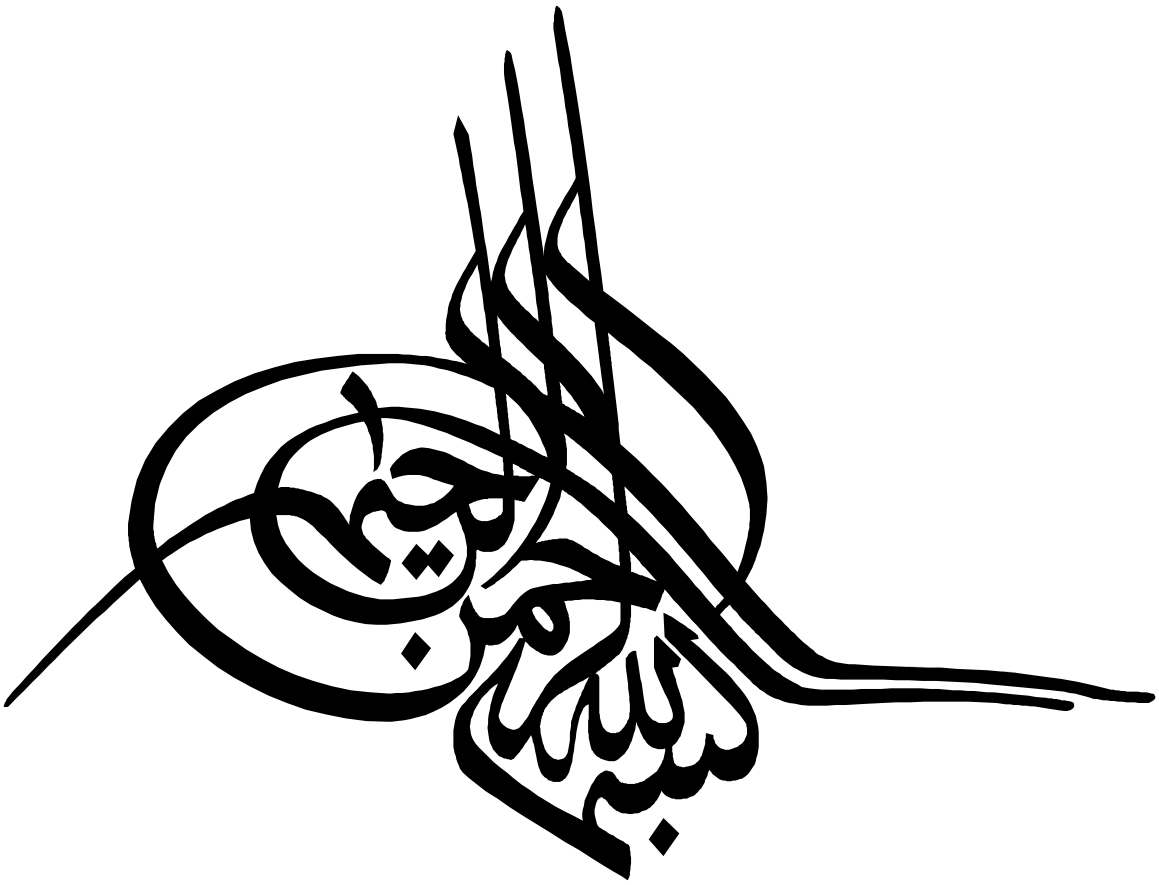
بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده علوم پایه

رساله دکتری

# مطالعه اثر میدان مغناطیسی روی زنجیره هایزنبرگ متناوب اسپینی در دمای صفر

از:

**محبوبه شهری ناصری**

استادان راهنما:

**دکتر صابر فرجامی شایسته**

**دکتر سعید مهدوی فر**

**بهمن ۱۳۹۰**

**دانشکده علوم پایه**

**گروه فیزیک**

**(گرایش حالت جامد)**

# مطالعه اثر میدان مغناطیسی روی زنجیره هایزنبرگ متناوب اسپینی در دمای صفر

**از:**

**محبوبه شهری ناصری**

**استادان راهنما:**

**دکتر صابر فرجامی شایسته**

**دکتر سعید مهدوی فر**

**بهمن ۱۳۹۰**

**تقدیم به:**

**آنان که مهربانانه و دلسوزانه در لحظه لحظه زندگی پشتیبان و یاورم بودند**

# تشکر و قدردانی

**سپاس و ستایش بی کران ذات بی همتایش را که با تمام وجود لطف بی کرانش را در لحظه لحظه زندگی ام احساس نمودم.**

**با سپاس فراوان از استادان راهنما آقای دکتر فرجامی شایسته و آقای دکتر مهدوی فر که در انجام رساله از کمک های بی دریغشان بهره فراوان بردم. بی شک، اخلاق و رفتار این بزرگواران الگوی شایسته ای در زندگی من بوده است.**

**با تشکر از داوران محترم، آقایان دکتر قدسی، دکتر رحیم پور و دکتر یزدانی که نظرات مؤثری ارائه نمودند و هم چنین ناظر محترم تحصیلات تکمیلی، آقای دکتر رادمقدم که در جلسه حضور داشتند.**

**از خانواده عزیزم و همسر مهربانم که دوست و همراه خوبی در زندگی ام می باشند نهایت تشکر و قدردانی را می نمایم.**

**از همه دوستان خوبم که حضور گرمشان نقشبند خاطرات ماندگار زندگیم می باشد تقدیر نموده و آرزوی موفقیت برای یکایک آن ها دارم.**

## چکیده

**مطالعه اثر میدان مغناطیسی روی زنجیره هایزنبرگ متناوب اسپینی در دمای صفر**

**محبوبه شهری ناصری**

در این تحقیق، اثر میدان مغناطیسی روی زنجیره هایزنبرگ اسپین ۱/۲ با برهمکنش تبادلی متناوب و مدولاسیون افزوده روی پیوندهای فرد با دوره تناوب سه مورد توجه قرار می گیرد. نمودار فاز مغناطیسی حالت پایه این زنجیره اسپینی شش تایی در حد قوی بودن برهمکنش تبادلی پادفرومغناطیس روی پیوندهای فرد به کمک روش عددی لنکشوز مورد مطالعه قرار گرفته است. در غیاب مدولاسیون شش تایی افزوده و با افزایش میدان مغناطیسی، مدل از فاز دارای گاف به فاز مایع لاتینجر بدون گاف گذار فاز کوانتومی انجام می دهد. در حضور مدولاسیون شش تایی، دو فاز دارای گاف جدید در حالت پایه در مغناطش ۱/۳ و ۲/۳ اشباع شناسایی می شود. هم چنین نمودار فاز مغناطیسی زنجیره شش تایی، هفت فاز کوانتومی مختلف را نشان می دهد چهار فاز دارای گاف و سه فاز بدون گاف و سیستم با شش میدان بحرانی مشخص می شود که گذار های فاز کوانتومی بین فازهای دارای گاف منظّم و بدون گاف $\mathrm{LL}$ را نشان می دهند. در حد میدان مغناطیسی قوی با برهمکنش پادفرومغناطیس غالب، مدل به زنجیره هایزنبرگ $\mathrm{XXZ}$ مؤثّر در حضور میدان های مدول شده فضایی و یکنواخت تبدیل می شود که با تقریب بوزونیزه شدن حد پیوسته قابل بررسی است. نتایج عددی ما در توافق خوبی با تخمین های بوجود آمده از تقریب بوزونیزه شدن می باشند.

علاوه بر این، در دمای صفر نمودار فاز مغناطیسی نردبان دو پای اسپین ۱/۲ با پاهای دایمر شده متناوب و ستونی و پله های مدول شده سه تایی، به کمک روش عددی لنکشوز مورد مطالعه قرار می گیرد. تصویر شفافی از اثر دایمر شدگی های مختلف در پیدایش سکوهای مغناطش شکل می گیرد به طوری که، منحنی مغناطش نردبان های متناوب دو سکو در مقادیر $۱/۳\mathrm{M_{sat}}$ و $۲/۳\mathrm{M_{sat}}$ ظاهر می کنند در حالی که، نردبان های ستونی دارای یک سکوی افزوده $۱/۲\mathrm{M_{sat}}$ نیز می باشند. در نردبان های متناوب، پهنای سکوهای $۱/۳\mathrm{M_{sat}}$ و $۲/۳\mathrm{M_{sat}}$ مستقل از پارامتر دایمر شدگی روی پاهاست در حالی که

با افزایش پارامتر دایمر شدگی روی پاها در نردبان های اسپینی ستونی، پهنای این سکوها کاهش می یابد اما پهنای سکوی میانی به شدت افزایش می یابد. اثرات پارامتر دایمر شدگی روی سایر توابع مثل گاف انرژی، همبستگی اسپینی روی پله ها و پارامتر نظم دایمر شدگی نیز مورد مطالعه قرار می گیرد.

**کلید واژه ها:**

گذار فاز کوانتومی، زنجیره متناوب اسپین ۱/۲، سکوی مغناطش، روش لنکشوز

## فهرست مطالب

**عنوان** **صفحه**

**چکیده فارسی** ..... ر

**چکیده انگلیسی** ..... ژ

**مقدمه** ..... ۱

**فصل اول: سیستم های اسپینی** ..... ۷

۱-۱) مغناطیس به عنوان پدیده کوانتومی ماکروسکوپی ..... ۸

۱-۲) مدل های اسپینی ..... ۸

۱-۳) مدل هایزنبرگ ..... ۹

۱-٤) برهمکنش تبادلی ..... ۱۲

۱-۵) مغناطش در یک بُعد ..... ۱۷

۱-۵-۱) قضیه مرمین- واگنر ..... ۱۷

۱-٦) گذار فاز ..... ۱۸

۱-٦-۱) گذار فاز کوانتومی ..... ۱۸

۱-٦-۲) دسته بندی گذار فاز ها ..... ۱۹

**فصل دوم: مطالعه عددی سیستم های اسپینی** ..... ۲۰

۲-۱) سیستم اسپین $S=\frac{۱}{۲}$ ..... ۲۱

۲-۲) تولید حالت های پایه ..... ۲۲

۲-۳) حل عددی مدل های اسپینی ..... ۲۳

۲-٤) روش لنکشوز ..... ۲٦

**فصل سوم: زنجیره هایزنبرگ متناوب در غیاب میدان مغناطیسی** ..... ۳۱

۳-۱) سکوهای مغناطش در سیستم های اسپینی .....۳۲

۳-۲) سکوی مغناطش صفر ..... ۳۳

۳-۳) فرمول بندی و شرح مدل ..... ۳۳

۳-٤) مطالعه عددی زنجیره هایزنبرگ با پیوندهای مدول شده فضایی در غیاب میدان مغناطیسی ..... ۳۵

۳-۵) تقریب بوزونیزه شدن ..... ٤۰

۳-٦) مقایسه نتایج عددی با تقریب بوزونیزه شدن ..... ٤۲

**فصل چهارم: زنجیره هایزنبرگ متناوب در حضور میدان مغناطیسی** ..... ٤٤

٤-۱) مطالعه سکوهای کسری مغناطش در سیستم های اسپینی ..... ٤۵

٤-٢) زنجیره هایزنبرگ متناوب اسپینی با تناوب شش ..... ٥٣

٤-٢-١) فرمول بندی و شرح مدل ..... ٥٣

٤-٣) نگاشت از هامیلتونی اصلی به هامیلتونی موثر ..... ٥٤

٤-٤) فاز مغناطیسی زنجیره هایزنبرگ متناوب در حضور میدان مغناطیسی یکنواخت..... ٥٨

٤-٥) تعیین میدان های بحرانی به کمک روش اختلالی ..... ٦٨

**فصل پنجم: نردبان دو پای اسپینی با پاهای دایمر و پله های مدول شده** ..... ٧٤

٥-١) مقدمه ای بر رفتار نردبان های اسپینی ..... ٧٥

٥-٢) نردبان های اسپینی راه راه و ستونی ..... ٧٦

٥-٣) نتایج جفتیدگی قوی پله ای ..... ٧٨

٥-٤) بررسی عددی هامیلتونی موثر نردبان های اسپینی متناوب و ستونی..... ٨٠

٥-٤-١) زنجیره XXZ با پارامتر ناهمسانگردی $\Delta = \frac{١}{٢}$ در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨١

٥-٤-٢) زنجیره دایمر شده XXZ در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨٤

٥-٥) نردبان اسپینی با پاهای دایمر شده و پله های مدول شده فضایی ..... ٨٧

٥-٥-١) اثرات میدان مغناطیسی بر نردبان اسپینی متناوب ..... ٨٧

٥-٥-٢) اثرات میدان مغناطیسی بر نردبان اسپینی ستونی ..... ٩٢

٥-٦) نمونه آزمایشگاهی $NH_٤CuCl_٣$ ..... ٩٦

**فصل ششم: نتیجه گیری و پیشنهاد برای ادامه کار** ..... ۹۸

**مراجع** ..... ۱۰۲

**پیوست** ..... ۱۰۷

**پیوست الف: نمونه ای از برنامه به کار رفته در محاسبات** ..... ۱۰۸

**پیوست ب: بخشی از مقالات منتشر شده** ..... ۱۲۸

**فهرست جدول ها** **صفحه**

جدول (۲-۱): مثالی برای نمایش بیتی متناظر با آرایش اسپینی ..... ۲۲

جدول (۳-۱): مقایسه نتایج تحلیلی و عددی مربوط به نقطه گذار زنجیره هایزنبرگ شش تایی ..... ٤۲

جدول (٤-۱): مقایسه میدان های بحرانی تعیین شده با تئوری اختلال و آزمایش عددی زنجیره شش تایی ..... ۷۳
با الگوی "(a)" و $J<0$، الگوی "(a)" و $J>0$، الگوی "(b)" و $J<0$ و الگوی "(b)" و $J>0$

**فهرست شکل ها** **صفحه**

شکل (۱-۱): نمایشی از انواع شبکه ها (الف) شبکه لانه زنبوری، (ب) شبکه مثلثی و (ج) شبکه مربعی ..... ۱۰

شکل (۳-۱): نمایشی از زنجیره هایزنبرگ شش تایی با پیوندهای مدول شده فضایی ..... ۳۵

شکل (۳-۲): منحنی گاف انرژی برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی به عنوان تابعی از قدرت جفت شدگی تبادلی پیوندهای فرد $(J_1)$ ..... ۳۶

شکل (۳-۳): منحنی پارامتر نظم دایمر شدگی اسپینی برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی به عنوان تابعی از قدرت جفت شدگی تبادلی پیوندهای فرد $(J_1)$ ..... ۳۹

شکل (۳-٤): (a) مدل اصلی از فرمیون ها با منحنی پیوند انرژی، (b) مدلی از فرمیون ها با طیف خطی شده.... ٤۰

شکل (۳-۵): نمودار فاز حالت پایه زنجیره هایزنبرگ شش تایی..... ٤۳

شکل (٤-۱): آرایش اسپینی زنجیره سه تایی فرومغناطیس- فرومغناطیس- پادفرومغناطیس ..... ٤۵

شکل (٤-۲): منحنی مغناطش زنجیره سه تایی فرومغناطیس- فرومغناطیس- پادفرومغناطیس ..... ٤٦

شکل (٤-۳): آرایش اسپینی زنجیره های سه تایی $J-J-J'$ ..... ٤۸

شکل (٤-٤): منحنی مغناطش زنجیره $AF-AF-F$ بر حسب میدان مغناطیسی ..... ٤۹

شکل (٤-۵): منحنی مغناطش زنجیره $F-F-AF$ بر حسب میدان مغناطیسی ..... ۵۱

شکل (٤-٦): تصویری نمادین از زنجیره هایزنبرگ شش تایی با پیوندهای مدول شده فضایی ..... ۵٤

شکل (٤-۷): گاف انرژی به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی ..... ۵۹

شکل (٤-٨): مغناطش به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی ..... ٦٢

شکل (٤-٩): تابع همبستگی رشته ای به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی ..... ٦٥

شکل (٤-١٠): پارامتر نظم دایمرشدگی به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی برای زنجیره هایزنبرگ شش تایی .....٦٧

شکل (٥-١): تصویری نمادین از نردبان دایمر شده با پله های مدول شده فضایی $J_{\perp}(n)$ و دایمر شدگی $\delta_{\circ}$ روی پاها برای (a) نردبان متناوب و (b) نردبان ستونی ..... ٧٧

شکل (٥-٢): گاف انرژی به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره مؤثر در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨١

شکل (٥-٣): مغناطش به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره اسپینی مؤثر در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨٣

شکل (٥-٤): گاف انرژی به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره دایمر شده XXZ در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨٥

شکل (٥-٥): مغناطش به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای زنجیره دایمر شده XXZ در حضور میدان مدول شده فضایی ..... ٨٦

شکل (٥-٦): مغناطش به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای نردبان اسپینی متناوب .....٨٩

شکل (٥-٧): پهنای سکوهای مغناطش به عنوان تابعی از پارامتر دایمر شدگی $(\delta_{\circ})$ برای نردبان اسپینی متناوب ٩٠

شکل (۵-۸): پارامتر نظم دایمر شدگی روی پله ها به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای نردبان اسپینی متناوب ..... ۹۲

شکل (۵-۹): مغناطش به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای نردبان اسپینی ستونی ..... ۹۳

شکل (۵-۱۰): پهنای سکوهای مغناطش به عنوان تابعی از پارامتر دایمر شدگی برای نردبان اسپینی ستونی..... ۹٤

شکل (۵-۱۱): پارامتر نظم دایمر شدگی روی پله ها به عنوان تابعی از میدان مغناطیسی یکنواخت برای نردبان اسپینی ستونی ..... ۹۵

شکل (۵-۱۲): منحنی مغناطش بلور $NH_4CuCl_3$ در دماهای مختلف ..... ۹٦

شکل (۵-۱۳): منحنی مشتق میدانی $(dM/dH)$ بلور $NH_4CuCl_3$ در دماهای مختلف و برای میدان مغناطیسی موازی با محور $(a)$ ..... ۹۷

# مقدمه

در طبیعت مواد به حالت های گوناگونی می توانند وجود داشته باشند که هر کدام از حالت ها را یک فاز مـی نـامیم. هـر فازی رفتار ماکروسکوپی مشخصی از خود نشان می دهد. با تغییر شرایط خارجی مثل دما، فشار، میدان مغناطیسی وغیـره می توان خواص ماکروسکوپی سیستم ها را به طور ناگهانی و غیر منتظره تغییر داد. به نقاطی که در آن ها این اتفـاق روی می دهد نقاط بحرانی گفته می شود. در این نقاط، سیستم از یک فاز به فاز دیگر می رود یا در اصطلاح گذار فاز روی می دهد. در میان انواع گذار فازهایی که اتفاق می افتد دسته ای از آن ها که در دمای صفر مطلق و توسـط یـک پـارامتر غیـر گرمایی روی می دهند از اهمیت ویژه ای برخوردارند. در ابتدا این موضوع فقط از نظر فیزیکدانان تئوری مورد توجه قرار گرفت اما بعد از چندی، بسیاری از مردم خصوصاً فیزیکدانان تجربی نیز به مطالعه چنین گذار فازهایی در دماهای نزدیک به صفر پرداختند. این گذار فازهایی که در دمای صفر مطلق روی می دهند تحت عنوان گذار فاز کوانتـومی شـناخته مـی شود. در این نوع گذار فازها، نظم فقط بر اثر افت و خیز های کوانتومی که ریشه در اصل عدم قطعیت هایزنبرگ دارنـد از بین می رود.

مدل های اسپینی، بستری مناسب برای مطالعه ی نقش افت و خیز های کوانتومی در بروز رفتار های مغناطیسی مواد واقعی می باشند. به ویژه مدل هایزنبرگ، قابلیت توصیف رفتار عایق های مغناطیسی در محدوده ی وسیعی از اندازه گیری ها را دارد.

کمیت های مهمی همچون بُعد شبکه، پارامتر ناهمسانگردی، بُرد بر هم کنش و اندازه اسپین ها در این مدل نقش بسزایی دارند. بسته به الکترون های پوسته اتم های شبکه، چندین الکترون می توانند ترکیبی تشکیل دهند که یک بر همکنش موثر اسپینی بزرگ با اسپین اتم های همسایه داشته باشند.

در عایق ها، برهمکنش ها اغلب کوتاه بُرد بوده و عمدتاً محدود به همسایه های اول و دوم می شوند اما آن چه تحت عنوان پارامتر ناهمسانگردی در مدل هایزنبرگ معرفی کردیم نتیجه شکست تقارن انتقالی و دورانی است و تحمیل این که اسپین ها غالباً در طول یک محور یا یک صفحه جهت گیری می کنند.

اغلب نمونه های جامد مورد استفاده در آزمایشگاه سه بُعدی هستند. در بعضی از این مواد، ساختار شبکه مغناطیسـی اتـم ها طوری چیده شده که می توان از برهمکنش ها در یک یا حتی در دو جهت صرف نظـر کـرد و ایـن کـار را بـه شـرط وجود برهمکنش های خیلی ضعیف در این جهات می توان انجام داد و با این تقریب می توان به مطالعه این مـدل هـا در یک یا دو بُعد پرداخت وگرنه، مدل یک بُعدی واقعی در طبیعت نداریم.

نمونه ای از مدل های یک بُعدی، زنجیره های اسپینی می باشند که مطالعه رفتار فیزیکی آن ها می تواند نکات جالبی به همراه داشته باشد و ما در این تحقیق به آن می پردازیم.

پدیده های گوناگونی کشف شدند که نتیجه ای از همبستگی قوی بین اسپین ها و افت و خیزهای کوانتومی قوی می باشند. در بین آن ها سکوهای مغناطیسی که به عنوان پدیده کوانتومی ماکروسکوپی شناخته می شوند هم از دیدگاه تئوری و هم تجربی بسیار مورد توجه قرار گرفته است.

سکوی مغناطیسی به این معناست که در یک محدوده مشخص از میدان های مغناطیسی که تحت عنوان میدان های بحرانی می شناسیم مقدار مغناطش سیستم در جهتی خاص تغییر نکند که اصطلاحاً گفته می شود در این محدوده میدانی، سکوی مغناطیسی داریم.

نقاط ابتدا (انتهای) سکوهای مغناطیسی معادل با نقاطی از منحنی گاف انرژی هستند که گاف باز( بسته) می شود. بنابراین عرض سکوهای مغناطیسی در منحنی مغناطش متناظر با پهنای گاف در منحنی گاف انرژی است.

اوشیکاوا و همکارانش شرطی ارائه دادند که بیان می کند زنجیره های اسپینی ناوردای انتقالی در حضور میدان های مغناطیسی می توانند دارای گاف باشند. مطالعه چنین گاف انرژی در زنجیره های اسپینی نیم صحیح خصوصاً اسپین $\frac{۱}{۲}$ پیامدهای فیزیکی جالبی به همراه خواهد داشت زیرا طبق حدس هالدین می دانیم سیستمی با اندازه اسپین نیم صحیح دارای برانگیختگی بدون گاف و چنان چه صحیح باشد دارای گاف می باشد.

بنابراین می توان تغییراتی در آرایش جفت شدگی زنجیره های اسپین $\frac{۱}{۲}$ بوجود آورد که طیف انرژی آن ها نیز دارای گاف شوند. حضور این گاف معادل با سکوی مغناطیسی در منحنی مغناطش می باشد.

دسته ای از تغییرات به این صورت است که قدرت جفت شدگی پیوندهای زنجیره به صورت تناوبی و وابسته به نقاط فضایی تغییر کند. از اینرو، با توجه به انتخابی که روی مدولاسیون فضایی انجام داده و با اعمال میدان مغناطیسی، شاهد سکوهای مغناطش کسری جدیدی خواهیم بود که همه آن ها از شرط اوشیکاوا تبعیت می کنند.

از آن جایی که حالت پایه سیستم در محدوده میدانی که سکو در آن واقع می شود تغییر نمی کند بنابراین انتظار می رود که حضور سکو در کمیت های فیزیکی دیگر همانند پارامتر نظم دایمر شدگی نیز وجود داشته باشد.

نردبان های اسپینی، نمونه ای دیگر از خانواده بزرگ سیستم های اسپینی محسوب می شوند که بین سیستم های یک بُعدی و دو بُعدی قرار می گیرند. این سیستم ها از تعداد متناهی زنجیره های هایزنبرگ روی پاها تشکیل شده اند که توسط برهمکنش تبادلی روی پله ها با یکدیگر جفت شده اند و دارای نمودار فاز غنی شده و جدیدی نسبت به سیستم های یک بُعدی و دو بُعدی مرسوم می باشند. وجود گاف انرژی، سکوی مغناطش و نقاط بحرانی کوانتومی مثال هایی از خواص کلیدی مشاهده شده در ترکیب های نردبانی هستند.

از این منظر مطالعه نردبان های دو پا با اسپین $\frac{1}{2}$ به دلیل وجود گاف در طیف برانگیختگی آن ها از اهمیت ویژه ای برخوردار است بنابراین در حضور میدان مغناطیسی، رفتار پیچیده ای بر این سیستم ها حاکم می شود که ناشی از اثرات کوانتومی می باشد. یکی از آثار کوانتومی جالب توجه در نردبان های اسپینی، سکوهای مغناطیسی هستند که هم از دیدگاه تئوری و هم تجربی مورد مطالعه قرار گرفتند. انتخاب نوع آرایش اسپینی به کار رفته در نردبان ها می تواند نتایج فیزیکی متفاوتی به همراه داشته باشد. این نوع آرایش می تواند شامل تغییرات در قدرت برهمکنش پله ها باشد به طوری که جفت شدگی روی پله ها به صورت مدول شده فضایی بوده و یا قدرت بر همکنش پاهای زنجیره به صورت دایمر تعریف گردند.

آن چه ما در این پایان نامه روی آن تمرکز کردیم این است که مدل هایی از زنجیره ها و نردبان های اسپینی ارائه دهیم که در آن ها بتوان سکوهای مغناطیسی کسری جدیدی مشاهده کرد. ارائه این مدل ها می تواند راهگشای مناسبی برای توجیه سکوهایی باشد که در نمونه های آزمایشگاهی دیده شده و تاکنون مدل تئوری مناسبی برای آن ها پیشنهاد نشده است. هم چنین مطالعه گذار فازهای موجود در این مدل ها می تواند نتایج فیزیکی جذابی به همراه داشته باشد.

این پایان نامه بر اساس پنج فصل تنظیم شده است.

فصل اول شامل مقدمه ای کوتاه بر سیستم های اسپینی می باشد. در این فصل مغناطیس به عنوان پدیده کوانتومی ماکروسکوپی معرفی شده و مدل هایزنبرگ به عنوان مدلی مناسب برای توصیف مغناطیس در عایق ها مطالعه می شود. هم چنین به این سوأل اساسی پاسخ می دهیم که چگونه برهمکنش های هایزنبرگ می توانند از نوع فرومغناطیس یا پادفرومغناطیس باشند؟

برای محاسبه ویژه حالت ها و ویژه مقادیر هامیلتونی جهت مطالعه سیستم های اسپینی لازم است که ابتدا نمایش هامیلتونی را در یک پایه مشخص کنیم. در فصل دوم خصوصیات پایه و روش های تولید آن را مورد بررسی قرار می دهیم. در ادامه فصل، به معرفی روش هایی برای مطالعه عددی سیستم های اسپینی پرداخته و نکات ضعف و قوت آن ها را بیان می کنیم. علاوه بر این به تفصیل، الگوریتم لنکشوز را که در محاسبات خود از آن بهره گرفتیم مورد مطالعه قرار داده و به مقایسه فضای حافظه جهت ذخیره عناصر ماتریس هامیلتونی، قبل و بعد از فرایند سه قطری کردن می پردازیم.

در فصل سوم، مدلی برای زنجیره های اسپین $\frac{1}{2}$ در دمای صفر ارائه می دهیم که در غیاب میدان مغناطیسی دارای گاف اسپینی باشد. این مدل به صورت زنجیره ی مدول شده شش تایی می باشد. به این معنا که قدرت بر هم کنش روی پیوند های زنجیره متفاوت بوده و سلول واحد شامل دوره تناوب شش تایی می باشد. با تغییر قدرت برهمکنش روی پیوندها به بررسی گذار فاز های موجود در این سیستم می پردازیم. محاسبه گاف اسپینی، نظم رشته ای و پارامتر نظم دایمر شدگی از توابع مورد محاسبه است که با روش عددی لنکشوز تعیین گردیدند. در انتهای این فصل به مقایسه نقاط بحرانی تعیین شده از روش تحلیلی بوزونیزه شدن و روش عددی لنکشوز می پردازیم.

اعمال میدان مغناطیسی بر چنین زنجیره متناوبی نتایج فیزیکی جالبی به همراه خواهد داشت که در فصل چهارم به آن می پردازیم. حضور دو سکوی کسری جدید در منحنی مغناطش که ناشی از مدولاسیون خاصی است که بر سیستم اعمال شده، از نتایج جالبی است که توسط روش تحلیلی بوزونیزه شدن نیز مورد تأیید قرار گرفته است. منحنی گاف، پارامتر دایمر شدگی، نظم رشته ای و تعیین نمای بحرانی گاف از دیگر موضوعات مورد بحث این فصل می باشد که به کمک روش عددی لنکشوز مطالعه شده اند. در بخشی دیگر از این فصل، به تعیین میدان های بحرانی به کمک روش اختلال مستقل از زمان پرداخته و در پایان، نتایج عددی برای میدان های بحرانی با نتایج روش اختلال مستقل از زمان مقایسه گردیدند.

در فصل پنجم به بررسی اثرات میدان مغناطیسی بر نردبان اسپینی با پاهای دایمر شده و پله های مدول شده فضایی می پردازیم. در این فصل دو نوع آرایه اسپینی متفاوت برای نردبان دایمر شده تعریف کرده و گذار فازهای موجود در این نردبان ها را مورد بررسی قرار می دهیم. سپس با نگاشت از هامیلتونی اصلی به هامیلتونی موثر، منحنی مغناطش و گاف انرژی زنجیره های XXZ و زنجیره دایمر شده XXZ مطالعه خواهد شد.