

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِيْمِ



دانشکده علوم پایه

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد در رشته فیزیک هسته ای

موضوع:

مطالعه اتلاف انرژی ذرات باردار در پلاسمای تبھگن در اشتعال سریع

استاد راهنما:

دکتر محمد مهدوی

استاد مشاور:

دکتر سعید میرزاژاد

دانشجو:

احمد غلامی

آذر ماه ۱۳۸۹

سپاسگزاری

بر خود می‌دانم که از زحمات بی‌دریغ، تلاش‌های بی‌وقفه و راهنمایی‌های ارزشمند استاد گرامی جناب آقای دکتر محمد مهدوی در راستای انجام این پروژه در طول یک سال گذشته تشکر و قدردانی نمایم.

همچنین از زحمات و راهنمایی‌های استاد مشاورم جناب آقای دکتر سعید میرزا نژاد که به غنای این پژوهش کمک کردند نهایت تشکر را دارم.

ضمانت از همکاری و کمک آقای کوهرخی در جهت انجام این پروژه کمال تشکر و قدردانی را دارم. در پایان از خانواده عزیزم به خاطر همه‌ی خوبی‌ها و محبت‌های بی‌دریغشان که در تمام مراحل زندگی حامی و پشتیبان من بوده‌اند تشکر ویژه دارم.

تَعْدِيمْ بَهْ

بُزُرْكَ تَرِين نَعْمَتْ هَاهِي زَنْجِيْم

پَدِر، مَادِر، خَواهْر وَ بَرَاد عَزِيزْم
پ

چکیده:

در همجوشی به روش محصور سازی اینرسی، در طول فاز تراکم می توان به یک چگالی بالا و دمای پایین در پلاسمای دست پیدا کرد. در رویکرد اشتعال سریع، در حالت با چگالی بالا و دمای پایین، الکترون های پلاسمای در حالت تبهگن می باشند. توان توقف یون ها به خاطر ممنوعیت گذار الکترون ها، نسبت به مقدار داده شده بوسیله فرمول کلاسیک کوچکتر می باشد. در حالت تبهگن گسیل تابش ترمزی با حالت کلاسیک کاملاً متفاوت و دمای اشتعال پایین تر از حالت کلاسیک می باشد. معادلات حاکم بر رفتار پلاسمای تبهگن متفاوت از نوع کلاسیک می باشد، و این عامل اصلی در کاهش دمای اشتعال پلاسمای است. در مطالعه بروی مدل استفاده شده در معادلات انرژی در قرص سوخت شبیه سازی شده $D/T_x/{}^3\text{He}_y$ در پلاسمای تبهگن، تأثیر توان های اضافی بروی دمای اشتعال مورد بررسی قرار گرفته است. نتایج بدست آمده از این تحقیق نشان می دهد که در شرایط اولیه $\rho_0R_0=80 \text{ g/cm}^2$ و $T_0=25 \text{ KeV}$ ، افزایش ناخالصی باعث افزایش دمای اشتعال و کاهش بهره انرژی می شود.

واژه های کلیدی:

همجوشی محصور سازی اینرسی، پلاسمای تبهگن، اشتعال سریع، تابش ترمزی، دمای اشتعال و بهره انرژی.

فهرست مطالب

عنوان.....صفحه

فصل ۱- همجوشی هسته ای

۱	۱-۱- مقدمه
۲	۱-۲- واکنش های هسته ای گرمaza
۵	۱-۳- انرژی واکنش های هسته ای
۶	۱-۴- تئوری همجوشی هسته ای
۹	۱-۵- سوخت اصلی در همجوشی کنترل شده
۱۳	۱-۶- علت ایجاد تراکم در سوخت
۱۴	۱-۷- آهنگ واکنش های همجوشی
۱۸	۱-۸- اثر چگالی بروی آهنگ واکنش همجوشی

فصل ۲- فرایند همجوشی اینرسی

۲۰	۲-۱- مقدمه
۲۱	۲-۲- همجوشی به روش محصور سازی مغناطیسی
۲۵	۲-۳- همجوشی به روش محصور سازی اینرسی
۲۷	۲-۴- فاز برهمکنش
۲۷	۲-۵- فاز تراکم
۲۹	۲-۶- فاز کاهش سرعت
۲۹	۲-۷- فاز اشتعال و سوختن
۳۱	۲-۸- اشتعال سریع
۳۲	۲-۹- لیزر اشتعال سریع
۳۳	۲-۱۰- شرایط شعله ور شدن در اشتعال سریع
۳۴	۲-۱۱- ناپایداریهای ریلی-تیلور
۳۶	۲-۱۲- قوانین توزیع آماری
۳۷	۲-۱۳- توزیع ماکسول-بولتزمن
۳۷	۲-۱۴- توزیع بوز-انیشتین
۳۸	۲-۱۵- توزیع فرمی-دیراک
۴۰	۲-۱۶- پلاسمای تبهگن
۴۰	۲-۱۷- بررسی شرایط تبهگنی در پلاسما

فصل ۳- دینامیک اشتعال پلاسمای تبهگن

۴۳.....	۱-۳- مقدمه
۴۴.....	۲-۳- معادلات دینامیکی وابسته به زمان ذرات پلاسما
۴۵.....	۳-۳- معادلات تعادل انرژی
۴۸.....	۳-۴- میزان بهره انرژی در پلاسمای تبهگن
۵۰.....	۳-۵- بررسی فرایند های اتلافی در پلاسمای تبهگن
۵۰.....	۱-۵- فرایند تابش ترمزی
۵۳.....	۲-۵-۳- ابسط مکانیکی
۵۳.....	۳-۵-۳- رسانش حرارتی الکترون
۵۴.....	۴-۵-۳- توان ذخیره شده در داخل مشتعل شونده
۵۵.....	۶-۳- کاهش برخورد یون-الکترون در پلاسمای تبهگن
۵۷.....	۱-۶-۳- سهم انرژی واکنش همجوشی منتقل شده به الکترون ها
۵۸.....	۷-۳- احتمال نشت ذرات باردار
۵۹.....	۸-۳- توان توقف در پلاسمای تبهگن
۶۱.....	۱-۸-۳- لگاریتم کولنی
۶۱.....	۲-۸-۳- طول دبای
۶۳.....	۳-۸-۳- فرکانس پلاسما

فصل ۴- نتایج محاسبات

۶۵.....	۱-۴- مقدمه
۶۶.....	۲-۴- حل معادلات دینامیکی
۶۶.....	۳- تحول زمانی دما و چگالی در پلاسمای واگن
۶۹.....	۴- شرایط اشتعال در پلاسمای تبهگن
۷۱.....	۱-۴-۴- اعمال شرط اشتعال برای قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_{y=0.18}$
۷۳.....	۲-۴-۴- بررسی شرایط اشتعال برای قرص سوخت DT_x در پلاسمای تبهگن و مقایسه با پلاسمای کلاسیک
۷۵.....	۴-۵- بررسی وجود ناخالصی در قرص سوخت DT و تاثیر آن بر روی دمای اشتعال و بهره انرژی
۷۷.....	۴-۶- تیجه گیری و پیشنهادات
۷۸.....	پیوست (الف)
۱۰۷.....	مراجع

فهرست شکل‌ها

صفحه.....	عنوان.....
۴	شکل (۱-۱): نمودار تغییرات انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون بر حسب A
۸	شکل (۲-۱): نمایش انرژی پتانسیل در مقابل فاصله بین دو هسته که به هم با انرژی مرکز جرم ϵ نزدیک می‌شوند
۱۲	شکل (۱-۳): نمودار سطح مقطع همجوشی بر حسب انرژی در سیستم مختصات مرکز جرم
۱۷	شکل (۴-۱) : در گستره توزیع انرژی ماکسول-بولتزمن، برای چند واکنش همجوشی
۱۹	شکل (۱-۵): آهنگ همجوشی برای سوخت DT در حالت پوششی الکترون
۲۱	شکل (۱-۶): محصورسازی مغناطیسی
۲۶	شکل (۲-۲): انفجار درون هسته‌ای با محرک لیزر
۲۸	شکل (۳-۲): طرح کلی تحریک مستقیم
۲۸	شکل (۴-۲): طرح کلی تحریک غیر مستقیم
۲۹	شکل (۵-۲): طرح کلی فاز کاهش سرعت
۳۰	شکل (۶-۲): طرح کلی فاز اشتعال و سوختن
۳۲	شکل (۷-۲): طرح‌های متفاوت از اشتعال: اشتعال مرکزی (a) اشتعال سریع (b) اشتعال حجمی (c)
۳۳	شکل (۸-۲): اشتعال سریع به وسیله پرتوهای نور لیزر
۳۴	شکل (۹-۲): اشتعال جرقه‌گرم مرکزی (بالا) و طرح اشتعال سریع (پایین)
۳۶	شکل (۱۰-۲): ناپایداری ریلی-تیلور در دو مرحله از انفجار همجوشی اینرسی
۳۹	شکل (۱۱-۲): تعداد متوسط ذرات بر حسب، تابع انرژی بر پتانسیل شیمیایی در تابع توزیع فرمی-دیراک
۴۵	شکل (۱-۳): مدل اشتعال سریع برای پلاسمای تبهگن
۴۷	شکل (۲-۳): نمودار پارامترهای اتلافی و تبادلی انرژی در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_{y=0.18}$
۵۰	شکل (۳-۳): تابش ترمزی
۵۲	شکل (۴-۳): چگالی توان تابش ترمزی برای سوخت DT به عنوان تابعی از دما در چگالی‌های متفاوت

شکل (۵-۳): احتمال نشت ذرات باردار از مشتعل شونده در قرص سوخت $D / T_x / {}^3He_y$ ۵۹

شکل (۱-۴): تحول زمانی دما در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_{y=0.18}$ به ازای شرایط ۶۸

شکل (۲-۴): تغیرات تعداد چگالی یون نسبت به زمان در قرص $D / T_{x=0.01} / {}^3He_{y=0.18}$ ۶۹

شکل (۳-۴): نمودار $\rho_0 R_0$ بر حسب T_0 با توجه به شرایط اشتعال بر حسب $x=0.01, y=0.18$ ۷۳

شکل (۴-۴): نمودار $\rho_0 R_0$ بر حسب T_0 با توجه به شرایط اشتعال بدست آمده در رابطه (۱۸-۴) به ازای x های متفاوت ... ۷۴

شکل (۵-۴): نمودار $\rho_0 R_0$ بر حسب T_0 با توجه به شرایط اشتعال بدست آمده در رابطه (۱۸-۴) به ازای y های متفاوت ... ۷۵

شکل (۶-۴): تغیرات دمای یون در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_y$ به ازای نسبت های مختلف ناخالصی هلیوم-۳ ۷۶

شکل (۷-۴): مقایسه بهره در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_y$ به ازای نسبت های مختلف ناخالصی هلیوم-۳ ۷۶

فهرست جدول ها

عنوان.....صفحه

جدول (۱-۱): واکنشهای درون هسته ای برای سوخت های پیشرفته ۱۱

جدول (۲-۱): ضرایب بدست آمده توسط بچ و هاله مطابق با رابطه (۱-۳۶) ۱۶

جدول (۲-۲): انواع طرح های مختلف از محرك، اشتعال و انفجار درون هسته ای ۳۰

جدول (۲-۲): مقایسه کمیت های فیزیکی در حالت تبهگن و غیر تبهگن ۴۱

جدول (۳-۱): مقادیر عددی بهره انرژی در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_{y=0.18}$ برای چگالی های مختلف ۴۹

جدول (۴-۱): تغییرات دمای ماکریم یون والکترون و دمای فرمی در قرص سوخت $D / T_{x=0.01} / {}^3He_y$ ۶۷

جدول (۴-۲): مقایسه شرایط اشتعال در پلاسمای کلاسیک پیشنهادی مدل الیز در قرص سوخت DT ۷۴

لیست علائم و اختصارات

- MCF همجوشی توسط محصورسازی مغناطیس (Magnetic Confinement Fusion)
- ICF همجوشی توسط محصورسازی اینرسی (Inertial Confinement Fusion)

فصل ۱ - همجوشی هسته ای^۱

۱-۱ - مقدمه

یکی از منابع مهم انرژی در جهان منبع عظیم انرژی خورشیدی است. در خورشید و ستارگان از طریق واکنشهای همجوشی هسته ای اتمهای هیدروژن و عناصر سبک، انرژی زیادی که ناشی از تبدیل جرم به انرژی می باشد، تولید می گردد. با توجه به این که منابع انرژی فسیلی محدود و رو به پایان است، استفاده از منابع انرژی هسته ای می تواند جایگزین خوبی برای آن باشد، چرا که یک گرم تریتیوم (یکی از ایزوتوپهای هیدروژن) از طریق همجوشی هسته ای می تواند معادل نیم تن زغال سنگ انرژی تولید نماید. همانطور که ملاحظه می شود، شواهد علمی و فنی نشان می دهند که انرژی حاصل از منابع کنونی انرژی در آینده ای نه چندان دور پایان خواهد یافت. از این رو بررسی ها و مطالعات گستردۀ ای جهت دستیابی به

¹Nuclear Fusion

منابع انرژی جایگزین صورت گرفته است، که هم اکنون نقطه تمرکز آنها بر راکتورهای همجوش هسته ای قرار دارد.

راکتورهای هسته‌ای زاینده، انرژی خورشیدی و انرژی حاصل از همجوشی هسته ای تنها روشها و منابع پایان ناپذیر انرژی شناخته شده به شمار می‌آیند. انرژی حاصل از همجوشی هسته ای به دلیل وجود منبع سرشار دوتربیوم (ایزوتوپ سنگین اتم هیدروژن) موجود در آب اقیانوسها، به تنها یک می‌تواند نیاز انرژی بشر را با آهنگ فعلی مصرف انرژی، به مدت $10^{11} - 10^9$ سال تأمین نماید.

۱-۲- واکنش‌های هسته ای گرمaza^۱

تبديلات خود بخودی یا مصنوعی بعضی از هسته‌های اتمی به هسته دیگر که نتیجه به هم خوردن ترکیب ساختمان هسته یا تغییر در تعداد نوکلئون‌ها است را واکنش‌های هسته ای می‌گویند. واکنشهای هسته‌ای به دو صورت شکافت و همجوشی، بسته به نوع مواد پرتوزا استفاده شده انجام می‌گیرند. شکست هسته به دو هسته غیر مساوی توأم با انتشار پروتون، نوترон، ذرات آلفا و اشعه گاما، و از طرفی واکنش‌های ترکیب هسته ای که تشکیل یک هسته سنگین تر در اثر تجدید ساختمان هسته عناصر سبک ترمی باشد.

طبق رابطه هم ارزی جرم-انرژی^۲ انيشتین^۳، واکنش‌های هسته ای هنگامی گرمaza است، که جرم نهايى محصولات واکنش از جرم محصولات واکنش دهنده کوچک تر باشد. مقدار انرژی آزاد شده در واکنش برابر است با [۱]:

$$Q = \left(\sum_i m_i - \sum_f m_f \right) c^2 \quad (1-1)$$

¹Exothermic Nuclear Reaction

²Mass-Energy equivalence

³Einstein

$$\text{در رابطه (1-1) } \sum_i m_i \text{ مجموع جرم هسته های اولیه، } \sum_f m_f \text{ مجموع جرم محصولات واکنش و } c$$

سرعت نور در خلاء می باشد. واکنش هسته ای گرمایش را می توان به صورت اختلاف انرژی بستگی هسته ها نیز تعریف کرد. جرم یک هسته بر اساس رابطه نیمه تجربی جرم قابل محاسبه می باشد.

$$M = Zm_p + Nm_n - a_v A + a_s A^{2/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{1/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A} + \frac{a_p \delta}{A^{3/4}} \quad (2-1)$$

که در آن m_p جرم پروتون و m_n جرم نوترون است. a_v, a_s, a_c, a_a و a_p ضرایب ثابتی هستند که براساس تطابق نتایج آزمایشگاهی حاصل از انرژی بستگی حاصل می شود. بطور کلی انرژی بستگی اختلاف جرم هسته و جرم نوکلئون های^۱ تشکیل دهنده آن است، که معرف کاریست که باید انجام شود تا نوکلئون ها از هم جدا شوند.

$$B = Zm_p + Nm_n - M \quad (3-1)$$

جرم ها در واحد انرژی داده شده است ($c^2=1$). با استفاده از معادلات (2-1) و (3-1) آنگاه انرژی بستگی در هر واحد هسته داده شده به صورت:

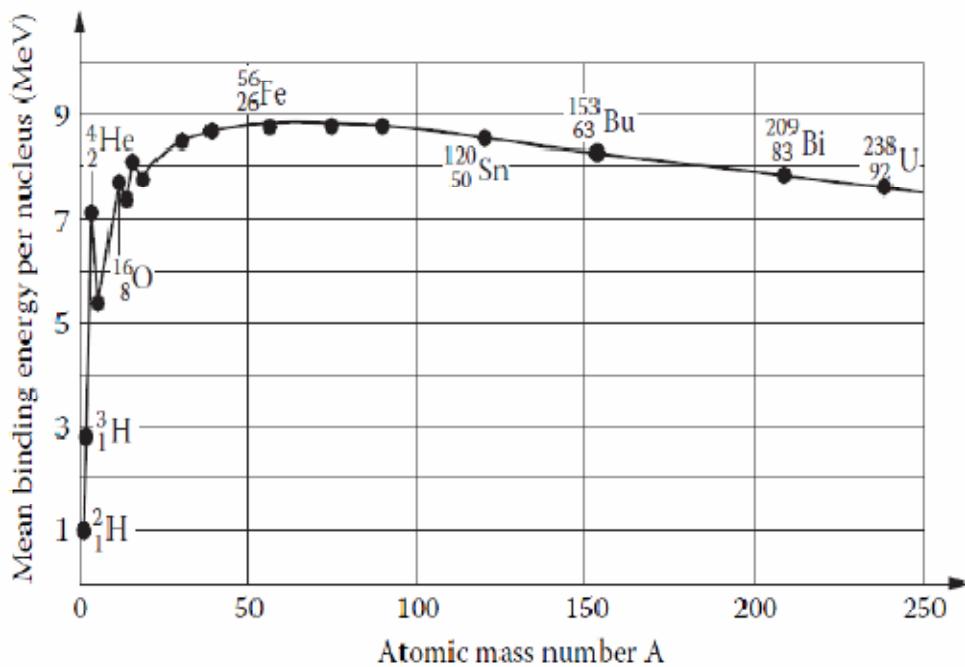
$$\frac{B}{A} = -a_v + a_s A^{-1/3} + a_c \frac{Z(Z-1)}{A^{4/3}} + a_a \frac{(N-Z)^2}{A^2} + \frac{a_p \delta}{A^{7/4}} \quad (4-1)$$

فراهرم می کند. در نتیجه مقدار انرژی یک واکنش هسته ای را می توان به صورت اختلاف انرژی بستگی هسته های نهایی و اولیه به شکل زیر تبدیل کرد:

$$Q = \sum_f B_f - \sum_i B_i \quad (5-1)$$

شکل (1-1) منحنی انرژی بستگی، به ازای هر نوکلئون را بر حسب عدد جرمی نشان می دهد، هر چه مقدار متوسط انرژی بستگی بیشتر باشد، پایداری هسته بیشتر است. یعنی بین پایداری هسته و عدد جرمی یک رابطه مستقیم وجود دارد.

¹Nucleon



شکل (۱-۱): نمودار تغییرات انرژی بستگی متوسط بر نوکلئون بر حسب A

این منحنی بطور نسبی یکتابع یکنواخت را نشان می دهد که ماکزیمم پهنا در منطقه ای برای هسته نزدیک عنصر آهن که معمولاً یک هسته پایدار می باشد قرار دارد. برای هسته بسیار سبک تر یا سنگین تر از آهن انرژی بستگی بسیار کوچک در نظر گرفته شده است. بنابراین واکنش های گرمایی هنگامی می توانند اتفاق بیفتد، که انرژی بستگی متوسط محصولات واکنش از انرژی بستگی متوسط هسته های واکنش دهنده بزرگتر باشد. همانطور که از شکل (۱-۱) مشخص است این اتفاق از دو طریق، یک مورد شکافت هسته های سنگین به دو هسته سبک تر و دیگری همچو شی هسته های سبک امکان پذیر است.

۱-۳- انرژی واکنش های هسته ای

انرژی آزاد شده در بر همکنش بین محصولات همجوشی به طور عکس با نسبت جرمی آنها توزیع می شود که براساس پایستگی انرژی نسبیتی کل، در واکنش هسته ای $X(a,b)Y$ خواهیم داشت:

$$m_x c^2 + T_x + m_a c^2 + T_a = m_\gamma + T_\gamma + m_b c^2 + T_b \quad (6-1)$$

که در آن پارامترهای T ، انرژی جنبشی و پارامترهای m ، جرم های سکون اند. مقدار Q واکنش به صورت زیر

تعریف می شود:

$$Q = (m_i - m_f)c^2 = (m_x + m_a - m_y - m_b)c^2 \quad (7-1)$$

که برابر با انرژی جنبشی محصولات نهایی است.

$$Q = T_f - T_i = T_\gamma + T_b - T_x - T_a \quad (8-1)$$

مقدار Q ممکن است مثبت، منفی و یا صفر باشد، اگر Q مثبت باشد، واکنش را گرمایشی نامند، که در این حالت انرژی بستگی به صورت انرژی جنبشی محصولات نهایی آزاد می شود. اگر Q منفی باشد واکنش را گرمایشی نامند، که انرژی جنبشی اولیه در شکل انرژی بستگی ظاهر می شود.

در اکثر موارد واکنش های همجوشی کنترل شده، انرژی ذرات برهمنکشی در ۱۰-۱۰ keV قرار دارد [۲]. بنابراین در مقایسه با مقادیر Q که برابر چندین MeV است، انرژی جنبشی اولیه کوچک اند. در این صورت انرژی آزاد شده با انرژی نهایی کل ذرات حاصل برابر است.

$$\frac{1}{2}m_b v_b^2 + \frac{1}{2}m_\gamma v_\gamma^2 = Q \quad (9-1)$$

با چشمپوشی از انرژی اولیه، تکانه های نهایی با هم مساوی و در جهت مخالف اند:

$$m_b v_b = m_\gamma v_\gamma \quad (10-1)$$

که خواهیم داشت:

$$\frac{1}{2}m_b v_b^2 = \frac{Q}{1 + \frac{m_b}{m_\gamma}} \quad (11-1)$$

$$\frac{1}{2}m_\gamma v_\gamma^2 = \frac{Q}{1 + \frac{m_\gamma}{m_b}} \quad (12-1)$$

از این روابط می توان توزیع واکنش های هسته ای را محاسبه کرد. نتیجه این تقسیم به این صورت است که ذره محصل سبکتر سهم بیشتری از انرژی را با خود می برد. از معادله (10-1) نسبت انرژی های جنبشی برابر است با:

$$\frac{\frac{1}{2}m_b v_b^2}{\frac{1}{2}m_\gamma v_\gamma^2} = \frac{m_\gamma}{m_b} \quad (13-1)$$

مثالاً در واکنش DT ، نوترون حاصل ۸۰٪ انرژی کل را با خود خواهد برد و بقیه انرژی سهم ذره آلفاست. بطور کلی می توان این نتیجه را گرفت که انرژی حاصل از واکنش های همجوشی ۸ برابر بیشتر از انرژی هسته ای واکنشهای شکافت می باشد.

۴-۱- تئوری همجوشی هسته ای

با توجه به منحنی انرژی بستگی به ازای هر نوکلئون بر حسب عدد جرمی A ، یکی از روشهای استخراج انرژی از هسته این است که با شروع از هسته های خیلی سبک و با بالا رفتن از منحنی انرژی بستگی می توان به طرف هسته های پایدار نزدیک شد. یعنی اگر دو هسته سبک را ترکیب کنیم و محصلاتی با جرم کل کمتر از هسته های واکنش دهنده تشکیل شود، در این عمل انرژی آزاد می شود که به این فرایند همجوشی هسته ای گفته می شود. اگر سرعت هسته های برهمنکش کننده در سیستم آزمایشگاهی را به ترتیب با v_1 و v_2 و سرعت نسبی آنها را با $v_2 - v_1$ نشان دهیم، انرژی مرکز جرم سیستم هسته های برهمنکش کننده را می توان به این صورت بیان کرد:

$$\varepsilon = \frac{1}{2}m_r v^2 \quad (14-1)$$

$$که v = |v|$$

$$m_r = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} \quad (15-1)$$

جرم کاهش یافته سیستم است.

پدیده همچو شی در هسته ها ممکن است به وسیله تونل زنی کوانتمی^۱ صورت گیرد، ولی احتمال انجام

این فرایند بسیار کم است و لذا برای عملی ساختن همچو شی هسته ای و انجام آن بایستی پهنهای سدکولنی را که بواسیله هسته ها بوجود آمد، به مقدار قابل ملاحظه ای کاهش داد. برای این منظور بایستی هسته ها به هم نزدیک شوند و انرژی جنبشی کافی برای غلبه بر میدان الکتروستاتیکی بین خود را داشته باشد و از سد کولنی ایجاد شده به وسیله خود عبور کنند، و در برخ نیروهای هسته ای قوی که از نوع جاذبه می باشند قرار گرفته و احتمال همچو شی را افزایش دهند.

برای بار متشابه هسته ها، انرژی پتانسیل در فاصله تماس، سد کولنی^۲ گفته می شود. پتانسیل مربوط به این سد به صورت زیر می باشد:

$$V(r) = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{r} \quad (16-1)$$

که در آن Z_1 و Z_2 عدد اتمی و e بار الکترون می باشد. چنین وضعیتی با نموداری از رفتار شعاعی انرژی پتانسیل یک سیستم دو هسته ای در شکل (۲-۱) نشان داده شده است، معلوم می شود که در فاصله بزرگتر از r_n پتانسیل لزوماً کولنی و دافعه است.

$$r_n \approx 1.44 \times 10^{-13} (A_1^{1/3} + A_2^{1/3}) \quad (17-1)$$

r_n بر حسب سانتیمتر و تقریباً برابر با مجموع شعاع دو هسته است. A_1 و A_2 عدد جرمی هسته های برهمنکش کننده اند. در مسافت های $r > r_n$ دو هسته نیروی جاذبه هسته ای را احساس می کنند، که با

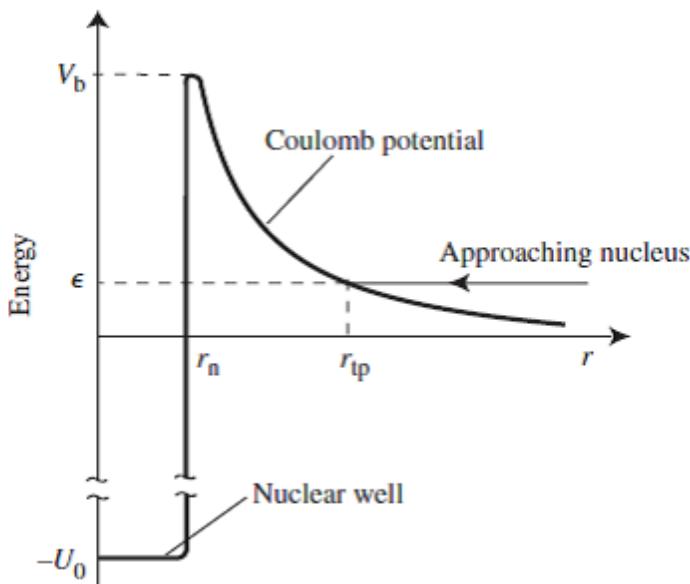
¹Quantum Tunnelling

²Colomb barrier

یک پتانسیل با عمق $40-30$ مگا الکترون ولت مشخص می‌شوند. با استفاده از معادلات (۱۶-۱) و (۱۷-۱)

می‌توان ارتفاع سد کولنی را به صورت زیر بدست آورد:

$$V_b \cong V_c(r_n) = \frac{Z_1 Z_2}{A_1^{1/3} + A_2^{1/3}} MeV \quad (18-1)$$



شکل (۲-۱): نمایش انرژی پتانسیل در مقابل فاصله بین دو هسته که به هم با انرژی مرکز جرم ϵ نزدیک می‌شوند [۱]

با توجه به مکانیک کلاسیک دو هسته با انرژی، $V_b > \epsilon$ نمی‌تواند از این سد کولنی عبور کند، و تنها هسته‌ای می‌تواند از سد کولنی عبور کند که انرژی جنبشی آن بیشتر از این مقدار باشد، تا تماس حاصل شود. در عوض دو هسته با انرژی جنبشی نسبی $V_b < \epsilon$ می‌تواند به هسته دیگر تنها تا نقطه چرخش کلاسیکی بیشتر از:

$$r_{ip} = \frac{Z_1 Z_2 e^2}{\epsilon} \quad (19-1)$$

نزدیک شوند.