCS-BEC

## فهرست مطالب

- فصل اول: اهمیت مقایسه در پیشرفت‌های فیزیک..... ۱
- ۱-۱ مقدمه..... ۲
- ۲-۱ تعمیم اصل مکملیت برای ذرات دارای جرم سکون مخالف صفر توسط دوبروی..... ۲
- ۳-۱ تقارن، سادگی، زیبایی و وحدت بخشی..... ۳
- ۴-۱ مقایسه دستگاه‌های غیرمکانیکی با دستگاه‌های مکانیکی..... ۵
- ۵-۱ نظریه‌های پدیده شناسانه و نظریه‌های میکروسکوپی..... ۵
- ۶-۱ معادله لوجیاتو-لفر، گینزبورگ-لاندائو، گراس-پیتائوسکی یا شرودینگر غیرخطی..... ۶
- ۷-۱ مقایسه چگالش در دستگاه‌های بوزونی و فرمیونی..... ۷
- فصل دوم: نظریه BCS ابررسانایی و چگالش‌های BCS ای..... ۹
- ۱-۲ مقدمه..... ۱۰
- ۲-۲ ایده جفت‌شدگی..... ۱۱
- ۱-۲-۲ پیرون‌های متحرک..... ۱۹
- ۳-۲ حالت پایه..... ۲۱
- ۱-۳-۲ تابع موج..... ۲۱
- ۲-۳-۲ انرژی حالت پایه و اثر ایزوتوپ..... ۲۶
- ۳-۳-۲ توزیع تکانه و طول همدوسی..... ۲۷
- ۴-۲ حالت‌های برانگیخته و شبه‌ذرات..... ۲۹
- ۵-۲ آمار کوانتومی و آثار دمایی..... ۳۲
- ۶-۲ آثار ناهمگنی، میدان‌های خارجی و شرایط مرزی..... ۳۵
- ۱-۶-۲ عملگرهای میدانی، هامیلتونی و تعریف پتانسیل‌های موثر..... ۳۵
- ۲-۶-۲ قطری سازی هامیلتونی و طیف انرژی شبه‌ذرات..... ۳۸
- ۳-۶-۲ حالت پایا و انتخاب پتانسیل‌های خودسازگار..... ۴۰
- ۴-۶-۲ طیف شبه ذرات در حضور جریان یکنواخت در یک نمونه خالص..... ۴۳
- ۷-۲ ابررساناهای نامتعارف: ابررساناهای گرم..... ۴۴
- ۱-۷-۲ چگالش بوز- اینشتین پیرون‌ها..... ۴۵
- ۲-۷-۲ پیرون‌ها همانند بوزون‌ها حرکت می‌کنند..... ۴۶

۳-۷-۲	پیرون‌ها همانند ذرات بدون جرم حرکت می‌کنند.....	۴۷
۴-۷-۲	پیرون‌ها در فضا با یکدیگر هم‌پوشانی ندارند.....	۴۷
۵-۷-۲	پیرون‌ها به‌طور آزادانه در بلور حرکت می‌کنند.....	۴۸
۶-۷-۲	پیرون‌ها به سختی با یکدیگر برهم‌کنش دارند.....	۴۸
۷-۷-۲	دمای بحرانی برای پیرون‌های غالب.....	۴۸
۸-۷-۲	قانون حالت‌های متناظر برای $T_c$ .....	۴۹
۹-۷-۲	عامل شکل‌گیری پیرون.....	۵۰
۱۰-۷-۲	۱۰ هامیلتونی کل.....	۵۱
۱۱-۷-۲	گاف‌های انرژی پیرون.....	۵۴
۱۲-۷-۲	چگالی پیرون‌های چگالیده.....	۵۸
۸-۲	BCS و جفت‌شدگی در دستگاه‌های دیگر.....	۶۲
۱-۸-۲	شماره‌های کلاسیکی و کوانتومی، هلیوم.....	۶۲
۱-۱-۸-۲	شماره‌های کلاسیکی و کوانتومی.....	۶۳
۲-۱-۸-۲	حالت نرمال مایع فرمی $^3\text{He}$ .....	۶۶
۳-۱-۸-۲	برهم‌کنش جفت شدن در $^3\text{He}$ مایع.....	۶۸
۴-۱-۸-۲	فازهای ابرشاره $^3\text{He}$ .....	۶۹
۲-۸-۲	چگالش BCS فوتونی در جسم سیاه غیرخطی کر.....	۷۴
۱-۲-۸-۲	هامیلتونی مؤثر جفت‌شدگی دستگاه فوتونی در جسم سیاه ناخطی کر.....	۷۸
۲-۲-۸-۲	چگالش BCS ای فوتون‌ها.....	۸۱

## فصل سوم: نظریه BEC و چگالش‌های BEC ای..... ۸۵

۱-۳	مقدمه.....	۸۶
۲-۳	آمار بوز-اینشتین.....	۸۶
۳-۳	چگالش بوز-اینشتین.....	۹۲
۱-۳-۳	بوزون‌های آزاد جرم‌دار در سه بعد.....	۹۳
۲-۳-۳	بوزون‌های متحرک آزاد بدون جرم در دو بعد.....	۱۰۰
۳-۳-۳	بوزون‌های آزاد متحرک بدون جرم در سه بعد.....	۱۰۴
۴-۳	BEC در دستگاه‌های مختلف.....	۱۰۷
۱-۴-۳	ابرشاره هلیوم ۴.....	۱۰۷

۱۰۷	.....تابع موج ماکروسکوپی
۱۱۰	.....رهیافت میکروسکوپی
۱۱۱	.....رابطه پاشندگی بوگولیوبو برای شاره فوتونی
۱۱۵	.....خواص ابرشارگی هلیوم II
۱۱۹	.....کوانتش شار و گردابه‌ها
۱۲۱	.....فوتون‌ها در تشدیدگر اپتیکی فابری- پرو
۱۲۳	.....رابطه پاشندگی فوتون آزاد درون یک تشدیدکننده فابری- پرو
۱۳۰	.....فوتون‌ها در میکروکاواک اپتیکی حاوی رنگینه
۱۳۲	.....مراحل آزمایش
۱۴۳	.....۵- همدوسی کوانتومی ماکروسکوپی و <i>ODLRO</i> در ابرساناها
<b>فصل چهارم: گذر BCS-BEC در دستگاه‌های مختلف با سازوکارهای متفاوت.....</b>	
۱۵۱	.....
۱۵۲	.....۱-۴ مقدمه
۱۵۳	.....۲-۴ مدل و فرمولبندی
۱۵۴	.....۳-۴ چند شاخص برای گذر
۱۵۸	.....۴-۴ نتایج دیگری از مدل
<b>فصل پنجم: برخی ملاحظات، مقایسه‌ها و چشم اندازه‌ها.....</b>	
۱۶۳	.....
۱۶۴	.....۱-۵ بررسی‌های عددی
۱۶۴	.....۲-۵ بعضی مقایسه‌ها در دو دستگاه بوزونی و فرمیونی
۱۶۸	.....۳-۵ جمع بندی و نتیجه‌گیری
۱۶۸	.....۴-۵ امکان بررسی تجربی نظریه چنگ
۱۷۰	.....منابع



## فصل اول:

اهمیت مقایسه در پیشرفت‌های فیزیک

## ۱-۱ مقدمه

مقایسه از دیرباز اهمیت فراوانی داشته است. در مسیر پیشرفت علم، همواره مواردی سد راه دانشمندان بوده و مانع از توصیف یک پدیده و یا رفتار بوده است. یکی از راهکارهایی که برای حل این گونه مشکلات مورد استفاده قرار گرفته، مقایسه بوده است که در این فصل به چند نمونه از آن‌ها اشاره می‌شود.

در این پایان‌نامه، مقایسه از منظر و پایگاه ابرسانایی صورت می‌گیرد که این امر به دلیل سابقه تاریخی صد ساله ابرسانایی و وسعت و اهمیت ابرسانایی نسبت به سایر دستگاه‌های چگالیده مطرح شده در این پایان‌نامه بوده است. در بین مطالبی که در ادامه به آن پرداخته شده، مبحث ابرساناهای نامتعارف به‌ویژه ابرساناهای گرم به دلیل قرار گرفتن در کانون توجه دانشمندان در سال‌های اخیر نیز آورده شده است.

## ۱-۲ تعمیم اصل مکملیت برای ذرات دارای جرم سکون مخالف صفر توسط

### دوبروی

بررسی ساختار اتمی به این نتیجه منجر می‌شود که رفتار الکترون‌ها در اتم را نظیر رفتاری فوتون‌ها، نمی‌توان با قوانین فیزیک کلاسیک، توضیح داد. وجود ترازهای انرژی گسسته در لایه-های الکترونی اتم و قواعد حاکم بر انتقال بین ترازها و پرشدن این حالت‌های انرژی را نیز نمی‌توان با بکارگیری مفاهیم متعارف مکانیک و قوانین الکترومغناطیس توجیه کرد.

گام مهم در روشن شدن تناقضات بین مکانیک کلاسیک و مکانیک کوانتوم توسط دوبروی فیزیکدان فرانسوی برداشته شد. بر اساس رابطه دوبروی، به ذرات مادی هم مشخصه‌های موجی و هم مشخصه‌های ذره‌ای نسبت داده می‌شود و این انتساب نوعی دوگانگی بوجود می‌آورد که اصل مکملی برای از بین بردن آن، قرارداد می‌کند که همواره در هر پدیده خاص فقط یک دیدگاه را می‌توان بکار برد.

اعتبار نظریه دوبروی با آزمایش پراش الکترونی در بلورها تایید شد. پیش‌تر، آزمایش پراش اشعه ایکس در بلورها برای اثبات ماهیت موجی اشعه ایکس استفاده شده بود. این آزمایش بوسیله پرتوهای الکترونی نیز انجام شد و این امر را مشخص کرد که الکترون‌ها هم تداخل می‌کنند و به عبارت دیگر دارای خواص موجی هستند. تحقیقات دوبروی توجه زیادی را جلب کرد و دانشمندان زیادی پیشنهاد کردند که صحت و سقم این رابطه را مورد آزمایش قرار دهند. در مورد تابش الکترومغناطیسی، ماکسول و هرتز خواص موج‌گونه آن را کشف کردند و بر این مبنا تداخل و پراش را تعبیر کردند. بعدها پدیده‌های پراش برای سایر ذرات، یعنی اتم‌ها، مولکول‌ها و نوترون‌ها نیز مشاهده شد.

نظریه‌ی دوبروی در سال ۱۹۲۶ توسط اروین شرودینگر، فیزیکدان اتریشی تعمیم داده شد. وی این نظریه را در معادله معروف خود، که قابل استفاده حرکت ذرات در هر میدان نیرویی بود، قرار داد. استفاده از معادله شرودینگر در مورد هیدروژن و نیز در مورد اتمی پیچیده‌تر، نتایج نظریه مدارهای کوانتومی را دوباره تأیید کرد.

### ۱-۳ تقارن، سادگی، زیبایی و وحدت بخشی

با پیشرفت شتاب‌دهنده‌ها در دهه‌های اخیر، علم فیزیک شاهد ظهور تعداد زیادی از ذرات بنیادی بود که آن‌ها را باغ وحش ذرات می‌نامیدند و علاوه بر اسپین و بار، خواص دیگری از جمله رنگ، طعم و ... به آن‌ها نسبت دادند. اما این امر منجر به پیچیدگی مسئله شد و در نتیجه الگویی در باب مقایسه در فیزیک ذرات مطرح شد که بر طبق آن تمامی ذرات بر اساس تقارن، سادگی، زیبایی و وحدت بخشی تقسیم‌بندی می‌شوند.

### تقارن

یکی از تحول‌های بزرگی که در قرن بیستم ایجاد شد، نقشی است که به مفهوم تقارن نسبت داده شد و روز به روز نیز بر اهمیت آن افزوده می‌شود. در فیزیک نوین مفهوم تقارن نقش بسیار

مهمی دارد. هرگاه یک دسته تغییرات خاص، هیچ‌یک از کمیت‌های سنجش‌پذیر را در یک سیستم مورد مطالعه تغییر ندهد، می‌گوییم در سیستم تقارن وجود دارد.

## سادگی

در این گروه، قوانین پایستگی محور اصلی را تشکیل می‌دهد. به عبارت دیگر، تمام نیروهای موجود در طبیعت به استثنای نیروی گرانش به وسیله نظریه پیمانه‌ای نیروها فرمول‌بندی شده‌اند.

## زیبایی

روش‌هایی که فیزیکدانان نظری در مورد نظریه میدان‌های کوانتومی ابداع کردند، منجر به روش‌های کلی و به عبارتی زیبا برای توصیف فیزیک حالت جامد و ماده چگال و فرمول‌بندی یکسان برای دستگاه‌های مختلف گردید.

## وحدت بخشی

امروزه بسیاری از فیزیکدانان به دنبال متحد کردن چهار برهم‌کنش (نظریه وحدت بزرگ) می‌باشند که مشکل اصلی، وارد کردن گرانش و استفاده از دینامیک کوانتومی برای گرانش می‌باشد. نظریه‌های گرانش کوانتومی و به خصوص نظریه ریسمان از نمونه‌های این تلاش‌ها است. همچنین بیشتر نظریه‌های جدید از مفهومی به نام میدان استفاده می‌کنند که به نظریه‌های میدان مشهور هستند.

نظریه وحدت بزرگ یا GUT<sup>1</sup> به نظریه‌ها و مدل‌هایی اطلاق می‌شود که پیش‌بینی‌شان این است که در انرژی‌های بسیار بالا نیروهای الکترومغناطیسی، هسته‌ای ضعیف و هسته‌ای قوی یک میدان نیروی واحد بوده‌اند.

---

<sup>1</sup> Grand unified theory

## ۴-۱ مقایسه دستگاه‌های غیرمکانیکی با دستگاه‌های مکانیکی

یکی دیگر از کاربردهای مقایسه که باعث سادگی در فهم معادلات و انجام آن‌ها می‌گردد، جایگزین کردن دستگاه‌های غیرمکانیکی با دستگاه‌های مکانیکی در مواردی است که شرایط هم-ارزی وجود دارد. این امر به دلیل در اختیار داشتن دستگاه‌های مکانیکی و در معرض تجربه بودن آن‌هاست. از این جایگزینی و قیاس نتایج و تعمیم آن‌ها می‌توان ایده‌های جدیدی را شناسایی کرد. مثالی ساده و روان در این زمینه تشبیه پاندولی است که در آن به دلیل تشابه بین یک پیوند تونلی جوزفسون و یک پاندول ساده، استفاده از اصل مقایسه بسیار سودمند است زیرا با آزمایش تجربی و یا تصور حرکت یک پاندول می‌توان رفتار الکتریکی پیوند تونلی جوزفسون را نتیجه گرفت [۶۹].

## ۵-۱ نظریه‌های پدیده‌شناسانه و نظریه‌های میکروسکوپی

نخستین نظریه موفق در توصیف الکترودینامیک ابررساناها، نظریه لندن بود (سال ۱۹۳۵). این نظریه یک نظریه پدیده‌شناختی بود، یعنی افزون بر معادلات ماکسول، دو معادله دیگر در آن دخالت می‌کنند که بر میدان الکترومغناطیسی در یک ابررسانا حاکم‌اند. این معادلات توصیف درستی از دو خاصیت ابررساناها در اختیار می‌گذارند، دیامغناطیس مطلق و مقاومت صفر در مقابل جریان dc. نظریه لندن برای توجیه سازوکار میکروسکوپی ابررسانایی در سطح الکترون‌ها تلاش نکرد. یعنی پاسخ به این سوال که «چرا یک ابررسانا بنا بر معادلات لندن رفتار می‌کند؟» خارج از توان آن باقی ماند.

بنابر نظریه لندن، الکترون‌ها را در یک ابررسانا می‌توان به صورت مخلوطی از دو گروه در نظر گرفت: الکترون‌های ابررسانشی و الکترون‌های عادی. این فرض‌ها، فرض‌های مدلی است که مدل دوشاره‌ای ابررسانا خوانده می‌شود.

در نظریه لندن، آثار کوانتومی به حساب نمی‌آیند. نخستین نظریه پدیده‌شناختی کوانتومی ابررسانندگی، نظریه گینزبورگ-لاندائو<sup>۱</sup> (GL) است. این نظریه، مکانیک کوانتومی را در توصیف ابررساناها به کار گرفت و به همه الکترون‌های ابررسانشی تابع موجی اختصاص داد که تنها به یک

---

<sup>۱</sup> Ginzburg-Landau

تک مختصه فضایی وابستگی دارد. با انجام این کار، برای همه الکترون‌های ابررسانشی رفتار همدوس برقرار می‌شود. نظریه (GL) بر مبنای نظریه گذارهای فاز مرتبه دوم ارائه شد [۶۲] و در نتیجه تنها نزدیک به دمای بحرانی معتبر است.

هیچ‌کدام از نظریه‌های لندن و GL هنوز نتوانستند به این پرسش پاسخ دهند که الکترون‌های ابررسانشی چگونه الکترون‌هایی هستند که این نظریه‌ها قصد توجیه آن‌ها را دارند. چهل و شش سال پس از کشف پدیده ابررسانایی، ویژگی ابررسانا در سطح میکروسکوپی به صورت معما باقی مانده بود تا این که نظریه میکروسکوپی BCS<sup>۱</sup> به این پرسش پاسخ داد و همکاری سودمند بوگولیووو<sup>۲</sup> با آنها منجر به معرفی روش ریاضی توسعه یافته‌ای شد که امروزه در مطالعه ابررسانایی به‌طور گسترده از آن استفاده می‌شود و در ادامه به آن خواهیم پرداخت.

## ۱-۶ معادله لوجیاتو-لفر<sup>۳</sup>، گینزبورگ-لاندائو، گراس-پیتائوسکی<sup>۴</sup> یا شرودینگر غیرخطی

بسیار جالب است که معادلاتی وجود دارند که در دستگاه‌های متفاوت فیزیکی پایه و اساس تحلیل‌ها قرار گرفته‌اند. یکی از این معادله‌ها، معادله موجی است که از ترکیب معادلات ماکسول با در نظر گرفتن روابط ساختمندی برای محیط الکترومغناطیسی به‌دست می‌آید. برای کاواک فابری-پرو در تقریب پوش کند تغییر و در شرایطی که اختلاف بسامد بین مدهای مجاور طولی کاواک خیلی بزرگتر از پهنای خط لیزر فرودی و پهنای خط ناشی از آثار ناخطی باشد و به‌علاوه، زمان پاسخ اتمی خیلی کوچکتر از نیم‌عمر کاواک باشد، معادله موج به یک معادله دیفرانسیل مرتبه دوم دارای مشتقات جزئی غیرخطی تبدیل می‌شود که در اپتیک ناخطی معادله لوجیاتو-لفر، در ابررسانایی معادله گینزبورگ-لاندائو، در ابرشارگی معادله گراس-پیتائوسکی و در منحنی‌های کوانتومی معادله شرودینگر غیرخطی موسوم می‌باشد.

معادله لوجیاتو-لفر [۵۴] عبارت است از

<sup>۱</sup> Bardeen- Cooper- Schrieffer

<sup>۲</sup> Bogoliubov

<sup>۳</sup> Lugiato-Lefever

<sup>۴</sup> Gross-Pitaevskii

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{ic}{2k} \nabla_{\perp}^2 v + i\tilde{S}n_2 |v|^2 v + i(\Delta\tilde{S})v - \Gamma(v - v_d)$$

که در آن میدان داخلی کاواک،  $k$  عدد موج طولی،  $S$  بسامد زاویه‌ای لیزر،  $n_2$  ضریب غیرخطی درون کاواک  $(n \approx 1 + n_2 |v|^2)$ ، مقدار نامیزانی لیزر تحریک شده از منبع کاواک خطی،  $\Gamma = cT/2L$  آهنگ نابودی کاواک و  $v_d(x, y)$  دامنه لیزر تحریک شده هستند.

## ۷-۱ مقایسه چگالشی در دستگاه‌های بوزونی و فرمیونی

تعمیم براساس مشابهت، تفکر و تجزیه و تحلیل در الگوی تقارن‌سازی، ساده‌سازی، زیباشناسی و وحدت‌بخشی، مقایسه با دستگاه‌های شناخته شده هم‌ارز، همراه‌سازی مدل‌سازی‌های میکروسکوپی با مدل‌سازی‌های ماکروسکوپی، بهره‌گیری از تجربه‌های موجود، توجه به ظرفیت‌های گسترده و متنوعی که در معادله‌های ریاضی فیزیک نهفته است، برای مقایسه دستگاه‌های مختلف چگالیده BCS ای با دستگاه‌های مختلف چگالیده BEC ای می‌توان بهره گرفت. گذر BCS-BEC در دستگاه‌های مختلف با سازوکارهای متفاوت که به تازگی مورد توجه و استقبال شدید پژوهشگران در زمینه‌های مربوطه قرار گرفته، به پژوهش بر مبنای مقایسه ضرورت عینی بخشیده است. آیا دستگاه‌هایی چگالیده دارای رفتارهای کوانتومی ماکروسکوپی در حالت پایا و در شرایط معمولی می‌توان داشت؟ در چه شرایطی امکان چگالیده کردن و تغییر حالت تابش خورشیدی وجود دارد؟ و ده‌ها سوال مهم دیگر می‌تواند انگیزه و هدف و همین‌طور راهنمایی برای مقایسه‌های لازم باشد.





فصل دوم:

نظریه BCS ابررسانایی و چگالش‌های BCS ای

در ایجاد ابرسانایی، الکترون‌های مجاور سطح فرمی (فرمیون‌های باردار) به واسطه مبادله‌ی برانگیختگی‌هایی (اغلب فونون‌های صوتی) به حالت چگالیده‌ای (ابرشاره) در می‌آیند که در آن این الکترون‌ها به صورت جفت جفت (جفت کوپر) درآمده و یک همبستگی کوانتومی بلندبردی به وجود می‌آید که پیامدهای مهم و جالبی را به دنبال دارد.

دو نظریه‌ی مهم ابرسانایی، نظریه‌ی گینزبورگ-لاندائو (GL) و نظریه‌ی BCS<sup>۱</sup> می‌باشند. در نظریه (پدیده شناختی) اول نظم ابرسانایی با استفاده از پارامتر نظم  $\Psi$  و معادلات معروف گینزبورگ-لاندائو توصیف می‌شود. بعضی از دستاوردهای فوری این نظریه معرفی طول‌های مشخصه همدوسی و عمق نفوذ، انرژی سطحی و ابرساناهای نوع I و II، کوانتتس شار، آثار جوزفسون و ساختار شار در ابرساناها می‌باشد [۱] و [۳۹ و ۲۸ و ۶۶].

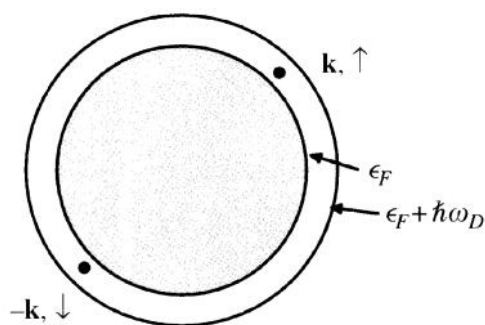
نظریه‌ی BCS با توجیه جفت‌شدگی الکترون‌های مجاور سطح فرمی و معرفی تابع موج حالت پایه ابرسانا بر حسب عملگرهای آفرینش و نابودی شروع و با یافتن ضرایب بسط تابع موج به روش وردشی یا قطری کردن هامیلتونی در تقریب میدان میانگین با استفاده از یک تبدیل کانونی مناسب ادامه می‌یابد. این نظریه با معرفی گاف انرژی در طیف برانگیختگی‌های شبه ذره، توضیح میکروسکوپی مشخصه‌ها و رفتارهای ابرسانایی را به طور تحسین برانگیزی فراهم می‌نماید [۱] و [۳۹ و ۲۸ و ۶۶]. تعمیم‌هایی که برای دو نظریه مذکور ارائه شده و چگونگی رسیدن از نظریه میکروسکوپی به نظریه پدیده‌شناسانه و کاربردهای این نظریه‌ها در مورد دستگاه‌های دیگری مانند ابرشاره‌ها در اوج مباحث مهم فیزیک باشد [۴۳ و ۵۶] و [۶۶ و ۶۷].

---

<sup>۱</sup>Bardeen- Cooper- Schrieffer

## ۲-۲ ایده جفت‌شدگی

کوپر متوجه شد که برهم‌کنش مؤثر دو الکترون با هم، درست در مجاور سطح فرمی، می‌تواند جاذب باشد و این مسئله را مطرح کرد که اثر این برهم‌کنش برای تنها یک زوج الکترون که خارج از کره فرمی قرار گرفته‌اند چه خواهد بود؟ او نتیجه گرفت که آن‌ها حالت مقید تشکیل می‌دهند. این نتیجه دور از انتظار بود، زیرا دو الکترون در فضای خالی توسط همان مقدار برهم‌کنش جاذبه به هم مقید نمی‌شوند. این نتیجه‌گیری کوپر نشان می‌دهد که حالت مایع فرمی (یعنی الکترون‌های بلاخ مستقل) نسبت به برهم‌کنش ضعیف جاذب بین ذرات ناپایدار است. بنابراین این ایده منجر به حالت کامل BCS شد که در آن هر الکترون واقع در سطح فرمی بخشی از یک زوج است. مدل کوپر به صورت زیر است: یک سطح فرمی را در نظر بگیرید که تمامی حالت‌های  $k < k_F$  آن اشغال شده‌اند. سپس دو الکترون اضافی را در بیرون سطح فرمی قرار دهید. این الکترون‌ها توسط برهم‌کنش الکترون-فونون همان طوری که در شکل (۱-۲) نشان داده شده است با هم برهم‌کنش می‌کنند.



شکل ۱-۲: مسأله کوپر: دو الکترون بیرون یک کره فرمی پر. اگر انرژی الکترون‌ها در بازه‌ی

$$V_F < V_K < V_F + \hbar\tilde{S}_D \quad \text{باشد، برهم‌کنش مؤثر آن‌ها می‌تواند جاذب باشد [۱].}$$

معادله شرودینگر برای دو الکترون اضافی به شکل زیر نوشته می‌شود:

$$\left( \frac{\mathbf{P}_1^2}{2m} + \frac{\mathbf{P}_2^2}{2m} + U(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) \right) \mathbb{E}(\mathbf{r}_1 \uparrow_1, \mathbf{r}_2 \uparrow_2) = E \mathbb{E}(\mathbf{r}_1 \uparrow_1, \mathbf{r}_2 \uparrow_2) \quad ۱-۲$$

که در آن  $\uparrow_2, \uparrow_1, \mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1$  مختصه‌های مکانی و اسپینی دو الکترون می‌باشند.

برای حل معادله (۲-۱)، ما از یک مجموعه کامل اسپین-مداری به صورت زیر شروع می-

کنیم:

$$W_{\mathbf{k}}(\mathbf{r}) = \left( \frac{1}{\sqrt{V}} \right) \exp(i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}) \quad ۲-۲$$

از هر دو اسپین-مدار  $\mathbf{k}_1 \dagger_1$  و  $\mathbf{k}_2 \dagger_2$  با اندازه حرکت های  $\hbar \mathbf{k}_1$  و  $\hbar \mathbf{k}_2$  و اسپین  $\dagger_1$  و  $\dagger_2$  می توانیم دترمینان اسلاتر دو ذره ای با انداز حرکت کل  $\hbar \mathbf{k} = \hbar \mathbf{k}_1 + \hbar \mathbf{k}_2$  را تشکیل دهیم. بنابراین چهار دترمینان اسلاتر با اسپین-مدارهای  $\mathbf{k}, -\mathbf{k}$  و توابع اسپینی  $S, \Gamma$  می توان نوشت. دترمینان تشکیل شده با اسپین-مدارهای  $W_{\mathbf{k}\Gamma}$  و  $W_{-\mathbf{k}\Gamma}$  به صورت زیر بیان می شوند:

$$\mathbb{E}_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{vmatrix} W_{\mathbf{k}\Gamma}(1) & W_{\mathbf{k}\Gamma}(2) \\ W_{-\mathbf{k}\Gamma}(1) & W_{-\mathbf{k}\Gamma}(2) \end{vmatrix} = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{V} \begin{vmatrix} e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1} r(1) & e^{i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2} r(2) \\ e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_1} r(1) & e^{-i\mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_2} r(2) \end{vmatrix} \quad ۳-۲$$

یعنی داریم

$$\mathbb{E}_1 = A \{W_{\mathbf{k}\Gamma}, W_{-\mathbf{k}\Gamma}\} = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} - e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \right] r(1) r(2) \quad ۴-۲$$

منظور از  $A$  پادمتقارن ساز است. به طور مشابه

$$\mathbb{E}_2 = A \{W_{\mathbf{k}S}, W_{-\mathbf{k}S}\} = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} r(1) s(2) - e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} s(1) r(2) \right) \quad ۵-۲$$

$$\mathbb{E}_3 = A \{W_{\mathbf{k}\Gamma}, W_{-\mathbf{k}\Gamma}\} = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} s(1) r(2) - e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} r(1) s(2) \right] \quad ۶-۲$$

$$\mathbb{E}_4 = A \{W_{\mathbf{k}S}, W_{-\mathbf{k}S}\} = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} - e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \right] s(1) s(2) \quad ۷-۲$$

از چهار حالت دترمینانی مستقل بالا، می توان چهار حالت مستقلی که بخش فضایی و اسپینی آنها جدا باشد را به دست آورد، یک حالت پادمتقارن اسپینی (یگانه) و سه حالت متقارن اسپینی (سه گانه). تابع موج حالت یگانه که بوسیله معادله

$$\mathbb{E}^{(S=0)} = \frac{1}{V} \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} + e^{-i\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r}_1 - \mathbf{r}_2)} \right) \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ r(1) s(2) - s(1) r(2) \right] \quad ۸-۲$$

و تابع موج حالت سه گانه بوسیله معادله زیر داده می شود: