بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه شیراز

دانشکده مهندسی

پایان نامه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی راه و ساختمان (سازه های هیدرولیکی)

شبیه سازی عددی جریان آب کم عمق دو بعدی با بهره گیری از روش دیفرانسیل کوادرچر مبتنی بر توابع پایه شعاعی

توسط:

لادن همایون

استاد راهنما:

دکتر محمد جواد عابدینی

شهریور ماه ۱۳۸۷

به نام خدا

شبیه سازی عددی جریان آب کم عمق دو بعدی
با بهره گیری از روش دیفرانسیل کوادرچر مبتنی بر توابع پایه شعاعی

به وسیله:

لادن همایون

پایان نامه
ارائه شده به تحصیلات تکمیلی دانشگاه به عنوان بخشی
از فعالیت های تحصیلی لازم برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

در رشته:

سازه های هیدرولیکی

از دانشگاه شیراز

شیراز

جمهوری اسلامی ایران

ارزیابی شده توسط کمیته پایان نامه با درجه: عالی

دکتر محمد جواد عابدینی، دانشیار بخش مهندسی راه و ساختمان (رئیس کمیته) ....

دکتر سید محمد رضا هاشمی، استادیار بخش مهندسی آب ....

دکتر همایون امداد، استادیار بخش مهندسی مکانیک ....

شهریور ماه ۸۷

سپاسگزاری

خداوند بزرگ و مهربان را به خاطر یاری های بی شمارش سپاس می گویم. از او با تمـام وجـود تشکر می کنم، که هر چه خیر و نیکی به من می رسد از او ست.

از زحمات استاد ارجمند و عزیز، جناب آقای دکتر عابدینی صمیمانه تشکر می کنم. ایـشان نـه تنها در مقام استاد راهنما، در زمان انجام تحقیق، راهنما و مشوق بـسیار خـوبی بودنـد و بـا کمـال علاقهِ برای پیشبرد تحقیق مرا یاری کردند، بلکه به من درس های دیگری از جملـه نحـوه نوشـتن مقاله را یاد دادند و مانند پدری دلسوز، با پاکی، صداقت و بی ریـایی بـی نهایتـشان، درس هـایی از زندگی نیز آموختند. تشکر از این استاد عالی قدر، در قالب کلمات نمی گنجد.

از اساتید بزرگوار، جناب آقای دکتر هاشمی و جناب آقای دکتر امداد، به خاطر راهنمـایی هـای ارزشمندشان بی نهایت متشکرم. کمک های علمی این اساتید ارجمند، واقعاً راهگشا بود.

از جناب آقای دکتر Simon Neill از مرکز اقیانوس شناسـی، بـه خـاطر در اختیـار قـرار دادن نتایج برنامه POLCOMS بسیار ممنونم.

از استاد ارجمند، جناب آقای دکتر دانشمند به خاطر مطالب بسیار مفیدی کـه در کـلاس درس «روش های بدون المان» از ایشان آموختم سپاسگزارم.

از استاد بزرگوار، جناب آقای دکتر کریم آقایی تشکر می کنم. ایشان علاوه بر ایـن کـه در مقـام نماینده تحصیلات تکمیلی قبول زحمت کرده در جلسه دفاع حضور یافتند، بـا وجـودی کـه رشـته تخصصیشان برق است، سؤالات ارزشمندی را بیان کردند.

از استاد ارجمند و عزیز، جناب آقای دکتر انوار، که با حضور گرم و با محبت خودشان، به جلسه دفاع، لطف و صفای بی اندازه ای بخشیدند، صمیمانه تشکر می کنم. امیـدوارم کـه ایـشان در پنـاه خداوند همیشه سعادتمند باشند.

از تمام دانشجویان عزیزی که با حضور خودشان، به جلسه دفاع، ارزش و صـمیمیت بخـشیدند، متشکرم.

در پایان، از خانواده گرامی ام، خصوصاً پدر و مادر عزیزم که در حین انجام تحقیق، بسیار به من کمک کردند کمال تشکر را دارم.

چکیده

شبیه سازی عددی جریان آب کم عمق دو بعدی با بهره گیری از روش دیفرانسیل کوادرچر مبتنی بر توابع پایه شعاعی

به وسیله:

لادن همایون

مهندسان هیدرولیک، رودخانه و ساحل، در مواجهه با مسائل طراحی، نیاز به شبیه سازی عددی مجرا های آبی دارند. در این تحقیق، برای اولین بار، روش دیفرانسیل کوادرچر مبتنی بر توابع پایه شعاعی (RBF-DQ) برای حل معادلات دوبعدی آب کم عمق بکار گرفته شده است. این روش، نرخ همگرایی بالا و طبیعتی بی نیاز از شبکه دارد و برای شبیه سازی مجرا های آبی کوچک و بزرگ با هندسه های نامنظم مفید می باشد. توابع پایه شعاعی تا بینهایت هموار (Infinitely smooth) برای بکار گیری در این روش سودمند هستند. این توابع پایه شعاعی دارای یک یا چند پارامتر شکل هستند که مقادیر آنها به شدت روی دقت جواب تأثیر می گذارد. تحقیقات زیادی به منظور یافتن روشی برای تخمین مقادیر مناسبی برای این پارامترها انجام شده است. بعضی از محققان به کمک کمینه کردن خطای درون یابی، مقدار پارامترها را تخمین زده اند. این شیوه، هنوز در همه مسائل، کاربردی نشده است و محققان، غالباً ترجیح می دهند که مقادیر پارامترها را به وسیله سعی و خطا تعیین کنند. در تحقیق حاضر، تابع پایه شعاعی Multiquadric (MQ) به دلیل عملکرد خوب آن در درون یابی داده های پراکنده، به عنوان تابع پایه انتخاب شده است. به کمک کمینه کردن خطای درون یابی، روشی قدرتمند برای تخمین مقادیر مناسبی برای پارامترهای شکل، ارائه شده است. در این روش، سعی و خطا در مرحله درون یابی انجام می شود و نه در حل معادلات دیفرانسیل. با حل چند مثال عددی، روش RBF-DQ برای حل معادلات دوبعدی آب کم عمق، و نیز روش ارائه شده برای تخمین پارامترها مورد ارزیابی قرار گرفته است. پس از آن، روش RBF-DQ برای شبیه سازی مجرای آبی پیچیده و دارای شکل نامنظم تنگه Oresund که بین سوئد و دانمارک قرار دارد، بکار گرفته شده است. بهره گیری از روش RBF-DQ تنظیم شده، با استفاده از نقاط کم، منجر به نتایج خوبی برای عمق آب می شود، ولی نتایج دبی در واحد عرض و یا سرعت آب، از دقت کافی برخوردار نیستند. برای بدست آوردن جواب های دقیق تر، می توان از نقاط بیشتری به همراه روش RBF-DQ محلی استفاده کرد. در مواقعی که دیواره ها یا کف مجرای آبی ناهمواری های شدیدی داشته باشد، ممکن است جواب روش RBF-DQ واگرا شود. برای رفع این مشکل، می توان ناهمواری ها را به کمک روش های فیلتر کردن مکانی (Spatial filtering) هموار کرد.

RBF-Collocation یک روش عددی دیگر است که در آن برای حل معادلات دیفرانسیل از توابع پایه شعاعی استفاده می شود. این روش و روش RBF-DQ در نشریات به عنوان دو روش مستقل معرفی شده اند. در این تحقیق، نشان داده شده است که این دو روش، هم ارزند.

فهرست مطالب

فهرست جداول

فهرست شکل ها

۱- دیباچه

۱-۱- مقدمه

به نام خالق هستی که منشأ همه زیبایی ها است. با گذر زمان، پدیده های زیادی در عالم، در این کره خاکی و در طبیعت رخ می دهد و جهان پیوسته در تکاپو و تغییر است. بشر برای زندگی در این دنیای متغیر، همواره در جستجوی حقایق است و همیشه در تکاپو برای ایجاد شرایط حیات بهتر. بعضی از پدیده های دنیا، به آب ها که قسمت وسیعی از کره زمین را در بر گرفته اند، مربوط می شود. انسان برای تحلیل رفتار این محیط های آبی، از علوم ریاضی و فیزیک و دیگر علوم بهره گرفته و توانسته است بعضی قوانین حاکم بر رفتار این محیط ها را کشف نماید.[۱]

در این تحقیق نیز، مدلی برای شبیه سازی محیط های آبی که به کمک علوم ریاضی و فیزیک بدست آمده، مورد بررسی قرار گرفته است.

۱-۲- معرفی تحقیق

می دانیم بیش از $\frac{3}{4}$ سطح کره زمین را آب تشکیل می دهد. مدیریت و کنترل این محیط های آبی از امور خطیر و وظایف مهم مهندسان است. محیط های آبی در پیشرفت و توسعه کشورها نقش بسزایی دارند. به عنوان مثال، واردات و صادرات از طریق آب ها از اهمیت زیادی برخوردار است و توسعه مناطق نفت و گاز خیز در نواحی ساحلی مورد توجه کشورهای نفت خیز می باشد.

با توجه به این که محیط های آبی دائماً در حال تغییر هستند، برای مدیریت آنها به ساخت مدل فیزیکی یا عددی نیاز است. همچنین، به منظور مدیریت اکوسیستم تالاب ها، پیش بینی

[۱] البته باید توجه کرد که قسمتی از علم که تاکنون توسط بشر و با گذشت سال های زیاد کشف شده است، حتی قطره ای از دریای علمی که آفریده ی پروردگار است نیست. بنابراین تحقیق و جستجوی علم توسط بشر، همچنان ادامه دارد.

دقیق و بهنگام سیلاب و نیز برای طراحی سازه های هیدرولیکی، احتیاج به ساخت مدل وجـود دارد.

مدل عددی مزایای زیادی بر مدل فیزیکی دارد. به عنوان مثال، هزینه و زمان ساخت مـدل عددی کم است و با استفاده از آن، بررسی شرایط گوناگون بـه راحتـی امکـان پـذیر اسـت. در سال های اخیر، با توجه به مزایای مدل عددی بر مـدل فیزیکـی و نیـز پیـشرفت فـوق العـاده کامپیوترها، شبیه سازی عددی مورد توجه مهندسان قرار گرفته است.

شبیه سازی عددی به کمک یک مـدل ریاضـی انجـام مـی شـود. منظـور از مـدل ریاضـی، مجموعه معادلات و شرایط حاکم بر محیط مورد نظر می باشد. معادلات حاکم بر محـیط هـای آبی، معادلات Navier-Stokes در سه بعد است. این معادلات، برای شبیه سازی نواحی کوچک و محدود مورد اسـتفاده قـرار مـی گیـرد، بـه عنـوان مثـال، آب روی سـرریز سـدها یـا پـرش هیدرولیکی در حوضچه آرامش. معادلات Navier-Stokes برای شبیه سازی محیط های آبی با وسعت زیاد، قابل کاربرد نیست، چون حجم محاسـبات بـسیار زیـاد مـی شـود. بنـابراین بـرای شبیه سازی محیط های آبی وسیع، معادلات Navier-Stokes را سـاده سـازی مـی کننـد. بـه عنوان مثـال، بـرای مـدل کـردن آب هـای کـم عمـق، از معـادلات Navier-Stokes در عمـق انتگرال گیری می شود و معادلات آب کم عمق دو بعدی[1] بدست می آید.

فرضیات حاکم بر معادلات آب کم عمق دو بعدی در اینجا آورده شده است:

- آب، غیر قابل تراکم است.
- از شتاب عمودی صرفنظر می شود و توزیع فشار، هیدروستاتیک در نظر گرفته می شود.
- طول موجی که در آب کم عمق وجود دارد، بیش از ۲۰ برابر عمق آب است.
- فرمول Manning قابل کاربرد است.
- بتیمتری[2] ثابت است.
- شیب کف، ملایم است.

بعضی نواحی که با معادلات دو بعدی آب کم عمق، قابل شبیه سازی هستند عبارتند از:

- دهانه رودخانه ها و خلیج ها
- نواحی ساحلی
- دریاچه ها و تالاب ها
- تنگه ها
- نواحی سیلابی
- مناطقی که تحت تأثیر شکست سد قرار می گیرند

[1] 2D Shallow Water Equations (SWEs)
[2] Bathymetry

معادلات دو بعدی آب کم عمق، جواب تحلیلی ندارند و برای حل آنها از روش های عددی کمک گرفته می شود. تاکنون، برای حل معادلات آب کم عمق دو بعدی تلاش های زیادی انجام گرفته و روش های عددی مختلفی به خدمت گرفته شده است.

یکی از روش های بکارگرفته شده، روش مشخصه ها[1] (MOC) است. این روش در یک بعد، خوب عمل می کند ولی بکارگیری آن در دو بعد مشکل است. به عنوان مثال، Lai (۱۹۷۷)، Katopodes و Strelkoff (۱۹۷۸) و Matsoukis (۱۹۹۲) این روش را در دو بعد مورد استفاده قرار داده اند.

روش های تفاضل محدود[2](FD)، اجزاء محدود[3](FE) و احجام محدود[4](FV) روش های رایجی هستند که برای حل معادلات آب کم عمق دو بعدی بسیار مورد استفاده قرار گرفته اند. به عنوان مثال Xu و Shu (۲۰۰۶) از روش FD، Venutelli (۲۰۰۴) از روش FE و Baghlani و همکاران (۲۰۰۷) از روش FV برای شبیه سازی جریان آب در دو بعد سود جسته اند. در این روش ها، به تولید شبکه[5] نیاز است و برای ایجاد این شبکه، باید ضوابط خاصی رعایت شود. برای شبیه سازی محیط های آبی با هندسه نامنظم، برای رعایت این ضوابط، دشواری هایی به وجود می آید. علاوه بر این، در این روش ها به هنگام بکارگیری نقاط نامنظم در دامنه، نیاز به تبدیل[6] دامنه به دامنه ساده تر وجود دارد که باعث پیچیده شدن معادلات و افزایش حجم محاسبات می شود. با توجه به این که رودخانه ها، دریاچه ها و سواحل طبیعی شکل نامنظمی دارند توسل جستن به روش های مبتنی بر تولید نقاط محاسباتی[7] در مقایسه با روش های مبتنی بر تولید شبکه محاسباتی بسیار مفید خواهد بود.

روش دیفرانسیل کوادرچر[8](DQ) در سال های اخیر مورد توجه محققان قرار گرفته است (Hashemi و همکاران، ۲۰۰۸). به کمک این روش، با استفاده از نقاط کم، جواب های خوبی حاصل می شود، ولی بکارگیری روش DQ نیز در دامنه های نامنظم احتیاج به تبدیل دامنه به دامنه ساده تر دارد که در نتیجه معادلات، پیچیده و حجم محاسبات، زیاد می شود. شرح چگونگی این تبدیل در هنرجو (۱۳۷۸) آمده است.

در روش DQ مرسوم، به کمک توابع چند جمله ای[9] و یا مؤلفه های سری فوریه[10]، مشتقات جزئی تابع مجهول، در هر راستا، توسط یک ترکیب خطی از مقادیر تابع در محل نقطه های موجود در امتداد همان راستا بیان می شود. این امر استفاده از روش مذکور را محدود به مسائل

---

[1] Method Of Characteristics
[2] Finite Difference
[3] Finite Element
[4] Finite Volume
[5] Mesh generation
[6] Mapping
[7] Node generation
[8] Differential Quadrature
[9] Polynomial
[10] Fourier series

با دامنه منظم می کند. اگر در روش DQ از توابع پایه ای استفاده شود که در آنها الزامی به استقرار نقاط بر روی یک امتداد خاص نباشد، می توان از روش DQ برای تحلیل مسائل با هندسه نامنظم بهره جست. توابع پایه شعاعی[1] (RBFs) دارای این ویژگی هستند. با بکار گیری توابع پایه شعاعی در روش DQ، برای تخمین مشتقات تابع در هر راستا، تمام نقاط دامنه به خدمت گرفته می شوند. به این ترتیب مشکل هندسه نامنظم رفع می گردد.

روش DQ بر پایه توابع شعاعی، روش RBF-DQ نام دارد. این روش برای مسائلی در زمینه مکانیک سیالات مورد استفاده قرار گرفته است. در این تحقیق، با توجه به اطلاعات در دست، برای اولین بار، روش RBF-DQ برای حل معادلات دو بعدی آب کم عمق به خدمت گرفته شده است. این روش به دلیل بکارگیری DQ، با تعداد نقاط کم، جواب های خوبی نتیجه می دهد و بنابراین برای شبیه سازی محیط های آبی با وسعت زیاد، مناسب می باشد. همچنین، این روش به دلیل استفاده از توابع پایه شعاعی، بی نیاز از شبکه[2] است و به کمک آن به راحتی می توان محیط های آبی با هندسه نا منظم را مدل کرد.

توابع پایه شعاعی، انواع مختلفی دارند. تابع شعاعی Multiquadric (MQ) به دلیل عملکرد خوب در درون یابی[3] داده های پراکنده، در این تحقیق، به عنوان تابع پایه انتخاب شده است. این تابع شعاعی دارای یک پارامتر شکل می باشد که دقت روش RBF-DQ شدیداً به مقدار آن وابسته است. این پارامتر، یک مقدار بهینه دارد که به ازای آن خطای روش کمینه می شود. تاکنون مطالعات زیادی برای تعیین مقدار بهینه پارامتر شکل، انجام گرفته و روش های مختلفی ارائه شده است، ولی هنوز چگونگی تعیین مقدار بهینه پارامتر، مورد سؤال محققان است و مطالعه و جستجو در این زمینه ادامه دارد. در این تحقیق، به کمک کمینه کردن خطای درون یابی، یک روش قدرتمند برای تعیین مقدار مناسب پارامتر شکل ارائه شده است. روش ارائه شده برای تعیین پارامترهای فرم عمومی تابع MQ که در آن دو پارامتر شکل وجود دارد نیز مورد استفاده قرار گرفته است.

یکی دیگر از روش های عددی که توسط محققان گذشته برای شبیه سازی محیط های آبی مورد استفاده قرار گرفته است، روش RBF-Collocation می باشد. در این روش نیز از توابع پایه شعاعی بهره گرفته می شود. در نشریات، این روش و روش RBF-DQ به عنوان دو روش مستقل معرفی شده اند. در تحقیق حاضر، نشان داده شده است که این دو روش، هم ارز هستند.

در ادامه این کتابچه، در فصل دوم، مروری بر پیشینه تحقیقات در زمینه روش DQ و توابع پایه شعاعی آورده شده و در فصل سوم، به مبانی تئوری تحقیق پرداخته شده است. بعضی از

---

[1] Radial Basis Functions
[2] Meshfree
[3] Interpolation

مطالب فصل سـوم، برگرفتـه از تحقیقـات گذشـتگان و بعـضی دیگـر، حاصـل تحقیـق حاضـر می باشد. چند مسئله فرضی، با بکارگیری روش RBF-DQ، در فصل چهارم مورد تحلیـل قـرار گرفته است. فصل پنجم، به مطالعه موردی بر روی تنگه Oresund که بـین سـوئد و دانمـارک قرار دارد اختصاص یافته است. در این فصل، از روش RBF-DQ برای بررسی یک محـیط آبـی واقعی پیچیده بهره گرفته شده است. در پایان، نتایج کلی تحقیق، در فصل ششم تبیـین شـده است.

۲- مروری بر تحقیقات انجام شده

۲-۱- مقدمه

در فصل آغازین بیان شد که با بکارگیری روش DQ، با تعداد نقاط کم، جواب هـای خـوبی بدست می آید. در این فصل، دلیل این امر و نیز چگونگی روش DQ تبیین شده است. در بیـان چگونگی روش DQ، علت محدود شدن این روش به مسائل با دامنه های منظم نیز روشن شده است.

در دیباچه، همچنین ذکر شد که توابع شعاعی، توابع پایه خوبی بـرای روش DQ هـستند.[۱] این توابع، در فصل حاضر معرفی شده اند و بعضی ویژگی ها و کاربردهای آنها کـه از تحقیقـات پیشین حاصل شده، در اینجا گرد آوری شده است. تابع MQ که نسبت به دیگر توابع شـعاعی، عملکرد بهتری داشته و در این تحقیق مورد استفاده واقع شده، به طور خاص مورد بحـث قـرار گرفته است. درباره مشکل تعیین پارامتر شکل در توابع شعاعی، بیشتر توضیح داده شـده و بـه بعضی تحقیقات انجام گرفته در این زمینه اشاره شده است.

توابع پایه شعاعی برای درون یابی و نیز برای حل معادلات دیفرانسیل مـورد اسـتفاده قـرار گرفته اند. در اینجا، نحوه استفاده از این توابع در درون یابی، بیان شـده اسـت و دو روش حـل معادلات دیفرانسیل به نام های RBF-DQ و RBF-Collocation که در آنها از توابـع شـعاعی استفاده می شود معرفی شده اند. همچنین به فرم محلی (Local) روش RBF-DQ که توسـط محققان برای مواقعی که تعداد نقاط دامنه زیاد است پیشنهاد شده، اشاره شده است.

[۱] در صورت بکارگیری توابع پایه شعاعی در روش DQ، روش حاصل، RBF-DQ نام دارد.

۲-۲- پیشینه تحقیق

نظر به این که موضوع تحقیق، روش دیفرانسیل کوادرچر مبتنی بر توابع پایه شعاعی (RBF-DQ) می باشد، در قسمت پیشینه تحقیق، دو بخش روش دیفرانسیل کوادرچر و توابع پایه شعاعی گنجانده شده است.

۲-۲-۱- روش دیفرانسیل کوادرچر (DQ)

روش دیفرانسیل کوادرچر (DQ)، یک روش عددی برای حل معادلات دیفرانسیل است که برای اولین بار توسط Bellman و همکاران (۱۹۷۱ و ۱۹۷۲) ابداع شد. در این روش، مشتقات تابع در یک نقطه، بر حسب ترکیب خطی مقادیر تابع در نقاطی در کل دامنه (که در یک راستا قرار دارند) بیان می شود. این ایده، از روش انتگرال کوادرچر[1] گرفته شده است که در آن انتگرال یک تابع به وسیله ترکیب خطی مقادیر تابع در نقاطی در کل دامنه تخمین زده می شود. در ادامه، چگونگی روش DQ بیان شده است.

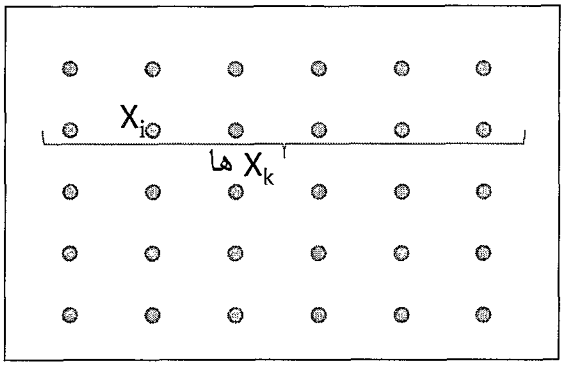
در روش DQ، مانند دیگر روش های عددی حل معادلات دیفرانسیل، ابتدا تعدادی نقطه در کل دامنه در نظر گرفته می شود. معادلات، برای این نقاط نوشته می شوند و مجهولات، مقادیر یک یا چند متغیر مجهول در این نقاط هستند. مشتقات تابع در هر نقطه نیز باید بر حسب مقادیر تابع در نقاط بیان شوند. منظور از تابع، همان متغیر مجهول است. در DQ مرسوم که توابع پایه آن، توابع چند جمله ای یا جملات سری فوریه یا توابعی مشابه آنها هستند، به عنوان مثال، مشتق nام تابع f نسبت به راستای x در نقطه $\mathbf{X}_i$ بصورت رابطه (۱) بیان می شود:

$$\frac{\partial^n f(\mathbf{X})}{\partial x^n}\bigg|_{\text{at }\mathbf{X}=\mathbf{X}_i} \cong \sum_{k=1}^{N_x} w_{i,k}^{(n)} f(\mathbf{X}_k) \qquad (۱)$$

که در آن N_x تعداد نقاط دامنه در راستای x است و $w_{i,k}^{(n)}$ها ضرایب ثابتی هستند که باید در مقدار تابع f در نقاط $\mathbf{X}_k$ ضرب شوند تا ترکیب خطی رابطه (۱) مشتق nام تابع f در نقطه $\mathbf{X}_i$ را تخمین بزند. نقاط $\mathbf{X}_k$، نقاطی از دامنه هستند که در امتداد خط راستی به موازات محور x که از نقطه $\mathbf{X}_i$ می گذرد قرار دارند (شکل ۱). در شکل ۱، اگر راستای افقی را راستای موازی با محور x و راستای عمودی را راستای y در نظر بگیریم، N_x برابر است با ۶. برای مسائلی که در مکان، دوبعدی هستند، داریم: $\mathbf{X}=(x,y)$ و هنگام محاسبه مشتق نسبت به x در نقطه $\mathbf{X}_i$، y برای تمام $\mathbf{X}_k$ ها مقداری ثابت دارد و برابر با y_i، یعنی y در نقطه $\mathbf{X}_i$ است. برای تخمین مشتق نسبت به y، از نقاط موازی با محور y استفاده می شود.

---

[1] Integral Quadrature



شکل ۱- نقاط کل دامنه، نقطه $\mathbf{X}_i$ و نقاط $\mathbf{X}_k$

روش DQ مرسوم، در حقیقت یک روش تفاضل محدود (FD) است که برای تخمین مشتقات تابع نسبت به راستایی خاص، از مقادیر تابع در تمام نقاط در آن امتداد استفاده می کند. بنابراین با تعداد نقاط مساوی در کل دامنه، روش DQ نسبت به روش FD که در هر امتداد، تنها از تعدادی نقطه و نه تمام نقاط استفاده می کند جواب های دقیق تری بدست می دهد، چون برای تخمین هر مشتق، از تعداد نقاط بیشتری استفاده می کند. نشان داده شده است که دقت روش DQ با توابع پایه چند جمله ای، برای تخمین مشتق مرتبه m، از مرتبه (N-m) است (Shu، ۲۰۰۰). N در اینجا تعداد نقاط در راستای مشتق مورد نظر می باشد. اصطلاحاً روش FD، که تنها از نقاط محدودی به منظور تقریب مشتق کمک می گیرد، محلی (Local) و روش DQ، کلی (Global) است. Hashemi و همکاران (۲۰۰۸) برای تحلیل امواج دریاچه مستطیل شکل، به کمک روش DQ، معادلات دو بعدی آب کم عمق را حل کردند و با تعداد نقاط کم جواب های خوبی بدست آوردند.

در توضیح روش DQ مرسوم بیان شد که در این روش، برای تخمین مشتق در راستایی خاص، از نقاط واقع در همان راستا استفاده می شود. این خصوصیت، برای مسائل در دو بعد و سه بعد، روش DQ مرسوم را محدود به دامنه های با شکل منظم می کند. البته در دامنه های با شکل نامنظم نیز می توان با تبدیل دامنه نامنظم به یک دامنه منظم، روش DQ مرسوم را بکار برد، ولی این کار، معادلات را پیچیده می کند و دشواری هایی در پی دارد. ایراد روش DQ مرسوم مناسب نبودن برای محیط های دو و سه بعدی با شکل نامنظم می باشد.

از آنجا که در طبیعت با محیط های آبی با شکل های کاملاً نامنظم مواجه هستیم، نیاز به راه حلی برای مسائل با هندسه نامنظم وجود دارد. یک راه برای رفع این مشکل، استفاده از توابع پایه شعاعی در روش DQ است. اگر توابع پایه شعاعی در روش DQ به خدمت گرفته شوند، برای بیان مشتق تابع در یک نقطه، از مقادیر تابع در تمام نقاط دامنه استفاده می شود. به عنوان مثال، در شکل ۱، برای بیان مشتق در نقطه X_i، از تمام ۳۰ نقطه دامنه استفاده می شود. به این ترتیب، هیچ قیدی برای شکل دامنه وجود نخواهد داشت و می توان به کمک توابع پایه شعاعی، به آسانی روش DQ را در دامنه های با اشکال پیچیده بکار گرفت.