

بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



دانشگاه بیرجند

دانشکده مهندسی

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی مکانیک - طراحی کاربردی

بررسی پاسخ دینامیکی تیر انحنادار تیموشنکو حاوی جاذب ارتعاشات به بار متحرک

اعظم نادی آبیز

استاد راهنما:

دکتر مهدی راغبی

«تابستان 1392»

چکیده

تیرهای انحنادار کاربرد زیادی در سازه‌های فضایی، پل‌های راه آهن و حتی تجهیزات شهر بازی‌ها دارند. تأثیر بارهای دینامیکی روی سازه‌ها بسیار بیشتر از بارهای استاتیکی بوده و صرف‌نظر کردن از اثر دینامیکی بارها جایز نیست. یکی از موارد مورد توجه محققین، مدل‌سازی یک پل تحت تأثیر حرکت خودروها و قطارها می‌باشد. در کارهای تحلیلی مطالعات اولیه بر اساس تئوری کلاسیک تیر و بدون در نظر گرفتن اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی انجام شده است، ولی در کارهای بعدی مدل‌های دقیق‌تری بر اساس تئوری تیر تیموشنکو نیز ارائه گردیده است. همچنین با استفاده از روش گالرکین که یک روش تحلیلی تقریبی می‌باشد، معادلات جابه‌جایی برای ارتعاشات درون صفحه‌ای و بیرون صفحه‌ای تیر انحنادار تیموشنکو بدون جاذب ارتعاشات حل شده است. به موازات کارهای تحلیلی، مقالاتی نیز به کمک روش‌های المان محدود به بررسی ارتعاشات تیر انحنادار پرداخته‌اند. در این تحقیق ابتدا در مورد تیرها و انواع تئوری‌های آن بحث می‌شود، و پس از بررسی چند نمونه از مقالات ذکر شده، با ترکیب کردن نقاط قوت هر یک، فرمول‌بندی بهتری برای المان محدود تیر انحنادار نسبت به این مقالات استخراج شده است. سپس، ارتعاشات اجباری تیر انحنادار به روش انتگرال‌گیری نیومارک حل شده است؛ و با مقایسه هر دو حل همگرا بودن آن‌ها نشان داده شده است. در انتها تیر انحنادار تیموشنکو با جاذب ارتعاشات به کمک روش المان محدود برای دو حالت ارتعاشات درون صفحه‌ای و بیرون صفحه‌ای مدل شده است و نتایج از کارآمد بودن جاذب ارتعاشات خبر می‌دهند.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات، المان محدود، بار متحرک، تیر انحنادار، جاذب ارتعاشات، روش گالرکین

فهرست مطالب

(أ)	فهرست مطالب
(د)	فهرست علائم و نشانه‌ها
(ز)	فهرست جدول‌ها
(ح)	فهرست شکل‌ها
1	1 فصل اول: مقدمه
1	1-1. پیشگفتار
2	2-1. دستورالعمل فصل‌ها
4	2 فصل دوم: تعاریفی برای مفاهیم کلیدی
4	1-2. مقدمه
5	2-2. انواع تیرها
6	1-2-2. تیر انحنادار
7	3-2. ارتعاشات درون و بیرون صفحه‌ای
7	4-2. بار متحرک
8	5-2. سیستم‌های میراگر جرمی تنظیم شده
9	1-5-2. میرایی تناسبی
10	6-2. روش گالرکین
11	7-2. روش نیومارک
14	3 فصل سوم: پاسخ دینامیکی تیر انحنادار تحت بار متحرک با روش گالرکین
14	1-3. مقدمه
15	2-3. مروری بر کارهای انجام شده
15	3-3. معادلات دیفرانسیل حاکم
16	1-3-3. تیر انحنادار تحت یک بار متحرک

17	حل ارتعاشات بیرون صفحه‌ای تیر انحنادار به روش گالرکین	1-1-3-3
24	حل ارتعاشات درون صفحه‌ای تیر انحنادار به روش گالرکین	2-1-3-3
30	یک بیان واحد برای ارتعاش داخل و خارج صفحه تیر انحنادار	3-1-3-3
31	عبور چند بار متحرک	4-1-3-3

33 4-3 حل مثال عددی

35 فصل چهارم: مدل المان محدود تیر انحنادار تیموشنکو برای تحلیل ارتعاشات

4

بیرون

35	مقدمه	1-4
36	مروری بر کارهای انجام شده	2-4
38	توابع جابه‌جایی و توابع شکل برای المان تیر انحنادار	3-4
41	ماتریس سفتی المان تیر انحنادار تیموشنکو	4-4
42	ماتریس جرم المان تیر انحنادار تیموشنکو	5-4
43	تبدیل از سیستم مختصات محلی به سیستم مختصات عمومی	6-4
45	تیر انحنادار همراه با المان جاذب ارتعاشات	7-4
46	چند مثال عددی	8-4
46	بررسی همگرایی روش ارائه شده	1-8-4
50	بررسی درستی فرکانس‌های طبیعی محاسبه شده	2-8-4
51	حل با نرم‌افزار ANSYS	3-8-4

54 فصل پنجم: مدل المان محدود تیر انحنادار تیموشنکو برای تحلیل ارتعاشات

5

درون صفحه‌ای

54	مقدمه	1-5
54	مروری بر کارهای انجام شده	2-5
56	توابع جابه‌جایی برای المان تیر انحنادار تیموشنکو در ارتعاشات درون صفحه‌ای	3-5

58	توابع شکل برای المان تیر انحنادار تیموشنکو در ارتعاشات درون صفحه‌ای	1-3-5
60	ماتریس سفتی المان تیر انحنادار تیموشنکو	2-3-5
60	ماتریس جرم المان تیر انحنادار تیموشنکو	3-3-5
61	حل چند مثال عددی	4-5
۷۰	فصل ششم: محاسبه پاسخ دینامیکی تیر انحنادار تحت بار متحرک به کمک روش انتگرالگیری نیومارک	6
70	مقدمه	1-6
۷۰	نحوه وارد نمودن بار متحرک در فرمولبندی معادلات حرکت تیر در روش المان محدود	2-6
۷۱	حل چند مثال عددی	3-6
77	فصل هفتم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات	7
77	مقدمه	1-7
77	جمع‌بندی و نتیجه‌گیری	2-7
79	پیشنهادات	3-7
80	مراجع	
82	پیوست (الف). بدست آوردن شعاع تار خنثی و رابطه تنش- کرنش در المان تحت خمش	
85	پیوست (ب). حل معادلات دیفرانسیل (3-5) تا (7-5)	
87	پیوست (ج). تعریف ثوابت $C_1 - C_{10}$	
89	پیوست (د). برنامه‌های کامپیوتری	
97	واژه‌نامه فارسی به انگلیسی	
102	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	

فهرست علائم و نشانه‌ها

	F_u	سطح مقطع تیر، (m^2)	A
نیروی مماسی وارد بر المان تیر انحنادار، (N)			
	f_v	ضخامت شعاعی تیر، (m)	a
بار وسیله نقلیه در ارتعاش عمودی، (N)			
	F_v	ماتریس توابع شکل برای ارتعاش خارج صفحه	[a]
نیروی برشی وارد بر المان در راستای شعاعی، (N)		ثابت، (بی‌بعد)	a_1, a_2
	F_y	ثابت، (بی‌بعد)	\bar{a}_1, \bar{a}_2
نیروی عمودی، (N)		ثوابت انتگرال گیری، (بی‌بعد)	$a_0 - a_7$
ثوابت انتگرال گیری، (بی‌بعد)	$G_1 - G_{10}$		
شتاب جاذبه زمین، (9.8 m/s^2)	g	ضخامت محوری تیر، (m)	b
مدول برشی، (N/m^2)	G	ماتریس ضرایب	[B]
		ثابت، (بی‌بعد)	b_1, b_2
بردار ثوابت انتگرالی	{G}	ثابت، (بی‌بعد)	\bar{b}_1, \bar{b}_2
ثوابت انتگرال گیری، (بی‌بعد)	G_i		
		ماتریس میرایی	[C]
ضخامت شعاعی تیر، (m)	h	ثوابت تیر که در ضمیمه الف تعریف شده‌اند، (بی‌بعد)	$C_1 - C_{10}$
ثوابت حل همگن در ارتعاشات برون صفحه‌ای	h_1, h_2		
ثوابت حل همگن در ارتعاشات درون صفحه‌ای	\bar{h}_1, \bar{h}_2	ثوابت، (بی‌بعد)	C_i, C_j
		ثابت، (بی‌بعد)	C_o
تابع گام واحد	H(t)	ثابت، (بی‌بعد)	C_{so}
تابع گام واحد با تأخیر a	H(t - a)		
		میرایی جاذب ارتعاشات، (N.s/m)	C_{TMD}
ماتریس ضرایب	[H]	ماتریس میرایی جاذب ارتعاشات	[C _{TMD}]
ممان دوم تیر با سطح مقطع مستطیل شکل حول محوری که از شعاع r می‌گذرد، (m^4)	I	فاصله بارهای متحرک از یکدیگر، (m)	d
		ماتریس ضرایب	[d]
ممان اینرسی حول محور Y، (m^4)	I_y	دامنه	D
ممان اینرسی حول محور Z، (m^4)	I_z	ماتریس ضرایب برای یک المان	[D]
ممان اینرسی قطبی، (m^4)	J	مدول الاستیسیته، (N/m^2)	E
ممان اینرسی قطبی حول محور Z، (m^4)	J_0	بردار نیروها	{f}
		بار وسیله نقلیه در ارتعاش افقی، (N)	f_h
ماتریس سفتی	[K], K_{ij}	بار در زمان $t + \Delta t$ ، (N)	$F_{t+\Delta t}$
ماتریس سفتی مؤثر	$[\hat{K}]$	بار مؤثر، (N)	$\hat{F}_{t+\Delta t}$
ماتریس سفتی در مختصات عمومی	$[\bar{K}]$	نسبت فرکانس، (بی‌بعد)	f_{TMD}
ثوابت حل همگن در ارتعاشات برون صفحه‌ای	k_1, k_2		
ضریب تصحیح برش، (بی‌بعد)	k, k'		
سفتی جاذب ارتعاشات، (N/m)	K_{TMD}		

حل خصوصی برای ارتعاش خارج صفحه	q_{01p}	ماتریس سفتی جاذب ارتعاشات	$[K_{TMD}]$
مختصه تعمیم یافته مد $\dot{1}$ ام، (بی بعد)	q_{0i}	طول تیر، (m)	L
شعاع عمومی، (m)	r	ماتریس جرم	$[M], M_{ij}$
شعاع مربوط به تار خنثی تیر، (m)	r_0	ماتریس جرم در مختصات عمومی	$[\bar{M}]$
شعاع میانی سطح مقطع تیر، (m)	r_1	جرم تیر بر واحد طول، (Kg / m)	m
شعاع داخلی سطح مقطع تیر، (m)	r_a	ممان خمشی حول محور عمود بر صفحه تیر،	M
شعاع خارجی سطح مقطع تیر، (m)	r_b	(N.m)	
شعاع انحنا، (m)	R	جرم تیر، (Kg)	M_{beam}
پارامتر سرعت، (بی بعد)	S_1	جرم جاذب ارتعاشات، (Kg)	m_{TMD}
پارامتر سرعت برای ارتعاش افقی، (بی بعد)	S_{h1}	ماتریس جرم جاذب ارتعاشات	$[m_{TMD}]$
ضریب لاغری، (بی بعد)	S_r	جرم وسیله نقلیه، (Kg)	m_v
پارامتر سرعت برای ارتعاش عمودی، (بی بعد)	S_{v1}	ممان حول محور x، (N.m)	M_x
زمان، (s)	t	ممان حول محور θ ، (N.m)	M_θ
انرژی جنبشی المان تیر، (J)	T	درجه آزادی، (بی بعد)	n
زمان تأخیر برای بار متحرک \dot{z} ام، (s)	t_z	تعداد جرم متحرک	N
زمان N بار عبور کرده از روی تیر، (s)	t_N	ماتریس توابع شکل در ارتعاشات داخل صفحه	$[N]$
زمان N-1 بار عبور کرده از روی تیر، (s)	t_{N-1}	بارگذاری بر واحد طول، (N / m)	P(x,t)
جابه‌جایی مماسی تیر انحنادار، (m)	u	ضرایب ثابت حل خصوصی در ارتعاشات داخل صفحه	P_{x1}
بردار جابه‌جایی	$\{u\}$	ضرایب ثابت حل خصوصی در ارتعاشات خارج صفحه	P_{y1}
دامنه $\{u\}$	$\{\bar{u}\}$	ضرایب ثابت حل خصوصی در ارتعاشات داخل صفحه	P_{z1}
جابه‌جایی مرکزی، (m)	u_z, u_y, u_x	ضرایب ثابت حل خصوصی در ارتعاشات خارج صفحه	$P_{\theta 1}$
سرعت وسیله نقلیه، (m/s)	v	مختصه تعمیم یافته مد $\dot{1}$ ام، (بی بعد)	q_{x_i}
تابع شکل مد اصلی، (بی بعد)	w	حل همگن برای ارتعاش داخل صفحه	q_{x1h}
محورهای مختصات، (m)	X, Y, Z	حل خصوصی برای ارتعاش داخل صفحه	q_{x1p}
جابه‌جایی در زمان $t + \Delta t$ ، (m)	$y_{t+\Delta t}$	حل همگن برای ارتعاش خارج صفحه	q_{y1h}
سرعت در زمان $t + \Delta t$ ، (m/s)	$\dot{y}_{t+\Delta t}$	حل خصوصی برای ارتعاش خارج صفحه	q_{y1p}
شتاب در زمان $t + \Delta t$ ، (m/s ²)	$\ddot{y}_{t+\Delta t}$	مختصه تعمیم یافته مد $\dot{1}$ ام، (بی بعد)	q_{y_i}
		مختصه تعمیم یافته مد $\dot{1}$ ام، (بی بعد)	q_{z_i}
علائم یونانی		حل همگن برای ارتعاش داخل صفحه	q_{z1h}
زاویه مرکزی تیر انحنادار، (rad)	α	حل خصوصی برای ارتعاش داخل صفحه	q_{z1p}
ثابت عددی، (بی بعد)	β	حل همگن برای ارتعاش خارج صفحه	$q_{\theta 1h}$

$\Psi_{v1}(t)$	دامنه تابع برای ارتعاش عمودی	پارامتر فرکانس، (بی بعد)	β_i
Ψ_x	زاویه چرخش حول محور x، (rad)	چرخش سطح مقطع تیر انحنادار، (rad)	γ
Ψ_θ	زاویه پیچش حول محور z، (rad)	ثابت، (بی بعد)	γ_i
ω	فرکانس ارتعاشی تیر انحنادار، (rad/sec)	گام زمانی، (s)	Δt
ω_1	فرکانس پایه، (rad/sec)	بردار جابه جایی برای یک المان	$\{\delta\}$
ω_i	فرکانس زاویه ای، (rad/sec)	تابع دلتای دیراک	$\delta(x - vt)$
ω_n	فرکانس طبیعی تیر، (rad/sec)	ضریب میرایی، (بی بعد)	ζ_i
ω_{h1}	فرکانس پایه برای ارتعاش افقی، (rad/sec)	زاویه بین جهت منفی محور \bar{x} و جهت منفی محور قطبی محلی x در گره 1، (rad)	θ_1
ω_{v1}	فرکانس پایه برای ارتعاش عمودی، (rad/sec)	زاویه بین جهت منفی محور \bar{x} و جهت منفی محور قطبی محلی x در گره 2، (rad)	θ_2
ω_{TMD}	فرکانس جاذب ارتعاشات، (rad/sec)	چرخش حول سه محور	$\theta_z, \theta_y, \theta_x$
زیر نویس ها		ماتریس قطری ثابت	$[\Lambda]$
beam	تیر	مقدار ویژه	λ
h	حل همگن	ماتریس تبدیل مختصات برای المان تیر انحنادار	$[\lambda]$
p	حل خصوصی	نسبت جرم، (بی بعد)	μ
T, TMD	میراگر جرمی تنظیم شده	ضریب پواسون، (بی بعد)	ν
v	عمودی	نسبت میرایی، (بی بعد)	ξ
بالا نویس ها		3/14 رادیان	π
~	سیستم مختصات کارتزین محلی	چگالی، (kg/m^3)	ρ
-	سیستم مختصات عمومی	نسبت صلبیت خمشی، (بی بعد)	φ_{bt}
.	مشتق نسبت به زمان	تابع اختیاری، (بی بعد)	φ_i
'	مشتق نسبت به x	کرنش برشی تیر انحنادار، (rad)	ψ
		دامنه تابع	$\psi(t)$
		دامنه تابع برای ارتعاش افقی	$\psi_{h1}(t)$

فهرست جدول‌ها

- جدول (1-4). مقایسه پارامتر فرکانس طبیعی محاسبه شده با برنامه کامپیوتری و مرجع [16] برای دو زاویه 270 و 360
- جدول (2-4). مقایسه فرکانس طبیعی محاسبه شده بر حسب رادیان بر ثانیه با برنامه Matlab و نرم‌افزار Ansys
- جدول (1-5). فرکانس‌های طبیعی تیر انحنادار با شرایط تکیه گاهی ساده
- جدول (2-5). فرکانس‌های طبیعی تیر انحنادار با شرایط تکیه‌گاهی دوسر مفصل و دوسر گیردار

فهرست شکل‌ها

- شکل (1-1). کاربردهایی از تیر انحنادار 2
- شکل (1-2). تغییر مکان لایه میانی تیر مستقیم 5
- شکل (2-2). تیر انحنادار در معرض بار متحرک عمودی یا بیرون صفحه‌ای 7
- شکل (3-2). تیر انحنادار در معرض بار متحرک افقی یا درون صفحه‌ای 7
- شکل (4-2). فرض شتاب میانگین ثابت در روش نیومارک 11
- شکل (1-3). تیر انحنادار، دستگاه مختصات و تغییر مکان‌های آن 15
- شکل (2-3). تیر انحنادار در معرض بار متحرک: الف) حالت کلی؛ ب) عمودی؛ ج) افقی 17
- شکل (3-3). تیر در معرض چندین بار متحرک یکسان با سرعت v و فاصله d از یکدیگر 32
- شکل (4-3). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بدون جاذب ارتعاشات بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با سرعت 40m/sec 34
- شکل (1-4). تعریف نیروها و جابه‌جایی‌های بیرون صفحه‌ای برای المان تیر انحنادار با زاویه مرکزی α ، در شکل سیستم مختصات قطبی محلی $XYZ(\theta)$ و سیستم مختصات عمومی \overline{XYZ} نیز نشان داده شده است. 39
- شکل (2-4). جابه‌جایی‌های گره‌ای برای المان تیر انحنادار در مختصات قطبی محلی $XYZ(\theta)$ و سیستم مختصات عمومی \overline{XYZ} 44
- شکل (3-4). تیر انحنادار همراه با جاذب ارتعاشات 45
- شکل (4-4). نمودار پارامتر فرکانس طبیعی تیر انحنادار بدون جاذب $(\beta_1 = \omega_1 \sqrt{\rho AR^4 / EI_x})$ 47
- شکل (5-4). نمودار پارامتر فرکانس طبیعی تیر انحنادار با جاذب $(\beta_1 = \omega_1 \sqrt{\rho AR^4 / EI_x})$ 47
- شکل (6-4). جابه‌جایی نقاط گره‌ای تیر انحنادار برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار) 48
- شکل (7-4). جابه‌جایی نقاط گره‌ای تیر انحنادار برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده) 49
- شکل (8-4). جابه‌جایی نقاط گره‌ای تیر انحنادار برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار) 49
- شکل (9-4). جابه‌جایی نقاط گره‌ای تیر انحنادار برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده) 50
- شکل (10-4). جابه‌جایی نقاط گره‌ای تیر انحنادار برای سه مد اول (تکیه‌گاه ساده) 53
- شکل (1-5). نیروها و جابه‌جایی‌ها در المان تیر انحنادار 57
- شکل (2-5). تعریف جابه‌جایی‌های درون صفحه‌ای برای المان تیر انحنادار 59
- شکل (3-5). شکل مدهای تیر انحنادار بدون جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار) 65

- 65 شکل (4-5). شکل مدهای تیر انحنادار با جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار)
- 66 شکل (5-5). جابه‌جایی نقاط گره ای تیر انحنادار بدون جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار)
- 67 شکل (6-5). جابه‌جایی نقاط گره ای تیر انحنادار با جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه گیردار)
- 67 شکل (7-5). شکل مدهای تیر انحنادار بدون جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده)
- 68 شکل (8-5). شکل مدهای تیر انحنادار با جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده)
- 68 شکل (9-5). جابه‌جایی نقاط گره ای تیر انحنادار بدون جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده)
- 69 شکل (10-5). جابه‌جایی نقاط گره ای تیر انحنادار با جاذب برای چهار مد اول (تکیه‌گاه ساده)
- 71 شکل (1-6). علائم به کار رفته در تیر انحنادار افقی تحت بارگذاری به وسیله بار متحرک
- 72 شکل (2-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بدون جاذب ارتعاشات با شرایط مرزی دوسر مفصل بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک
- 73 شکل (3-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر انحنادار همراه با جاذب ارتعاشات بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با تکیه‌گاه ساده در دو طرف برای تیر دارای میرایی
- 74 شکل (4-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با سرعت 40m/sec ، تکیه‌گاه ساده در دو طرف، برای تیر با میرایی و بدون میرایی
- 75 شکل (5-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با تکیه‌گاه گیردار در دو طرف
- 75 شکل (6-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با سرعت 40m/sec ، تکیه‌گاه گیردار در دو طرف، برای تیر با میرایی و بدون میرایی
- 76 شکل (7-6). جابه‌جایی قائم نقطه مرکزی تیر بدون جاذب ارتعاشات بر حسب زمان تحت بارگذاری بار متحرک با سرعت 40m/sec
- 82 شکل (الف) - المان تیر انحنادار ضخیم، تحت ممان خمشی محض
(1).

مقدمه

1-1. پیشگفتار

قوسها¹، رینگها²، قطار شهر بازی و پل‌های قوسی شکل راه آهن³ نمونه‌های خوبی از سازه‌هایی هستند که برای تحلیل آن‌ها می‌توان از تئوری تیر انحنادار استفاده نمود (شکل 1-1). با وجود فراوانی کاربرد تیر انحنادار⁴، کارهایی که در آن‌ها به کمک المان محدود⁵، ارتعاشات درون صفحه‌ای⁶ یا بیرون صفحه‌ای⁷ تیرهای انحنادار تحلیل شده، محدود می‌باشد.

اکثر مهندسان سازه، به هنگام انتخاب المان محدود مناسب برای تحلیل استاتیکی یا دینامیکی سازه‌های انحنادار از به کار بردن المان تیر انحنادار پرهیز می‌نمایند. یکی از دلایل این موضوع، پیچیدگی -

¹ Arches

² Rings

³ Railway Bridge

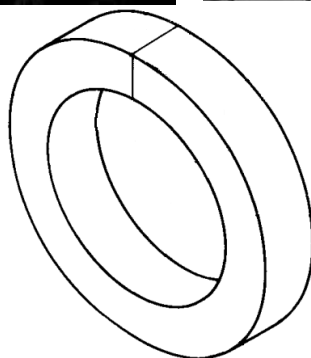
⁴ Curved beam

⁵ Finite Element

⁶ In-Plane vibration

⁷ Out-of-Plane vibration

فرمول‌هایی است که برای المان تیر انحنادار موجود است؛ لذا یکی از اهداف این پروژه ارائه فرمول‌بندی ساده‌تری برای تحلیل ارتعاشات تیر انحنادار به روش المان محدود می‌باشد.



شکل (1-1). کاربردهایی از تیر انحنادار

2-1. دستورات عمل فصل‌ها

در این پایان‌نامه از تئوری تیر تیموشنکو¹ که تئوری دقیق‌تری نسبت به تئوری تیر اویلر-برنولی² می‌باشد، استفاده شده است. هنگامی که مدهای بالاتر تیر، تحریک شده و یا ابعاد سطح مقطع تیر قابل مقایسه با طول تیر باشند، تفاوت میان این دو تئوری آشکارتر می‌شود.

این پایان‌نامه در فصل‌های زیر تنظیم شده است:

فصل دوم شامل تعاریف ابتدایی برای مفاهیمی که در فصل‌های دیگر بکار رفته، می‌باشد.

¹ Timoshenko beam

² Euler-Bernoulli Beam

در فصل سوم با در نظر گرفتن معادلات جابه‌جایی برای تیر انحنادار و سپس اعمال اثر بار متحرک¹، برای دو حالت ارتعاشات درون صفحه‌ای و بیرون صفحه‌ای معادلات حرکت تیر به روش گالرکین² حل شده است.

در فصل چهارم مدل المان محدود تیر انحنادار برای تحلیل ارتعاشات بیرون صفحه‌ای و در انتهای فصل، مدل تیر با جاذب ارتعاشات³ بررسی شده است.

در فصل پنجم مدل المان محدود تیر انحنادار برای تحلیل ارتعاشات درون صفحه‌ای این تیر استخراج، و در انتهای فصل مدل تیر با جاذب ارتعاشات ارائه شده است.

در فصل ششم ارتعاشات واداشته⁴ تیر انحنادار برای دو حالت تیر همراه با جاذب ارتعاشات و بدون جاذب ارتعاشات بررسی، و در فصل آخر جمع بندی و نتیجه‌گیری ارائه شده است.

¹ Moving load
² Galerkin's method
³ Absorber
⁴ Force vibration

تعاریفی برای مفاهیم کلیدی

1-2. مقدمه

یکی از مسائل پر توجه در بین مهندسان سازه، تعیین پاسخ یک تیر در برابر نیروی عبوری از آن می‌باشد. به طور کلی تنش و تغییر مکان ایجاد شده در اثر بار متحرک نسبت به بار ساکن¹ بیشتر است. بنابراین، محاسبه صحیح اثرات دینامیکی بار متحرک، جهت تعیین ظرفیت بار قابل تحمل تیرها بسیار مهم می‌باشد. پیش‌بینی جابه‌جایی ذرات سیستم و نیز تنش‌های به وجود آمده در آن، نقش مهمی را در طراحی سیستم‌هایی با بار متحرک ایفا می‌کند. یکی از جنبه‌های اصلی که سبب ارجحیت المان تیر انحنادار نسبت به المان تیر مستقیم برای تحلیل دینامیکی قوس‌ها می‌شود، ثابت در نظر گرفتن زاویه مقطع هر المان می‌باشد. بیشتر مطالعات پیشین روی تیر مستقیم² انجام گرفته است و در مقایسه با آن، حجم کارهای انجام شده در مورد تیر انحنادار بسیار اندک می‌باشد.

¹ Static force

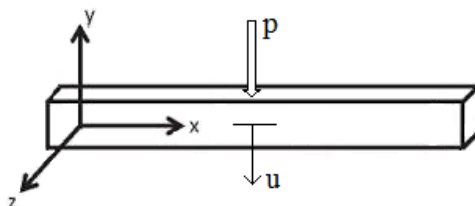
² Straight Beam

2-2. انواع تیرها

تیرها عضوهای بلند و باریکی هستند که برای تحمل بارگذاری عرضی مورد استفاده قرار می‌گیرند. عضوهای افقی و بلند بکار رفته در ساختمان‌ها و پل‌ها، نمونه‌هایی از تیرها می‌باشند.

با توجه به اثرات تغییر شکل برشی¹ و اینرسی چرخشی²، تیرها به چهار نوع مختلف تقسیم می‌شوند: اویلر-برنولی، ریلی³، برشی⁴ و تیموشنکو [1].

تیر اویلر-برنولی دارای تغییر مکان جانبی⁵ و گشتاور خمشی است و در آن از اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی صرف نظر می‌شود. در تیر ریلی و برشی علاوه بر شرایط حاکم بر تیر اویلر-برنولی، به ترتیب اثرات اینرسی چرخشی و تغییر شکل برشی در نظر گرفته می‌شود. در تیر تیموشنکو، علاوه بر شرایط حاکم بر تیر اویلر-برنولی اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی به طور همزمان در نظر گرفته می‌شود. اگر نسبت طول تیر به ضخامت تیر بزرگ‌تر از 10 باشد، تیر نازک و طویل بوده و تئوری تیر اویلر-برنولی بکار گرفته می‌شود، اما اگر نسبت طول تیر به ضخامت تیر کوچک‌تر از 10 باشد، تیر ضخیم و کوتاه بوده و باید تئوری تیر تیموشنکو در نظر گرفته شود.



شکل (1-2). تغییر مکان لایه میانی تیر مستقیم

معادله تغییر مکان تیر مستقیم تیموشنکو به صورت رابطه (1-2) می‌باشد [2]:

$$EI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \left(\rho I + \frac{EI\rho}{KG} \right) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2} + \frac{\rho^2 I}{KG} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} = P(x, t) \quad (1-2)$$

¹ Shear deformation

² Rotary inertia

³ Rayleigh beam

⁴ Shear beam

⁵ Lateral displacement

دو جمله اول سمت چپ رابطه (1-2) بیانگر معادله تیر اویلر-برنولی است. $(\rho I) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2}$ اثر چرخش، $(\frac{EI\rho}{KG}) \frac{\partial^4 u}{\partial x^2 \partial t^2}$ اثر تغییر شکل برشی و $(\frac{\rho^2 I}{KG}) \frac{\partial^4 u}{\partial t^4}$ کوپلینگ بین چرخش و برش را نشان می‌دهد. A سطح مقطع، G مدول برشی¹، EI سختی خمشی²، K ضریب برشی³ وابسته به شکل مقطع است؛ که برای مقاطع مستطیلی² و برای مقاطع دایره‌ای³ می‌باشد، P(x,t) بارگذاری بر واحد طول و u تغییر مکان لایه میانی تیر است (شکل 1-2).

قابل ذکر است که هرگاه در معادلات تیر تیموشنکو از اثرات اینرسی چرخشی صرف نظر شود، آن را تیر برشی و هرگاه اینرسی چرخشی لحاظ شده و از اثرات تغییر شکل برشی صرف نظر شود، آن را تیر ریلی می‌نامیم.

معادله (1-2) که همان تغییر مکان تیر مستقیم تیموشنکو است بر اساس شرایط مرزی⁴ و نوع بارگذاری برای تیر انحنادار تیموشنکو قابل بازنویسی می‌باشد. که در فصل سوم این معادله بازنویسی می‌شود.

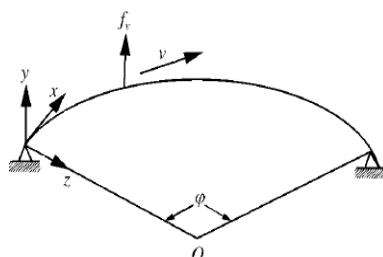
1-2-2. تیر انحنادار

تیرهای انحنادار کاربرد زیادی در سازه‌های فضایی، پل‌های راه آهن و حتی تجهیزات شهرسازی دارند. یک تفاوت عمده، بین تیرهای انحنادار و مستقیم، این است که علاوه بر چرخش و تغییر مکان شعاعی⁵، تغییر مکان مماسی⁶ ناشی از سازه‌های منحنی شکل نیز در تغییر شکل‌های ساختاری تیر انحنادار مؤثر می‌باشد. یکی از پارامترهای مهم در مدل‌سازی تیر انحنادار، گسترش پذیری محوری⁷ می‌باشد؛ که رفتار محوری تیر را نشان می‌دهد و بر اساس آن می‌توان تیر انحنادار را به دو گروه اصلی طبقه بندی نمود: مدل تیر با گسترش پذیری محوری و مدل تیر بدون گسترش پذیری محوری. فرض گسترش پذیری محوری می‌تواند باعث سختی در تیر انحنادار و در نتیجه باعث افزایش فرکانس طبیعی⁸ شود.

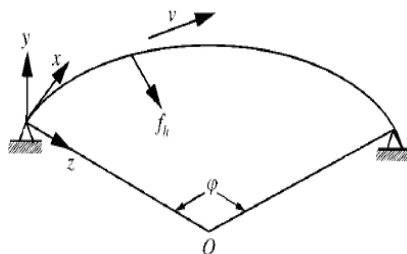
¹ Shear modulus
² Flexural stiffness
³ Shear coefficient
⁴ Boundary conditions
⁵ Radial displacement
⁶ Tangential displacement
⁷ Axial extensivity
⁸ Natural frequency

3-2. ارتعاشات درون و بیرون صفحه‌ای

ارتعاشات درون صفحه‌ای، ناشی از بارهای متحرک افقی و ارتعاشات بیرون صفحه‌ای، ناشی از بارهای متحرک عمودی می‌باشد. در شکل‌های 2-2 و 3-2 شمایی از تیر انحنادار تحت این دو نوع بار نشان داده شده است.



شکل (2-2). تیر انحنادار در معرض بار متحرک عمودی یا بیرون صفحه‌ای [3]



شکل (3-2). تیر انحنادار در معرض بار متحرک افقی یا درون صفحه‌ای [3]

4-2. بار متحرک

یکی از عمومی‌ترین عوامل مؤثر بر طبقه بندی مسائل ارتعاشات تیر تحت بار متحرک، خصوصیات بار می‌باشد. بر این اساس، مسائل مذکور به سه دسته تقسیم بندی می‌شوند [4]:
دسته اول شامل مسائلی است که در آن‌ها اینرسی بار در مقابل اینرسی تیر ناچیز فرض می‌شود. (مسئله نیروی متحرک¹)

¹ Moving force

دسته دوم شامل مسائلی می‌شود که اینرسی بار در مقابل اینرسی تیر ناچیز نیست، اما از اثرات الاستیک بار صرف نظر می‌شود. (مسئله جرم متحرک¹)

دسته سوم شامل مسائلی می‌شود که در آن اینرسی بار، تیر و همچنین اثرات الاستیک بار در محاسبات منظور می‌شود؛ که در این حالت حل مسئله به مراتب پیچیده‌تر خواهد بود. (سیستم جرم و فنر متحرک²)

5-2. سیستم‌های میراگر جرمی تنظیم شده

پدیده‌ی کاهش تدریجی دامنه‌ی ارتعاش، میرایی³ نامیده می‌شود. در میرایی، انرژی جنبشی⁴ ارتعاشی سیستم بنا به مکانیزم‌های مختلفی مستهلک می‌شود.

یک میراگر جرمی تنظیم شده⁵ (TMD) ابزاری شامل جرم، یک فنر⁶ و یک میراگر⁷ است که به سازه جهت کاهش پاسخ دینامیکی آن متصل می‌شود. فرکانس میراگر برابر فرکانس ارتعاشی سازه اصلی تنظیم می‌شود چنانچه وقتی سازه با آن فرکانس تحریک شود، میراگر با سازه اصلی 90 درجه اختلاف فاز دارد و بخش عمده‌ای از انرژی وارده به سازه با نیروی اینرسی میراگر مستهلک می‌شود.

به طور کلی میراگرها به منظور کاستن پاسخ دینامیکی سازه در برابر بارگذاری باد، زلزله و وسایل نقلیه استفاده می‌شوند. مکانیزم عملکردی این‌گونه وسایل به گونه‌ای است که با انجام تغییر شکل‌های ویژه و اعمال مکانیکی خاصی، مقدار زیادی از انرژی ورودی به سازه بر اثر بارگذاری دینامیکی را جذب و مستهلک می‌سازند. عملکرد این‌گونه وسایل موجب می‌شود که انرژی دریافتی سایر اعضای سازه‌ای، کاهش یافته، در نتیجه تغییر شکل زیادی در آن‌ها ایجاد نمی‌شود. میراگرها با استفاده از اصطکاک⁸، انرژی جنبشی را به حرارت تبدیل کرده که این عمل با تشکیل حلقه‌های پسماند⁹ و جذب انرژی در یک سیکل بارگذاری

¹ Moving mass

² Moving vehicle

³ Damping

⁴ Kinetic Energy

⁵ Tuned Mass Damper(TMD)

⁶ Spring

⁷ Damper

⁸ Friction

⁹ Hysteresis Loops