چکیده

مدل های مورد استفاده برای شناخت عالم ،مبتنی بر قوانین نسبیت عام وکیهانشناسی هستند، از اینرو فصل اول پایان نامه به مروری بر نسبیت وکیهانشناسی اختصاص داده شده است.

هرمدل به وسیله یک سری از مقادیر مشاهده پذیر شرح داده می شود که این مقادیر برای توصیف ساختار عالم به کار می روند. این مقادیر شامل ثابت هابل، چگالی ماده، جمله ثابت کیهانشناسی وانحنای K هستند. اندازه گیری مستقیم ماده محتوی عالم شگفت آور است زیرا تنها کسر کوچکی از ماده موجود در عالم به شکل اشیاء قابل مشاهده از قبیل ستاره ها است. دو مشاهده تحت عناوین رفتار منحنی های چرخشی کهکشان واختلاف جرم در خوشه های کهکشانی وجود شکلی از ماده به نام ماده تاریک را در مقیاس های کهکشانی پیشنهاد می دهد. منحنی های چرخشی کهکشانی کهکشان های حلزونی بهترین گواه بر ناتوانی گرانش نیوتنی وتئوری نسبیت عام در مقیاس های کهکشانی است. به دلیل اهمیت کهکشان های حلزونی در مبحثی که راجع به ماده تاریک است، در فصل دوم پایان نامه به مروری بر انواع کهکشان ها پرداخته شده است.

در فصل سوم پایان نامه دلایل وجود ماده تاریک وجایگزین های آن مطرح شده است. چندین مدل از قبیل تئوری موند که برمبنای اصلاح قانون نیوتن ونسبیت عام هستند، برای توصیف رفتار منحنی های چرخشی کهکشانی پیشنهاد شده است. یک روش که اخیرا مورد تحقیق قرار گرفته , تئوری های گرانش اصلاح یافته $f(R)$ هستند، که در آن ها کنش استاندارد هیلبرت – انیشتین با یک تابع اختیاری از اسکالر ریچی R جایگذاری می شود. در این پایان نامه رفتار منحنی های چرخشی کهکشانی در غالب تئوری های گرانش اصلاح یافته در نظر گرفته شده است. برای یافتن یک بیان تحلیلی دقیق از حرکات کهکشانی ذرات آزمون جرمی در مدل های گرانش اصلاح یافته $f(R)$ باید بیان نسبیت عامی سرعت مماسی V_{tg} این ذرات درفضا– زمان متقارن کروی واستاتیک که در مدارهای دایروی پایدار در اطراف مرکز کهکشان حرکت می کنند ،بررسی شود.

در فصل چهارم معادلات انیشتین بیان شده است. در این فصل معادلات میدانی خلا در مدل های $f(R)$ نوشته شده است. در فصل پنجم، ماده تاریک به عنوان یک اثر هندسی در گرانش $f(R)$ بیان شده وبه شکلی از $f(R)$ بر حسب سرعت مماسی V_{tg} رسیده شده است.

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فصل اول : درآمدی بر کیهانشناسی و نسبیت **۱**

۱-۱) مقدمه ۲

۱-۲) حرکت سیاره ها ۲

۱-۲-۱) قوانین کپلر ۳

۱-۲-۲) اصلاح قوانین کپلر به وسیله نیوتن ۴

۱-۳) کیهانشناسی نسبیتی ۵

۱-۳-۱) نسبیت خاص ۵

۱-۳-۲) نیاز به تئوری نسبیت عام ۷

۱-۳-۳) نظریه نسبیت عام انیشتین ۷

۱-۳-۴) اصل هم ارزی ضعیف نیوتن ۷

۱-۳-۵) اصل هم ارزی قوی انیشتین ۸

۱-۳-۶)کیهانشناسی نیوتنی ۸

۱-۳-۷) کیهانشناسی نسبیتی ۱۰

فصل دوم : کلیاتی از کهکشان ها ۱۲

۲-۱) مقدمه ۱۳

۲-۲) دسته بندی کهکشان ها ۱۳

۲-۲-۱) کهکشان های بیضوی ۱۳

۲-۲-۲) کهکشان های مارپیچی ۱۴

۲ -۲-۳)کهکشان های ویژه ۱۴

۲-۳) انبساط جهان ۱۵

۲-۴) دوران کهکشانی ۱۷

۲-۴-۱) سرعت شعاعی ستاره ۱۸

۲-۴-۲) سرعت مماسی ستاره ۱۸

۲-۴-۳) حرکت فضایی ۱۹

۲-۵) استاندارد محلی سکون ۱۹

۲-۶) خوشه های متحرک ۱۹

۲-۶-۱)چرخش کهکشانی ۱۹

۲-۶-۲) تفاوت موجود بین حرکت کپلری ورفتار جسم صلب ۲۰

۲-۶-۳) محاسبه اورت ۲۱

۲-۷) قضیه ویریال (پیش بینی ماده تاریک) ۲۴

فصل سوم : ماده تاریک ۲۶

۳-۱) مقدمه ۲۷

۳-۲) مدل کیهانشناسی استاندارد ۲۸
۳-۲-۱) متریک فریدمن – رابرتسون – واکر ۲۸
۳-۲-۲) معادلات فریدمن ۲۹
۳-۳) روش های تعیین پارامتر چگالی ۳۰
۳-۳-۱) منحنی های چرخشی ۳۰
۳-۳-۲) تعیین پارامتر چگالی با استفاده از تئوری ویریال ۳۱
۳-۳-۳) ترکیب هسته ای اولیه ۳۲
۳-۴) ماده تاریک غیر باریونی ۳۴
۳-۴-۱) ماده تاریک داغ ۳۴
۳-۴-۲) ماده تاریک سرد ۳۵
۳-۵) هاله های کهکشانی ۳۶
۳-۵-۱) منحنی های تخت کهکشانی ۳۶
۳-۵-۲) نسبت جرم به نور ۳۷
۳-۶) شکل ماده تاریک ۳۷
۳-۷) جرم ماده تاریک ۳۷
۳-۸) مشکلات تئوری ماده تاریک ۳۷
۳-۹) جایگزین های ماده تاریک ۳۸
۳-۹-۱) دینامیک نیوتنی اصلاح یافته موند ۳۸
۳-۹-۲) فرمول غیر نسبیتی موند ($AQUAL$) ۴۰
۳-۹-۳) تئوری های نسبیتی ۴۲
۳-۹-۴)گرانش اصلاح یافته $f(R)$ ۴۲
۳-۱۰) پتانسیل نیوتنی اصلاح یافته ۴۴
۳-۱۰-۱)حد انرژی پایین در گرانش اصلاح یافته $f(R)$ ۴۴
۳-۱۰-۲) بدست آوردن سرعت چرخشی با استفاده از پتانسیل اصلاح یافته ۴۶
۳-۱۰-۳) مقایسه مدل گرانش اصلاح یافته $f(R)$ با داده های تجربی ۴۶
فصل چهارم : معادلات میدان گرانش ۴۹
۴-۱) مقدمه ۵۰
۴-۲)معادله انیشتین ۵۰
۴-۳) حل معادله انیشتین ۵۲
۴-۴) معادلات میدان گرانش $f(R)$ ۵۷
فصل پنجم : بررسی ماده تاریک به عنوان یک اثر هندسی ۶۳
۵-۱) مقدمه ۶۴
۵-۲) سرعت مماسی ۶۴
۵-۳)تعبیر هندسی ماده تاریک ۶۹
نتیجه گیری ۷۲
پیوست ها ۷۳

پیوست (الف) ۷۴
پیوست (ب) ۷۷
مراجع ۸۰

شکل ها و جدول ها

عنوان **صفحه**

شکل (۲-۱) نمودار حرکت خورشید حول یک جسم بزرگ..... ۲۰
جدول(۳-۱) مقادیر بدست آمده برای پارامترهای به کار رفته در گرانش اصلاح یافته..... ۴۷

فصل اول

درآمدی بر کیهانشناسی و نسبیت

۱-۱- مقدمه

ارسطو نخستین کسی بود که برای ساختار کیهان مدلی ارائه کرد . در مدل ارسطو زمین مرکز تمام حرکات بود. حرکات روی زمین خطی و محدود بود و اجرام آسمانی مدارهایی به شکل دایره داشتند. در این مدل، ستارهها و سیارهها از یک عنصر به نام اتر [1] ساخته شدهاند و جهان از چهار عنصر خاک، هوا، آتش و آب ساخته شده است. دانش امروز بشری کاملاً مغایر با نظریات ارسطو است.

در دوره رنسانس، مدل کیهانشناسی متحول شد. کپرنیک یک مدل خورشید مرکز [2] را مطرح کرد که تحول بزرگی در شناخت بشر از عالم به وجود آورد. دانشمندی آلمانی به نام کپلر، پس از ۲۰ سال تحقیق، دو قانون دربارهی حرکت سیارهها به دور خورشید بیان کرد و ۹ سال بعد قانون دیگری درباره حرکت سیاره ها به دست آورد.

از آن جا که ماده تاریک وجایگزین های ماده تاریک رابطه تنگاتنگی با نسبیت و کیهانشناسی دارند ؛ فصل اول پایان نامه به مروری بر نسبیت وکیهانشناسی اختصاص داده شده است. کیهانشناسی به عنوان یک علم، از زمانی که حرکت سیارهها، برای بشر مورد توجه قرار گرفت، مطرح میشود. در بررسی حرکت سیارهها توجه به عوامل مهمی چون سرعت سیارهها حائز اهمیت است که مروری بر آنها، خواهیم داشت. پس از بررسی حرکت سیارهها مروری بر کیهانشناسی نسبیتی خواهیم داشت.

۱-۲- حرکت سیارهها

تیکو براهه، منجم دانمارکی قرن شانزدهم میلادی، تلاش زیادی در اندازهگیری دقیق موقعیت ستارهها و سیارهها انجام داد. پس از او کپلر این تحقیقات را ادامه داد. عمده تحقیق کپلر در مورد حرکت مریخ بود. کپلر، دوره تناوب نجومی مریخ را به دست آورد که ۶۸۷ روز بود، این در حالی بود که میدانست دوره تناوب مریخ ۷۸۰ روز است. این تناقض عددی، کپلر را بر آن داشت، در این زمینه به تحقیقات گستردهتر بپردازد. کپلر در محاسباتش، مدار مریخ به دور خورشید را دایره فرض کرده بود و با اصلاحاتی که روی محاسباتش انجام داد به این نتیجه رسید که مدار چرخش مریخ به دور خورشید بیضی است نه دایره و خورشید روی یکی از کانونهای بیضی قرار دارد [۱].

خط مستقیمی که خورشید را به هر نقطه از مدار وصل میکند، بردار شعاعی سیاره نام دارد.

قبل از ارائه قوانین کپلر منجمین تصور میکردند، مسیر حرکت اجرام آسمانی دایرهای شکل است، از اینرو

---

[1] . Ether
[2] . Sun-Centered

نظریه ی کپلر در مورد حرکت سیارهها با مخالفت شدید روبرو شد، چون کپلر نه تنها سیستم خورشید مرکزی کپرنیک را به کار برده بود، بلکه حرکت دایرهای شکل را رد کرده بود.

۱-۲-۱- قوانین کپلر

الف- قانون اول کپلر

اعتقاد کپلر بر بیضی بودن مدار تمام سیارات قانون اول کپلر نام دارد. خورشید روی یکی از کانون های مدار بیضی قرار دارد.

ب- قانون دوم کپلر

خط واصل بین خورشید و یک سیاره، مساحتهای برابر از بیضی را در زمانهای مساوی جاروب میکند.

ج- قانون سوم کپلر

نسبت مکعب نصف قطر بزرگ مدار دو سیاره برابر نسبت مربع دوره تناوب آنها است.

قانون سوم کپلر که مقیاس منظومه شمسی را تعیین میکند و قانون هارمونیک هم گفته نام دارد، به صورت زیر نوشته میشود [۱]:

$$\frac{P_1^2}{P_2^2}=\frac{a_1^3}{a_2^3}, \qquad (۱-۱)$$

$P_۱$ و $P_۲$ دوره تناوبهای نجومی دو سیاره است .

$a_۱$ و $a_۲$ فاصله میانگین سیاره ها از خورشید است.

رابطه (۱-۱) را با قرار دادن $P_۲$ برحسب سال برای زمین و فاصلههای میانگین را برحسب واحد نجومی، می - توان ساده کرد:

$$\begin{aligned} &P_2=1,\\ &a_2=1, \qquad (۲-۱)\\ &P_1^2=a_1^3. \end{aligned}$$

قوانین کپلر که راجع به حرکت سیارههاست، برای نخستین بار، این امکان را برای بشر فراهم ساخت تا مسیرهای حرکت اجرام در سراسر جهان را درک کند. این قوانین بزرگترین دستاورد علمی رنسانس بود. گالیله که با کپلر هم عصر بود، نخستین کسی بود که از تلسکوپ استفاده علمی کرد. گالیله به این نتیجه رسید که زمین مرکز حرکت در عالم نیست. گالیله از طریق مشاهدات مستقیم، به این نتیجه رسید که همه اجسام با سرعت یکسان سقوط میکنند، البته اگر مقاومت هوا را نادیده بگیریم، این قانون امروزه اصل هم ارزی[1] نامیده میشود.

پس از گالیله نیوتن آغازگر عصر جدیدی برای فیزیک و نجوم بود [۱].

[1] . equivalence principle

۱-۲-۲- اصلاح قانون سوم کپلر به وسیله نیوتن

قوانین کپلر را میتوان از قانون جاذبه عمومی نیوتن نتیجه گیری کرد. ولی یک اختلاف اساسی در این مورد وجود دارد، کپلر قانون خود را به شکل (۱-۱) بیان کرد.

اگر از قانون جاذبه عمومی به طریق ریاضی آن را حساب کنیم، داریم [۳]:

$$\left(\frac{m_1+m_2}{m_3+m_4}\right)\left(\frac{P_{12}^2}{P_{34}^2}\right)=\frac{a_{12}^3}{a_{34}^3}, \qquad (۱-۳)$$

که m_1 و m_2 و m_3 و m_4، دو زوج جرمی هستند که با دوره تناوبهای P_{12} و P_{34} به دور هم میچرخند و فاصلههای میانگین آنها به ترتیب a_{12} و a_{34} است.

اگر دو جسم به دور هم در حال چرخش باشند و در یک مدار با دوره تناوب P حرکت کنند و فاصلههای آنها از مرکز گرانی a_1 و a_2 باشد، فاصله بین مرکزهای این دو جسم برابر است با [3] :

$$a_1+a_2=a. \qquad (۱-۴)$$

سرعت جرم m_1 نسبت به مرکز گرانی برابر است با [۳]:

$$V_1=\frac{2\pi a_1}{P}. \qquad (۱-۵)$$

تغییر زاویهای در جهت بردار سرعت برابر است با [۳]:

$$w=\frac{360^\circ}{P}. \qquad (۱-۶)$$

تغییر سرعت در ثانیه (شتاب) برابر است با [3] :

$$\frac{w}{360}=\frac{acc_1}{2\pi V_1}, \qquad (۱-۷)$$

acc_1 شتاب جرم m_1 در نظر گرفته شده است.

در رابطه (۱-۷)، w را از رابطه (۱-۶) و V_1 را از رابطه (۱-۵) قرار داده و به شکل زیر مینویسیم:

$$(360/P)/360=acc_1/(2\pi)(2\pi a_1/P),$$
$$acc_1=\frac{4\pi^2 a_1}{P^2}. \qquad (۱-۸)$$

همچنین میتوان شتاب را مستقیماً از قانون دوم نیوتن و قانون جاذبه به دست آورد، برای دو جرم m_1 و m_2 داریم:

$$F=G\frac{m_1 m_2}{a^2},$$
$$m_1 acc_1=G\frac{m_1 m_2}{a^2}, \qquad (۱-۹)$$
$$acc_1=\frac{Gm_2}{a^2}.$$

با جایگذاری (۱-۹) در (۱-۸) داریم:

$$\frac{Gm_2}{a^2}=\frac{4\pi^2 a_1}{P^2}. \qquad (۱۰-۱)$$

با روش گفته شده، شتاب جسم دوم را نیز تعیین میکنیم:

$$G\frac{m_1}{a^2}=\frac{4\pi^2 a_2}{P^2}. \qquad (۱۱-۱)$$

رابطههای (۱-۱۰) و (۱-۱۱) را با هم جمع میکنیم:

$$\frac{G}{a^2}(m_1+m_2)=\frac{4\pi^2}{P^2}(a_1+a_2),$$
$$\frac{G}{a^2}(m_1+m_2)=\frac{4\pi^2}{P^2}a, \qquad (۱۲-۱)$$
$$(m_1+m_2)P^2=\frac{4\pi^2}{G}a^3.$$

- رابطه (۱-۱۲) برای هر دو جسمی که در مدار دایروی به دور هم میچرخند صادق است. مطلب بالا را می توان با در نظر گرفتن چرخش یک سیاره به دور خورشید و یک قمر به دور سیاره، تحقیق کرد.

۱-۳- کیهانشناسی نسبیتی

کیهانشناسی به معنای علم کیهان است. مدلهای کیهانشناسی که بر مبنای نظریه نسبیت انیشتین بنا میشوند، کیهانشناسی نسبیتی نام دارد.

برای تحلیل مشاهدات صورت گرفته در یک سیستم مختصات، باید اندازهگیریهای استاندارد انجام شود، بدین منظور یک چارچوب مرجع که شتاب ندارد، انتخاب میشود، این چارچوب، چارچوب لخت نام دارد. سرعتهایی که در یک چارچوب لخت اندازهگیری شدهاند، قانونهای نیوتن را میدهند. اندازهگیریها در یک چارچوب شتابدار نشان میدهند که گرانش مانند یک نیرو عمل میکند و شتاب ایجاد شده به وسیله گرانش روی یک جسم، مستقل از جرم آن است. نسبیت گالیلهای بر این مبناست که چارچوبهای لخت کاملاً هم ارزند.

۱-۳-۱- نسبیت خاص

یک ساختار چهاربعدی که سه بعد آن فضا و یک بعد آن زمان است، فضا- زمان نام دارد. در نسبیت خاص، ساختار زمینهای وجود دارد که میدانها و ذرات در آن تحول مییابند. هر نقطه در فضا- زمان یک رویداد [1] و هر مسیر در فضا- زمان، یک جهان خط [2] نام دارد [۴]. در نسبیت خاص برای دو رویداد که در یک لحظه اتفاق میافتند، بیان مشخصی وجود ندارد و این ابهام توسط مخروط نوری برطرف میشود.

چون چیزی سریعتر از نور حرکت نمیکند، مخروط نوری، فضا -زمان را به نواحی قابل دسترس و غیرقابل

[1] . event
[2] . world line

دسترس تقسیم میکند.

مخروط نوری سه ناحیه نورگونه، فضاگونه و زمان گونه دارد. بازه فضا- زمان در نسبیت خاص در دستگاه - های مختلف ناوردا است. چون بازه فضا- زمان تحت تبدیلات مختصات ناورداست، گفته میشود نسبیت خاص، نظریهای است برای یک فضا- زمان چهار بعدی که آن را فضای مینکوفسکی[1] مینامند.

متریک فضا- زمان در نسبیت خاص به صورت زیر است [۴]:

$$\eta_{\mu\nu}=\begin{pmatrix}-1&0&0&0\\0&1&0&0\\0&0&1&0\\0&0&0&1\end{pmatrix}. \qquad (۱-۱۳)$$

تئوری نسبیت خاص اینشتین بر دو اصل بنا نهاده شده است [۱]:

الف- اصل نسبیت ؛ بر اساس این اصل قانونهای طبیعت در همه چارچوبهای لخت یکسان هستند.

ب- اندازه سرعت نور در خلا در همه چارچوبهای لخت یکسان است.

همه نتایج نسبیت خاص از این دو اصل ساده پیروی میکنند.

تعدادی از آزمایشات انجام شده , نشان میدهند که اصل دوم، به این نتیجه میانجامد که فواصل فضایی و زمانی وابسته به هم، ناوردا نیستند [۱].

در نسبیت خاص، ساعتهای در حال حرکت ،آهستهتر از ساعتهای ساکن کار میکنند و طول یک میله در حال حرکت در مقایسه با طول همان میله، در حالت سکون، انقباض یافته است. هر دو مورد یعنی مقدار اتساع زمان[2] و انقباض طول[3]، به وسیله فاکتور بوست[4] مشخص شدهاند [۱]:

$$\gamma=\frac{1}{\left(1-\left(\frac{V}{C}\right)^2\right)^{\frac{1}{2}}}. \qquad (۱-۱۴)$$

زمان ویژه[5]، زمان اندازهگیری شده به وسیله ناظر در چارچوب ساکن خود است و طول ویژه[6]، طول یک جسم در چارچوب ساکنش است.

انیشتین در نظریه نسبیت خاص، فضا و زمان را در یک مختصات چهاربعدی فضا- زمان به صورت واحد بیان کرد و نظریه سیستماتیک صحیحی برای تمام اجرام ارائه داد.

---

[1] . Minkowski
[2] . time dilation
[3] . length contraction
[4] . boost
[5] . Proper time
[6] . Proper length

۱-۳-۲- نیاز به تئوری نسبیت عام

قانونهای نیوتن بر این اشاره داشتندکه نیروی گرانشی در یک فاصله به صورت آنی وارد میشود، اما حالا میدانیم که این غیرممکن است چون چیزی سریعتر از نور حرکت نمیکند.

اینکه چگونه میتوان گرانش را به تئوری نسبیت وارد ساخت، ما را به یک تئوری عمومیتر نیازمند میکند که همه چارچوبها (لخت و غیرلخت) را با هم انطباق دهد و هم اینکه بتواند آثار گرانشی را توصیف کند. این تئوری، تئوری نسبیت عام انیشتین است. در واقع این نظریه، یک نظریه گرانشی است. در هندسه آن، فضا- زمان منحنی است و مسیرهای اجرام توسط این انحنا تعیین میشوند. این انحنا به وسیله ماده و انرژی موجود در جهان به وجود میآید. برخلاف نظر نیوتن، انیشتین گرانش را به عنوان یک نیرو تلقی نکرد بلکه آن را انحنای فضا- زمان نامید [۱].

۱-۳-۳- نظریه نسبیت عام انیشتین

در سال ۱۹۰۵ انیشتین با طرح نسبیت خاص، عنوان کردکه فضا- زمان باید تحت عنوان یک ماهیت بررسی شوند. وی سالها تلاش کرد تا به یک تئوری ناوردای لورنتسی برای گرانش دست یابد. او بالاخره با ارائه نظریه نسبیت عام خود درسال ۱۹۱۵ میلادی نیروی گرانش را توسط جفت شدن هندسه فضا - زمان و مواد محتوی جهان جایگزین کرد [۲].

در واقع انیشتین فضا- زمان مینکوفسکی را با یک فضا- زمان منحنی جایگزین کرد که انحنا به وسیله انرژی و اندازه حرکت ساخته میشد.

مسیرهای منحنی در فضای منحنی را چندگونا [1] گویند. چندگونا ممکن است، انحنا داشته باشد و دارای توپولوژی پیچیده باشد، ولی به طور موضعی اقلیدسی باشد [۴].

۱-۳-٤- اصل هم ارزی ضعیف نیوتن

نیوتن جرم را به وسیله قانون دوم نیوتن و قانون گرانش تعریف کرد. هنگامی که نیرویی به جسمی وارد شود و به آن شتاب دهد، اگراندازه نیرو و شتاب معلوم باشد، جرم جسم را میتوان از قانون دوم نیوتن بدست آورد، این جرم را جرم اینرسی [2] گویند. اگر جسمی را وزن کنیم، وزن برابر نیروی گرانشی است که به جسم وارد میشود، جرم اندازهگیری شده به این روش جرم گرانشی نام دارد.

نیوتن از آزمایشاتی که توسط گالیله در مورد سقوط آزاد انجام شده بوده و همچنین از مشاهدات خود به این نتیجه رسید که جرم گرانشی و جرم اینرسی جسم با هم برابرند. یعنی نزدیک سطح زمین اجرام با شتاب یکسانی سقوط میکنند. این یکسانی شتاب در ناحیه کوچکی از فضا- زمان صادق است.

---

[1] . manifold

[2] . inertial

به طور تجربی، برابری جرم گرانشی وجرم اینرسی با دقت بسیار بالایی صحیح به نظر میرسد. با توجه به حدود حساسیت روشهای آزمایشی ، هرگز اختلافی آشکار نشده است [۲].

۱-۳-۵- اصل هم ارزی قوی انیشتین

اصل هم ارزی انیشتین، گرانش را نه به عنوان نیرو بلکه به عنوان انحنای فضا- زمان معرفی میکند . ما جسمی که در حال سقوط آزاد است را به عنوان جسم بدون شتاب میپذیریم. یعنی گرانش را به طور موضعی حذف کردهایم، پس باید یک مدل مناسب برای فضا- زمان داشته باشیم که این مدل، یک ساختار منحنی است و گرانش، نشان دهندهی انحنای آن است که این همان مدل چند گونا است.

چند گونا به طور موضعی تخت است ولی ساختار جهانی آن پیچیده است. این مسئله با اصل هم ارزی که میگوید قوانین فیزیک، در نواحی بسیار کوچک به صورت قوانین نسبیت خاص درمیآید مطابقت دارد.

اصل هم ارزی انیشتین شبیه به نخستین اصل نسبیت خاص است. این اصل بیان می کند که همه چارچوب های لخت هم ارزند. اصل هم ارزی انیشتین اساس نسبیت عام است. در نظریه نسبیت عام انیشتین، توزیع جرم و انرژی، هندسه ی فضا- زمان را تعیین میکند.

یک جسم با جرم زیاد، در فضا -زمان، انحنا ایجاد میکند [4].

۱-۳-۶- کیهانشناسی نیوتنی

معادلات حرکت مدل نیوتنی، مشابهت مستقیمی با معادلات نسبیتی دارند و از نظر فیزیکی قابل فهمتر هستند، در این مدل فرض میشود، جهان نامحدود و همگن است و یک زمان مطلق برای تمام ناظرها به کار میرود.

نیوتن اثبات کرد که اگر توزیع ماده همگن باشد، تنها ماده موجود در یک نقطه بر حرکت آن نقطه اثر می گذارد. ماده ی جهان را به صورت یک گاز بدون برهم کنش در نظر میگیریم که معادله ذره آزمون به صورت زیر است [۲]:

$$\frac{d^2R}{dt^2} = \frac{-GM(R)}{R^2}, \qquad (۱۵-۱)$$

که $M(R)$ جرم محدود به شعاع R است:

$$M(R) = 4\pi\int_0^R \rho(r) r^2 dr = \frac{4}{3}\pi\rho R^3, \qquad (۱۶-۱)$$

که $\rho(r) = \rho$ است، یعنی چگالی، ثابت فرض شده است.

رابطه (۱-۱۵) را در $\frac{dR}{dt}$ ضرب میکنیم:

$$\left(\frac{dR}{dt}\right)\left(\frac{d^2R}{dt^2}\right) = -\left[\frac{GM(R)}{R^2}\right]\left[\frac{dR}{dt}\right]. \qquad (۱۷-۱)$$

از رابطه (۱-۱۷) نسبت به t انتگرالگیری میکنیم [۲]:

$$\int_0^t \left(\frac{dR}{dt}\right)\left(\frac{d^2R}{dt^2}\right)dt + \int_0^t \left(\frac{GM\ (R)}{R^2}\right)\left(\frac{dR}{dt}\right)dt = 0, \qquad (۱۸-۱)$$

که درانتگرال (۱-۱۸) از رابطه زیر استفاده شده است:

$$\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2\right] = 2\left[\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)\right]\left(\frac{d^2R}{dt^2}\right) = \left(\frac{dR}{dt}\right)\left(\frac{d^2R}{dt^2}\right). \qquad (۱۹-۱)$$

رابطه (۱-۱۸) با استفاده از رابطه (۱-۱۹) به صورت زیر درمیآید:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \frac{GM\ (R)}{R} = cte. \qquad (۲۰-۱)$$

با جایگذاری $M(R)$ از رابطه (۱-۱۶) در رابطه (۱-۲۰) داریم:

$$\frac{1}{2}\left(\frac{dR}{dt}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)G\pi\rho R^2 = cte = k. \qquad (۲۱-۱)$$

از تقسیم رابطه (۱-۲۱) بر R^2 داریم:

$$\left[\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right)\right]^2 - \left(\frac{8\pi}{3}\right)G\rho = \frac{2k}{R^2},$$
$$\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right) = \left(8\pi G\rho/3 + 2k/R^2\right)^{1/2}. \qquad (۲۲-۱)$$

باید توجه شود که $R \geq 0$ است و $\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right) > 0$ نشان دهنده انبساط است [۲].

اگر $k=0$ باشد، مقدار $\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right)$ همواره بزرگتر از صفر است.

اگر $k>0$ باشد، مقدار $\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right)$ همواره بزرگتر از صفر است.

اگر $k<0$ باشد، مقدار $\frac{1}{R}\left(\frac{dR}{dt}\right)$ سرانجام صفر میشود و انبساط برمیگردد.

مقدار سرعت فرار از رابطه زیر به دست میآید [۲]:

$$V_{esc} = \left(\frac{2GM}{R}\right)^{1/2}. \qquad (۲۳-۱)$$

که با جایگذاری M از رابطه (۱-۱۶) در رابطه (۱-۲۳) خواهیم داشت:

$$V_{esc} = \left[\left(\frac{8}{3}\right)\pi G\rho R^2\right]^{1/2}, \qquad (۲۴-۱)$$

که رابطه (۱-۲۲)، به ازای $k=0$ مشابه رابطه (۱-۲۴) است. به ازای $k=0$، اگر انبساط اولیه برای جهان سرعت فرار را تأمین نکند جهان رمبش میکند [۲].

۱-۳-۷- کیهانشناسی نسبیتی

اگر فرض شود که جهان همگن و سرعت نور، محدود و ثابت باشد و ناظر نسبت به مختصات مرجع ساکن باشد، فضا- زمان مسطح است.

در یک جهان در حال انبساط, فاصله اندازهگیری شده بین ناظرها با زمان زیاد میشود [۲]:

$$R(t) = R_0 a(t), \qquad (۱-۲۵)$$

فاصله اندازهگیری شده را با $R(t)$ نشان داده ایم و $a(t)$ که تابع زمان است , فاکتور مقیاس نام دارد و R_0 مقداری ثابت است . مشتق رابطه (۱-۲۵) به رابطه زیر میانجامد:

$$\frac{dR}{dt} = R_0 \frac{da}{dt}, \qquad (۱-۲۶)$$

$\frac{dR}{dt}$ آهنگ انبساط را نشان میدهد.

از معادله (۱-۲۵) و $\dot{a} = \frac{da}{dt}$ داریم:

$$\frac{dR}{dt} = \left(\frac{R}{a}\right)\dot{a}, \qquad (۱-۲۷)$$
$$\left(\frac{dR}{dt}\right)\Big/R = \frac{\dot{a}}{a}.$$

قانون هابل به شکل زیر نشان داده میشود:

$$V = HR. \qquad (۱-۲۸)$$

از رابطه (۱-۲۷) میتوان به دست آورد:

$$H = \frac{\dot{a}}{a}. \qquad (۱-۲۹)$$

در دو رابطه (۱-۲۸) و (۱-۲۹)، H ثابت هابل و V سرعت است، a و $\dot{a}$ هر دو تابع زمان هستند، پس H نیز تابع زمان است.

اگر فرض شود گاز کیهانشناختی بر هم کنش نداشته باشد و فشار صفر باشد، با داشتن نتیجه نیوتنی (۱-۲۲) و جایگذاری $R(t)= R_0 a(t)$ به جای R داریم:

$$\frac{\dot{a}}{a} = H = \left[\left(\frac{8\pi G}{3}\right)\rho + \left(2k/a^2 R_0^2\right)\right]^{1/2}, \qquad (۱-۳۰)$$

که ρ چگالی کل جرم – انرژی است.

برای حالت نیوتنی نشان داده شده است که مقدار k تعیین میکند آیا انبساط ادامه خواهد یافت یا برمیگردد، همان نتیجه اینجا هم، برقرار است، پس k میتواند به عنوان یک جمله هندسی مورد بررسی قرار گیرد:

1) اگر $k=0$ باشد، جهان، تخت است.

2) اگر $k > 0$ باشد، جهان، هذلولی است.

3) اگر $k < 0$ باشد، جهان ،بسته است.

در کیهانشناسی نسبیتی، دومین جملهی سمت راست معادله (۱-۳۰)، جمله انحنا نامیده میشود. اگر در معادله (۱-۳۰)، k را مساوی صفر قرار دهیم، خواهیم داشت:

$$H = \left[\left(\frac{8\pi G}{3}\right)\rho_c\right]^{1/2}, \qquad (۱-۳۱)$$

ρ_c چگالی متوسط جرم – انرژی جهان است.

همانطور که گفته شد، سه مدل از جهان انبساطی داریم. این سه مدل مدلهای بسته، تخت و هذلولی نام دارند. هر مدل با یک تابع $R(t)$ مشخص میشود که شعاع جهان را نمایش میدهد. همه مدلها، یک جهان در حال انبساط را نشان میدهند که دارای شتاب منفی هستند [۲]. مدل بسته، بیشترین شتاب و مدل هذلولی کمترین شتاب را دارد.

هر سه مدل از یک تکینگی شروع میشوند. چون حجم جهان به صورت R^3 تغییر میکند همه مواد درون آن به یک چگالی بینهایت و دمای زیاد در مرحله خلق فشرده میشوند. در مدل بسته، جهان در زمان محدود رمبش میکند و در مدل هذلولی یا تخت، جهان برای همیشه انبساط مییابد.

فصل دوم

کلیا تی از کهکشانها

۲-۱- مقدمه

از آنجا که بشر همیشه در حال تفکر در کائنات بوده و خواستهی دیرباز او آگاهی یافتن به اسرار کیهان بوده است، همواره تلاش کرده تا اطلاعاتی از دور دستهای کهکشان بدست آورد. مطالعه کهکشانها به بسیاری از سوالهای ما درباره جهان پاسخ میدهد.

ماده در عالم به صورت یکنواخت پراکنده است، بخش اعظم عالم، شامل تراکم گازها، ستارگان و کهکشانهاست.

کهکشانها بزرگترین قطعات جهان هستند که شامل ستارهها، گاز و گرد و غبارند، به عنوان مثال کهکشان راه شیری شامل $۱۰^{۱۱}$ ستاره است که در قرص نامنظمی به قطر حدوداً $۱۰^{۵}$ سال نوری قرار گرفتهاند. این قرص دارای یک برآمدگی مرکزی است و بازوهای مارپیچی دارد که ستارگان در امتدادشان تمرکز یافتهاند [۵و ۶].

فرایندهای فیزیکی اساسی که خوشههای کروی را از کهکشانها و کهکشانهای منفرد را از خوشههای کهکشانی مجزا میسازند؛ برای ما ناشناختهاند. ابعاد خوشههای کروی، کهکشانها و خوشههای کهکشانی به ترتیب $۱۰^{۲۰}cm$، $۱۰^{۲۳}cm$ و $۱۰^{۲۵}cm$ است [۵].

۲-۲- دستهبندی کهکشانها

تعداد زیادی کهکشان، خارج از کهکشان ما وجود دارد. با تلسکوپهای بزرگ حدود $۱۰^{۱۱}$ کهکشان را میتوان مشاهده کرد. کهکشانهای ابرغولی وجود دارند که شامل $۱۰^{۱۲}$ ستاره هستند و کهکشانهای کوتولهای نیز وجود دارند که فقط $۱۰^{۶}$ ستاره دارند. بعضی از کهکشانها کروی و برخی بیضی شکل هستند، برخی نیز مارپیچی و مارپیچی میلهای هستند [۲].

هابل[1] نخستین کسی بود که کهکشانها را براساس ظاهرشان مطالعه کرد.کهکشانها را میتوان به چهار دسته بزرگ بیضوی[2]، مارپیچی[3]، نامنظم[4] و کهکشانهای ویژه [5] تقسیم کرد [۲].

۲-۲-۱- کهکشانهای بیضوی

این کهکشانها در آسمان به صورت قرصهای بیضی شکل و نورانی هستند. توزیع نورشان یکنواخت است

[1] . Hubble
[2] . Elliptical galaxies
[3] . Spiral galaxies
[4] . Irregular galaxies
[5] . Peculiar galaxies

و درخشندگی از مرکز به طرف بیرون کاهش میابد. این کهکشانها با E نشان داده میشوند.کهکشانهای بیضوی بنا به کشیدگیشان ردهبندی میشوند اگر a و b قطرهای بزرگ و کوچک بیضی باشد، $\frac{10(a-b)}{a}$ بیضوی بودن را مشخص میکند. چون سمتگیری یک کهکشان نمیتواند تعیین شود، بیضوی بودن واقعی را نمیتوان به دست آورد.

کهکشانهای E هیچ محور چرخشیای ندارند، ستارگان آنها مدارهایی با شیبهای مختلف دارند. بعضی از خوشههای کهکشانی شامل کهکشانهای بیضوی خیلی بزرگ , به نام کهکشانهای بیضوی ابرغول [1] هستند. یک زیر رده مهم از این کهکشانها، کهکشانهای ابرغول هستند که هستههای بیضوی و پوششهای گستردهای دارند.

قطر آنها در بازههای چند مگاپارسکی (10^6 پارسک) قرار میگیرد. اما اکثر کهکشانهای بیضوی، کوتوله [2] هستند که تنها چندین کیلوپارسک قطر دارند[۲].

۲-۲-۲- کهکشانهای مارپیچی

این کهکشانها خود به دو دسته مارپیچی عادی که با Sa نمایش داده میشود و مارپیچی میلهای که با Sbنمایش داده میشود، تقسیم میشوند.

هر دو نوع دارای بازوهای مارپیچی شکل هستند. عموماً دو بازو به طور متقارن در اطراف مرکز محور چرخش آن ها قرار دارد.

در مارپیچیهای عادی، بازوها مستقیماً از هسته بیرون آمدهاند. در مارپیچیهای میلهای، ستونی از مواد، هسته را میشکافد و بازوها از دو انتهای ستون شروع میشوند. هر دو نوع کهکشان برحسب چگونگی محکم پیچیده شدن بازوها، چگونگی تکه تکه شدن آنها و اندازه نسبی هسته طبقهبندی میشوند.

مارپیچیهای عادی بازوهای ناقص صافی دارند که به طور محکم در اطراف هسته پیچیده شدهاند، در واقع شکل بازوها، اکثراً الگوی مدور دارند. کهکشانهای میلهای متوسط بازوهای بازتری دارند. درجه گسترش بازوهای مارپیچی به تابندگی بستگی دارد.

.

۲-۲-۳- کهکشانهای ویژه

بهترین مثال برای این کهکشانها، کهکشانهای حلقوی عجیب و کهکشانهای دیگری هستند که ممکن است دستخوش شکستگیهای جزر و مدی توسط کهکشانهای دیگر شوند.

شکلی که یک کهکشان به خود میگیرد به اندازه حرکت زاویهای آن بستگی دارد، هرچه اندازه حرکت

[1] . Supergiant elliptical galaxies
[2] . dwarf elliptical galaxies

بزرگتر باشد کهکشان مسطحتر است.

- در کهکشانهای بیضوی، تراکم گاز و امکان تشکیل ستاره زیاد است اما در کهکشانهای مارپیچی شکل گیری ستارهها خیلی کندتر اتفاق میافتد.

حدود ۷۷ درصد کهکشانهای مشاهده شده مارپیچی، ۲۰ درصد بیضوی و ۳ درصد نامنظم هستند. بنابراین، این کهکشانها تحت تسلط کهکشانهای مارپیچی درخشان قرار دارند , که در مسافتهای خیلی دور قابل مشاهده هستند[۲].

بسیاری از کهکشانهای نامنظم، کهکشانهای کوچک و کم نورند، همانند کوتولههای بیضوی.کهکشانهای کوتوله ممکن است بیضوی یا نامنظم باشند. در هر دو حالت به خاطر درخشندگی سطحی کم، کم نور هستند و آشکارسازی آنها مشکل است. بیضویهای کوتوله نمایانگر بیضویهای کم جرمند.

۲-۳- انبساط جهان

از آنجا که کهکشانها بخش اعظم جهان را تشکیل میدهد، در بحث کیهانشناسی، انبساط جهان را می‌توان با بررسی حرکات کهکشانها بررسی کرد.

- همه کهکشانها در حرکتند. بسیاری از آنها در خوشههای کهکشانی جمع شدهاند و به دور یکدیگر می چرخند، ولی ما از جزئیات حرکت کهکشانها چشم میپوشیم و به ویژگیهای بزرگ - مقیاس[۱] حرکت آنها توجه میکنیم. در مقیاس بزرگ، کهکشانها حرکتی فرار گونه دارند . سرعت فرار[۲] کهکشانها را می توان با استفاده از قرمزگرایی[۳] به دست آورد. این روش مبتنی بر این است که نور رسیده از یک چشمه دور شونده به ما قرمزتر از نور یک چشمه ساکن است و نوری که از یک چشمه نزدیک شونده به ما میرسد، آبیتر به نظر میآید. این انتقال رنگ و به عبارت بهتر انتقال طول موج، مستقیماً به سرعت بستگی دارد [۶]. اخترشناسان برای تعیین سرعت فرار، مقدار انتقال رنگ رسیده از یک کهکشان دور نسبت به رنگ نور تشعشع شده توسط اتمهای مشابه همان کهکشان در زمین را اندازهگیری می کنند.

با اندازهگیری سرعتها و فواصل کهکشانی، هابل[۴] کشف کرد که دور شدن کهکشانها از هم از قاعده سادهای پیروی میکند . سرعت هر کهکشان نسبت مستقیم با فاصلهاش از ما دارد، یعنی کهکشانهای نزدیک به کندی و کهکشانهای دور به تندی حرکت میکنند. این تناسب، قانون هابل نامیده میشود که این رابطه به شکل زیر است [۶]:

$$V = H_0 r, \qquad (۱-۲)$$

که در آن H_0 ثابت هابل است. r فاصله کهکشان از ما است که اگر بر حسب سال نوری بیان شود، مقدار

---

[1] . large scale
[2] . escape velocity
[3] . red shift
[4] . Hubble