



دانشگاه ارومیه

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد در گرایش نظری

موضوع :

تبادل نش در نظریه‌ی بازی کوانتومی

استاد راهنما :

دکتر هادی گودرزی

تنظیم و نگارش :

سیده سکینه رشیدی

بهمن ماه ۹۲

حق چاپ و انتشار مطالب این پایان نامه برای دانشگاه ارومیه محفوظ است.



تقدیم به

بهترین های زندگی ام

پدر بزرگوارم و مادر مهربانم

بابوسه ای بردستانشان

که همواره وجودم برایشان رنج بوده و وجودشان برایم همه عشق.

و تقدیم به

برادر خوبم که همواره مشوق من بوده و هستند.

تقدیر و تشکر

گویند زندگی زیباست، زیبا خواهد نوشت

من که کویم محنتی را در وجودم بی پروا نوشت، سینه ام را مال مال زد در سرشت

خداوند را با توفیق تلاش در سنگت، صبر در نویدی، رفیق بی بهره، جهاد بی سلاح، کار بی پادش، فلاکاری در سکوت، دین بی دنیا، مذہب بی عوام، عظمت بی نام، خدمت بی نان، ایمان بی ریا، خوبی بی نمود، گستاخی بی حامی، مناعت بی غرور، عشق بی هوس، تنهایی در انبوه جمعیت و دوست داشتن بی آنکه دوستت دارند، رعایت فرما، جان ماراضعای خود و دل مارا بهوای خود، و چشم ماراضعای خود، و ما را از فضل و کرم خود آن ده که آن به.

پاس از پدر بزرگوار و مادر مهربانم

آن دو فرشته ای که از خوارت ایشان گذشتند، سختی بار بار جان خریدند و خود را سپر لای مشکلات و ناملایات کردند و من هر چه بگو شتم نمیتوانم قطره ای از دیه ای بی کران مهربانیشان را پاس بگویم.

با اتقان یکسان از مساعدت های بی شائبی استاد راهنمای خوبم؛ جناب دکتر بلادی کوردزی که علی رغم سختی های کار و مشکلات خیلی زیادی که داشتم همیشه مشوق، حامی و سنگ صبورم بودن و علاوه بر فنیک و بازیهای کواتومی درس زندگی از شون آموختم و با نکته های دلایز و گفته های بلندشان، صحیفه های سخن را علم پرور نموده و بهواره را بنا و راه کشیم بودند.

پاس از خواهران خوبم و دوستان عزیزم: مریم خضروق، الهام سکرالی، پریش صفری، مریم سعادت، زهرا میرمحمدی، رزا سلیمانی و همی دوستان خوبم که در همی لحظه های تلخ و شیرین زندگی وجودشان برایم سرشار از مهر و محبت بوده و مهر آسایشان آرام بخش آلام زمینی ام است.

فهرست

۱	مقدمه
۵	فصل اول: تئوری بازی و نظریه کلاسیکی و کوانتومی
۵	۱-۱ نظریه بازی چیست؟
۵	۲-۱ هدف نظریه‌ی بازی
۶	۳-۱ تاریخچه
۶	۴-۱ نظریه بازی کلاسیکی
۸	۵-۱ نظریه بازی کوانتومی
۸	۱-۵-۱ تقسیم بندی تئوری بازی کوانتومی
۱۰	۲-۵-۱ مطالعات ترکیبی
۱۰	۱-۲-۵-۱ بازیهای کوانتومی در زیست شناسی
۱۰	۲-۲-۵-۱ شرط بندی کوانتومی
۱۰	۳-۲-۵-۱ تئوری بازی کوانتومی در اقتصاد
۱۰	۴-۲-۵-۱ تئوری بازی و اطلاعات کوانتومی
۱۱	۶-۱ کاربردها
۱۱	۱-۶-۱ علوم سیاسی و اقتصاد
۱۱	۲-۶-۱ زیست شناسی
۱۲	۳-۶-۱ علوم کامپیوتر و منطق

۱۲ ۱-۶-۴ فلسفه
۱۳ ۱-۷ نظریه‌ی بازی-
۱۳ ۱-۷-۱ نمایش بازیهای غیر مشارکتی-
۱۳ ۱-۸ آنالیز بازی از بهینگی تا تعادل-
۱۴ ۱-۸-۱ بهینگی پارتو-
۱۴ ۱-۸-۲ تعادل نش-
۱۵ ۱-۸-۳ بهترین واکنش-
۱۵ ۱-۸-۴ تعریف تعادل نش-
۱۶ ۱-۹ بازی کوانتومی و مفاهیم پایه-
۱۶ ۱-۹-۱ حالت-
۱۶ ۱-۹-۲ فضای هیلبرت-
۱۷ ۱-۹-۳ مشاهده‌پذیر-
۱۷ ۱-۹-۴ حالت خاص-
۱۸ ۱-۹-۵ حالت آمیخته-
۱۸ ۱-۹-۶ کیوبیت-
۱۹ ۱-۹-۷ درهم‌تنیدگی-
۲۱ فصل دوم: سیستم دو ذره‌ای در حالت اینرسیال
۲۱ ۲-۱ فرمالیسم بازی-

۲۲	-----۱-۱-۲ بازی زندانی
۲۳	-----۲-۱-۲ نمایش کوانتومی بازی زندانی
۲۵	-----۳-۱-۲ بازی کلاسیکی در نمایش کوانتومی
۲۶	-----۴-۱-۲ نتایج غیر کلاسیکی
۲۸	-----۲-۲ بررسی ویژگی‌های نقاط تعادل نش و نقطه مقابل تعادل نش
۲۸	-----۱-۲-۲ نقطه‌ی تعادل نش
۳۱	-----۲-۲-۲ نقطه‌ی مقابل تعادل نش
۳۳	-----فصل سوم: بررسی سیستم دو و سه ذره‌ای در حالت غیر اینرسیال تحت تاثیر نویز
۳۳	-----۱-۳ بررسی تعادل نش سیستم دو ذره‌ای تحت تاثیر نویز
۳۴	-----۱-۱-۳ محاسبات
۳۶	-----۲-۱-۳ بازی در یک محیط با نویز
۳۸	-----۳-۱-۳ نتایج و بحث
۴۲	-----۲-۳ سیستم سه ذره‌ای در حضور نویز
۴۲	-----۱-۲-۳ محاسبات
۴۴	-----۲-۲-۳ بازی در یک محیط با نویز
۴۵	-----۳-۲-۳ نتایج و بحث
۵۶	-----فصل چهارم: بررسی سیستم چهار ذره‌ای و سه ذره‌ای در حالت غیر اینرسیال
۵۶	-----۱-۴ بررسی تعادل نش در سیستم چهار ذره‌ای

۵۷ ۱-۱-۴ محاسبات
۶۰ ۲-۱-۴ نتایج و بحث
۶۵ ۲-۴ بررسی تعادل نش در سیستم سه ذره‌ای
۶۶ ۱-۲-۴ محاسبات
۶۹ ۲-۲-۴ نتایج و بحث
۷۳ نتیجه گیری
۷۵ مراجع
۸۲ چکیده انگلیسی

فهرست شکل ها

- ۱-۱ کره بلاخ نمایش کیوبیت‌ها را نشان می‌دهد.----- ۱۹
- ۱-۲ روند بازی کوانتومی زندانی.----- ۲۳
- ۲-۲ نتیجه بازیکن اول در بازی زندانی به ازای استراتژی‌های مختلف ----- ۳۰
- ۳-۲ نتیجه بازیکن اول در بازی زندانی به ازای استراتژی‌های مختلف ----- ۳۱
- ۱-۳ نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر ناهمدوسی و شتاب ----- ۳۹
- ۲-۳ نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر ناهمدوسی و شتاب.----- ۴۰
- ۳-۳ نتایج پروفایل‌های استراتژی بر حسب پارامتر ناهمدوسی در حد شتاب بی‌نهایت.----- ۴۱
- ۴-۳ تابع نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر ناهمدوسی و پارامتر دره‌متنیدگی.----- ۵۰
- ۵-۳ تابع نتایج بازیکنان برای حالت ناهمدوس بر حسب پارامتر دره‌متنیدگی و شتاب.----- ۵۱
- ۶-۳ تابع نتایج بازیکنان برای حالت همدوس بر حسب پارامتر ناهمدوسی و شتاب ----- ۵۱
- ۷-۳ تابع نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر ناهمدوسی ----- ۵۳
- ۸-۳ تابع نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر دره‌متنیدگی ----- ۵۳
- ۹-۳ تابع نتایج بازیکنان بر حسب پارامتر ناهمدوسی ----- ۵۴
- ۱-۴ دیاگرام فضای ریندلر.----- ۵۸
- ۲-۴ تابع نتایج برای حالتی که بازیکنان پروفایل استراتژی CDDD را بازی کنند ----- ۶۲
- ۳-۴ تابع نتایج برای حالتی که بازیکنان استراتژی Q را بازی کنند ----- ۶۴
- ۴-۴ تابع نتایج برای حالتی که بازیکنان استراتژی Q را بازی کنند ----- ۷۱

چکیده

تبادل نش مهم ترین ابزار تئوری بازی در تحلیل و پیش بینی نتایج بازی‌های کلاسیکی است. حالت‌های اولیه بازی نقش اساسی را در تعیین میزان بهره‌وری بازیکنان ایفا می‌کند و می‌توان نشان داد یک حالت اولیه‌ی مناسب می‌تواند در معادل کردن نقاط مختلف تعادلی موثر باشد.

در این پایان نامه ما اثر محیط و اثر آنرو را روی نتایج نهایی بازیکنان دو و سه ذره‌ای در مسئله‌ی پیچیده‌ی زندانیان کوانتومی مطالعه می‌کنیم اثر محیط روی درهم‌تنیدگی با کاهش مقادیر نویز یکنواخت می‌شود. ما نشان می‌دهیم برای حالت اولیه غیر درهم‌تنیده بازی کاملاً ناهمدوس شده و شتاب چارچوب بی‌تاثیر می‌شود و ماتریس نتیجه به ماتریس نتیجه کلاسیکی کاهش می‌یابد.

همچنین بازی کوانتومی را در شاخه‌ی نسبیتی برای سیستم سه ذره‌ای بررسی کرده و فرمالیسم آن را به سیستم چهار ذره‌ای تعمیم می‌دهیم در این حالت اثر آنرو را بر روی بازی کوانتومی مسئله زندانی برای هر دو حالت درهم‌تنیده و غیر درهم‌تنیده محاسبه می‌کنیم دیده می‌شود که وجود شتاب در مسئله تقارن بازی را به هم می‌زند.

مقدمه

معرفی زمینه‌ی مطالعاتی تئوری بازی کوانتومی در چند سال اخیر صورت گرفته و از آنجا که مطالعات جدی بر روی تئوری بازی از جانب فیزیکدانان ایرانی صورت نگرفته است، در گام اول سعی شده به اهمیت این شاخه از ریاضیات پرداخته شود و زمینه‌های مشترک بین فیزیک و تئوری بازی معرفی شود.

دانشی که به مطالعه دقیق بازیها می‌پردازد تئوری بازی^[۱-۱۳] نام دارد. تئوری بازی به مطالعه شرایطی می‌پردازد که دو بازیکن (یا بیشتر) برای دستیابی به نتیجه بهتر با هم رقابت می‌کنند. فرض شده است بازیکنان منطقی و نحوه بازی مبنی بر منافع شخصی هستند. هرگونه تصمیم‌گیری بازیکنان برای رسیدن به هدفشان مستلزم بکارگیری استراتژی برای آن بازی است. استراتژیها از برهمکنش سیستم‌ها حاصل می‌شود که طرح کاملی از برهمکنش‌ها و ماهیت ویژه آن بازی است. تصمیمات منطقی بازیکنان برای انتخاب استراتژیها منجر به دستیابی به بهترین نتیجه بازی می‌شود.

¹Game theory

نویمن^۲ با استفاده از روشهای بسیار پیچیده نشان داد که بهترین راهبرد در چنین بازیهایی این است که تمام گزینههای ممکن را بررسی کنیم، برترین نتیجه‌ای را که ممکن است از هر کدام حاصل شود را ارزیابی کنیم و سپس آنرا که کمتر از همه بد است، انتخاب کنیم. اگر یکی از حریفان بخواهد نتیجه بهتری بگیرد، خطر ضرر بیشتری را قبول می‌کند. در نتیجه استراتژی بیش-کم منطقی‌ترین گزینه است. این استراتژی مسئله پیش‌بینی رفتار حریف را هم حل می‌کند. چرا که بنا بر فرض حریفان همواره منطقی عمل می‌کنند، پس آنها هم استراتژی بیش-کم را اتخاذ خواهند نمود. اثبات قضیه بیش-کم^۳ توسط نویمن، او را به پدر نظریه بازی تبدیل کرد، اما خودش این را آغاز کار می‌دانست. در سال ۱۹۴۴ او به همراه اسکار مورگنسترن^۴، اقتصاددان اتریشی، کتاب نظریه بازی و رفتارهای اقتصادی را منتشر کرد که در آن، در پی آن بود تا تئوری بازی را مبنای رویکرد نوینی به علم اقتصاد قرار بدهد، چرا که در اقتصاد معمولاً دو یا چند حریف برای رسیدن به بهترین نتیجه با هم رقابت می‌کنند.

قضیه بیش-کم یک بازی با مجموع نتایج صفر است [۱۵ و ۱۴]. چرا که برد یکی دقیقاً برابر با باخت دیگری همراه است و با آنکه بسیاری از بازیها از این قاعده پیروی می‌کنند، اما تعداد زیادی از موقعیت‌های واقعی در زندگی چنین نیست. مثلاً در دو کشور در حال جنگ، اگر یکی از طرفین جنگ هسته‌ای را بکار بگیرد، نتیجه‌اش احتمالاً نابودی دو طرف خواهد بود. این قضیه در مقابل بازی‌هایی با مجموع غیر صفر سکوت می‌کند.

آیا برای پیدا کردن بهترین استراتژی در این بازیها راهی وجود دارد؟ پاسخ این سوال هم مثبت بود. جان نش^۵ در سال ۱۹۵۰ موفق شد قضیه اولیه بیش-کم نویمن را تعمیم دهد تا بازیهای با حاصل مجموع غیرصفر را نیز در برگیرد [۱۵]. نش نشان داد برای هر بازی، بین هر تعداد بازیکن، همواره حداقل یک راهبرد وجود دارد که اگر بازیکنی غیر آنرا انتخاب نماید قطعاً نتیجه بدتری را خواهد گرفت. این استراتژیها که امروزه به تعادل نش معروفند، در قلب نظریه بازی جای دارند [۱۶].

در این راستا در فصل اول روند پیشرفت و تکامل تئوری بازی در مدت حیاتش ذکر شده است و منابع مفیدی جهت مطالعه تئوری بازی معرفی شده است. مفاهیم کلی تئوری بازی بصورت اجمالی بیان شده‌اند و دیدگاه کلی نظریه پردازان در این زمینه علمی و چگونگی نگاه آنها به مسائل مختلف معرفی شده است.

در قدم بعدی انگیزه‌های اصلی جایگزینی بیت‌های کلاسیکی با کیوبیت‌ها در تئوری بازی بیان شده و سوالاتی که محققان در پی پاسخ دادن به آنها هستند را برخواهیم شمرد. مطالعات انجام شده در زمینه تئوری بازی کوانتومی را طبقه‌بندی کرده تا یک نگاه کلی به مسئله داشته باشیم و توضیحی کلی در مورد هر کدام از این زمینه‌ها داده شده است و منابع مفیدی نیز معرفی شده‌اند.

² Neumann

³ Max-mini

³ Oscar Morgenstern

⁴ John Forbes Nash

در فصل دوم با معرفی بازی‌های معروف تئوری بازی زمینه‌آشنایی بیشتر با تئوری بازی را فراهم کرده‌ایم و به بیان اسلوب و فرضیات کلی تئوری بازی پرداخته‌ایم. راه‌های مختلف و ابزارهای تئوری بازی در توصیف و تحلیل مسائل مورد بررسی قرار گرفته و با مثالهای متعدد بر مفاهیم کلی تاکید شده است. از آنجا که آشنایی قبلی در بیشتر موارد نسبت به تئوری بازی وجود ندارد سعی شده است با ارائه مثالهای روشن و متعدد زمینه شناخت هرچه بیشتر فراهم شود.

از آنجا که یکی از مهمترین و پرکاربردترین ابزارهای تئوری بازی مفهوم تعادل نش است به اجمال به این قضیه پرداخته‌ایم و در مثالهای متعددی نقاط تعادلی نش را تعیین کرده‌ایم. با توجه به قدرت زیاد این ابزار در پیش‌بینی بازی‌ها تعادل نش جایگاه ویژه‌ای در تئوری بازی کلاسیکی و کوانتومی دارد. به همین خاطر قبل از هر چیز در بازیهای کلاسیکی این نقاط را تعیین کرده و در مثالهای متعددی سعی شده است ویژگی‌های کلی و اساسی آن را بیان کنیم.

در همتندگی بین ذرات که از نظر فضایی جدا از هم هستند تنها منبع قدرتمند اطلاعات کوانتومی مختلف عملکردی و پروسه‌های محاسبه‌ای کوانتومی می‌باشد و رفتار آن در مجموعه‌ی نسبی در چارچوب‌های نالختی در حال حاضر تحت پژوهش و جستجو است. مطالعات در حال حاضر در چارچوب نالخت نشان می‌دهد که اثر آنرو⁶ در همتندگی بین مدهای مختلف میدان‌های مختلف را که ممکن یا ناممکن است در محدوده‌ی شتاب بی‌نهایت ناپدید شوند را از بین می‌برد [۲۲-۱۷]. مطالعات اثر محیط روی در همتندگی در چارچوب نالخت نشان می‌دهد که ناهمدوسی از بین رفتن در همتندگی را در اکثر موارد سریعتر می‌کند با این وجود تحت شرایط خاص در همتندگی ممکن است دوباره بوجود آید [۲۳].

در فصل سوم، ما اثر محیط، اثر آنرو را روی نتایج نهایی عملکرد بازیکنان در مسئله‌ی پیچیده زندانیان کوانتومی دو کیوبیتی و سه کیوبیتی را مطالعه می‌کنیم [۲۴]. اثر محیط روی در همتندگی با کاهش مقادیر نویز^۷ یکنواخت می‌شود. ما نشان می‌دهیم برای حالت اولیه غیر در همتندگی بازی کاملاً ناهمدوسی شده، و شتاب چارچوب در نتایج بازیکنان بی‌تاثیر می‌شود و ماتریس نتیجه به ماتریس نتیجه سیمتریک کلاسیکی کاهش می‌یابد موقعیت ناظر ساکن هیچ تاثیری روی عملکرد نهایی بازیکنان ندارد. ما نشان می‌دهیم که در حضور نویز بهترین استراتژی برای استراتژی کلاسیکی \hat{D} استراتژی کوانتومی \hat{Q} می‌باشد است. ما منشا تناقض بین نتایج [۲۵] و [۲۴]. را بررسی می‌کنیم و نشان می‌دهیم که در این بازی نسبی فاقد نویز حرکت معجزه‌آسای ایزرت^۸ [۲۴] یک بازی با حرکت برنده است. مسئله پیچیده زندانیان کلاسیکی حاصل جمع غیر صفر بازی دو بازیکن می‌باشد فضای استراتژی، همکاری (\hat{C}) و فرار (\hat{D}) می‌باشد بازیکنان (آلیس و باب) در معرض انتخاب حرکتی از طرف فضاهای استراتژی مربوط به خود هستند. حاصل عملکرد بازیکن نه تنها به حرکت خودش وابسته است بلکه به حرکت حریفش نیز بستگی دارد.

⁶Unruh

⁷Noise

⁸Eisert

اخيراً بازی کوانتومی به حوزه نسبیت راه پیدا کرده و نتایج جالبی بدست آمده است. سلمان خان^۹ و همکارانش مسئله زندانی را برای حالتی که یکی از بازیکنان در ناحیه شتابدار حرکت می‌کند و دیگری دارای سرعت ثابتی است حل و رفع کرده‌اند. آنها نشان دادند که استراتژیهای کلاسیکی در مقابل استراتژیهای کوانتومی، راهبرد غالبی می‌باشد [۲۶]. در فصل چهارم علاوه بر تحلیل فرمالیسم بازی و بررسی افزایش درهمنیدگی بر روی سیستم سه کیوبیتی و چهار کیوبیتی در حالت دو پارامتری، با در نظر گرفتن شرایط حاکم بر حالت دو پارامتری، پارامتر سوم را به سیستم اعمال کرده و افزایش درهمنیدگی را در این حالت بررسی می‌کنیم.

^۹Salman khan

فصل اول: تئوری بازی و نظریه بازی کلاسیکی و کوانتومی

۱-۱- نظریه بازی چیست؟

حتماً می‌دانید که پیروزی در هر بازی تنها تابع یاری شانس نیست، بلکه اصول و قوانین ویژه‌ی خود را دارد و البته هر بازیکن در طی بازی چه بداند و چه نداند سعی می‌کند با به کارگیری آن اصول خود را به برد نزدیک کند و صد البته در این میان کسی پیروز میدان خواهد بود که بیش از دیگران از این اصول بهره‌گیرد. شاید باور نکنید که قواعد حاکم بر بازی بزرگترها هم کمابیش همان قواعد حاکم بر بازیهای کودکان و مسابقات ورزشی است. رقابت دو کشور برای دست‌یابی به انرژی هسته‌ای، سازوکار حاکم بر روابط بین دو کشور در حل یک مناقشه‌ی بین‌المللی، رقابت دو شرکت تجاری در بازار بورس کالا، و... همه از جمله بازیهای هستند که بزرگترها تلاش می‌کنند در آن به پیروزی برسند. بازیهای تئوری بازی آن‌ها را مطالعه می‌کنند موجودات ریاضی خوش تعریفی هستند. یک بازی شامل مجموعه‌ای از بازیکنان، مجموعه‌ای از حرکات‌ها یا راهبردها و نتیجه‌ی مشخصی برای هر ترکیب از راهبردها می‌باشد.

۱-۲- هدف نظریه‌ی بازی

هدف نظریه بازی، بررسی رفتار منطقی بازیکنان در موقعیت‌های تعارض آمیز، یعنی تعیین راهبرد بهینه برای هریک از بازیکنان است. راهبرد بهینه برای بازیکن در نظریه بازی، آن راهبردی است که در صورت تکرار، به او اطمینان بدهد که بیشترین نتیجه میانگین امکان‌پذیر به دست می‌آید. استدلال برای انتخاب این راهبرد بر این فرض استوار است که حریف نیز دست‌کم همان قدر منطقی است که ما هستیم و برای جلوگیری از اینکه ما به هدف خود برسیم، به هر کاری دست می‌زند. تمام نتایج در نظریه بازی از این اصول به دست می‌آید.

۱-۳- تاریخچه

در سال ۱۹۲۱ یک ریاضیدان فرانسوی به نام امیل بورل^{۱۰} برای نخستین بار به مطالعه‌ی تعدادی از بازی‌های رایج در قمارخانه‌ها پرداخت و تعدادی مقاله در مورد آن‌ها نوشت. او در این مقاله‌ها بر قابل پیش‌بینی بودن نتایج این نوع بازی‌ها به طریق منطقی، تاکید کرده بود. اگرچه بورل نخستین کسی بود که به طور جدی به موضوع بازی‌ها پرداخت، به دلیل آن‌که تلاش پیگیری برای گسترش و توسعه‌ی ایده‌های خود انجام نداد، بسیاری از مورخین ایجاد نظریه‌ی بازی را نه به او، بلکه به جان ون نویمان ریاضیدان مجارستانی نسبت داده‌اند [۸]. آن‌چه نویمان را به توسعه‌ی نظریه بازی ترغیب کرد، توجه ویژه‌ی او به یک بازی با ورق بود. او دریافته بود که نتیجه‌ی این بازی صرفاً با تئوری احتمالات تعیین نمی‌شود. او شیوه‌ی بلوف زدن در این بازی را فرمول-بندی کرد. بلوف زدن در بازی به معنای راه‌کار فریب دادن سایر بازیکنان و پنهان کردن اطلاعات از آن‌هاست.

در سال ۱۹۲۸ نویمان به همراه اسکار مورگنسترن که اقتصاددانی اتریشی بود کتاب تئوری بازی‌ها و رفتار اقتصادی را به رشته‌ی تحریر در آوردند. اگرچه این کتاب صرفاً برای اقتصاددانان نوشته شده بود، کاربردهای آن در روان‌شناسی، جامعه‌شناسی، سیاست، جنگ، بازی‌های تفریحی و بسیاری زمینه‌های دیگر به زودی آشکار شد. نویمان بر اساس راهبردهای موجود در یک بازی ویژه، شبیه شطرنج توانست کنش‌های میان دو کشور ایالات متحده و اتحاد جماهیر شوروی را در خلال جنگ سرد، با در نظر گرفتن آن‌ها به عنوان دو بازیکن در یک بازی مجموع صفر مدلسازی کند. از آن پس پیشرفت این دانش با سرعت بیشتری در زمینه‌های مختلف پی گرفته شد و از جمله در دهه‌ی ۱۹۷۰ به‌طور چشم‌گیری در زیست‌شناسی برای توضیح پدیده‌های زیستی بکار گرفته شد. در سال ۱۹۹۴ جان نش به همراه دو نفر دیگر به خاطر مطالعات بدیع خود در زمینه‌ی تئوری بازی برنده‌ی جایزه نوبل اقتصاد شدند. در سال‌های بعد نیز برندگان جایزه‌ی نوبل اقتصاد عموماً از میان نظریه پردازان بازی انتخاب شدند.

۱-۴- نظریه‌ی بازی کلاسیکی

نظریه بازی مجموعه‌ای از ابزارهای آنالیز و تحلیل است که امکانات وسیعی برای توضیح و پیش‌بینی در شرایط تصمیم‌گیری‌های متقابل مهیا می‌کند هنگامی که ارزیابی، هدف و علایق بازیکنان در مقابل یکدیگر قرار گیرد تئوری بازی کاربردهای مؤثری در رشته‌های مختلفی همچون زیست‌شناسی تکاملی و روان‌شناسی، علوم سیاسی و استراتژی‌های نظامی، مردم‌شناسی و اقتصاد دارد.

معرفی تئوری بازی به عنوان یک موضوع تحقیقاتی فیزیکی نسبتاً دیر صورت پذیرفت چون از طرفی فیزیک، خصوصاً فیزیک آماری باید راهی را به سمت زمینه‌های مطالعاتی جدید باز می‌کرد و از طرفی خود نظریه‌ی بازی باید به آن اندازی از بلوغ می‌رسید که در مواجهه با مسایل پیچیده‌ی فیزیکی ابزار لازم را داشته باشد. دو رشته‌ی جدید فیزیک اقتصادی و فیزیک جامعه متولد شدند و همراه با فیزیک زیست‌شناسی که از سابقه‌ی بیشتری برخوردار است با هدفی مشخص به دنبال استفاده از ساختار فیزیکی در پردازش سوالاتشان در تحقیقات مختلف راجع به مسائل برآمدند که به طور سنتی با آن در ارتباط بوده‌اند و به طور وسیعی در تئوری بازی کلاسیکی و تکاملی فرمول بندی شده است [۲۷].

¹⁰Emile Borel

تولد تئوری بازی معمولاً به کتاب مهم فان نیومن و مورگنسترن [۲۸] نسبت داده می‌شود. در واقع این کتاب اولین مقاله‌ی جامع بود که با میدان دید نسبتاً وسیعی به نظریه بازی پرداخته بود هر چند که افراد دیگری نیز از سالیان پیشتر کارهای مختلف در این زمینه انجام داده بودند. اقتصاددان فرانسوی آگوستین کورنات^{۱۱} با استفاده از نسخه‌ی محدود شده‌ای از مفهوم تعادل نش، مسئله‌ای کمی در تصمیم‌گیری را در سال ۱۸۳۸ حل کرده بود. مسئله‌ی بازی‌های مشارکتی در سال ۱۸۸۱ توسط یسیدر و ادجورث^{۱۲} مورد بررسی قرار گرفته است. مفهوم استراتژی‌های مخلوط و راه حل بیش-کم برای بازی‌های دونفره مجموع-صفر ابتدا توسط امیل بورل پرداخته شده بود. اولین قضیه در تئوری بازی توسط زرملو^{۱۳} در سال ۱۹۱۳ در مورد بازی شطرنج اثبات شد. تاریخ ابتدایی تئوری بازی را می‌توان در کتاب ویلیام پوندستون^{۱۴} یافت [۲۹].

مرحله بسیار مهمی در حیات نظریه‌ی بازی ابتکار جان نش در مورد مفهوم استراتژی‌های تعادلی برای بازی‌های غیر مشارکتی است. تعادل نش چینی از استراتژی‌هاست که هیچ کدام از بازیکن‌ها تمایل ندارند به طور شخصی آن را برهم زند. به واقع در تعادل نش هر کدام از استراتژی‌ها بهترین پاسخ در مقابل یکدیگر هستند. علاوه بر تعریف استراتژی تعادلی نش اثبات کرد که همواره چنین استراتژی تعادلی در بازی‌های غیر مشارکتی وجود دارد. تعادل نش و بسط‌های متعاقب آن یک حل برای بازی ارائه می‌کند به عبارت دیگر بهترین پیش بینی را برای خروجی در یک شرایط تصمیم‌گیری ارائه می‌دهد.

مفهوم تعادل نش قدرت پیش‌بینی نسبتاً خوبی در بازی‌های استاتیک دارد که در آن اطلاعات کاملی از بازی در دست تمام بازیکنان^{۱۵} است. با گسترش بازی‌ها دو مسئله‌ی جدیدی ظهور کردند که اولی بازی‌های دینامیک و دومی بازی‌هایی بودند که بازیکن‌ها اطلاعاتی ناقص از شرایط بازی^{۱۶} داشتند. در بازی‌های دینامیک گذشت زمان نقش بازی می‌کند. در این بازی‌ها مفهوم ساده‌ی تعادل در بعضی موارد خروجی‌های غیر معتبری را پیش‌بینی می‌کند. سلتن^{۱۷} برای حذف این تعادل‌های بی‌معنی، مفهوم تعادل نش کامل زیر بازی را معرفی کرد، که لازمه‌ی آن وجود بهینگی از نوع نش در تمام زیر بازی‌های ممکن است [۳۰].

۱-۵- نظریه‌ی بازی کوانتومی

در همان سال‌های مطالعه بر روی تئوری بازی، فان نیومن [۳۱] سهم مهمی در معرفی مکانیک کوانتومی داشت که شاخه‌ای از فیزیک است که در سال‌های ۱۹۲۰ برای فهمیدن دنیای اتم‌ها و مولکول‌ها توسعه یافت. با این احوال نظریه‌ی بازی و مکانیک کوانتومی به عنوان دو رشته‌ی مجزا و کاربردهای متفاوت پیشرفت کردند.

¹¹ Augustin Cournot

¹² Ysidro Edgeworth

¹³ E. Zermelo

¹⁴ William Poundstone

¹⁵ Complete information

¹⁶ Incomplete information games

¹⁷ Selten

سال‌های اولیه‌ی پیشرفت در هر دو شاخه، زمینه‌ی کاری مشترکی را به همراه نداشت. بیشتر از پنجاه سال بعد محاسبات کوانتومی [۳۲-۳۴] در سال‌های ۱۹۸۰ به عنوان رشته‌ای جدید در تحقیقات پیشرفت کرد که عناصر مکانیک کوانتومی و نظریه‌ی محاسبات را ترکیب می‌کرد [۳۵]. علوم کامپیوتر نیز به صورت گسترده‌ای از نظریه‌ی اطلاعات کوانتومی استفاده کردند [۳۶].

بیت‌های کلاسیکی عناصر بنیادی هستند که به عنوان ابزارهای فیزیکی در اطلاعات کلاسیکی مورد استفاده قرار می‌گیرند. از طرف دیگر اطلاعات کوانتومی، از بیت‌های کوانتومی^{۱۸} به عنوان ابزار فیزیکی بهره می‌جوید. مسائل نظریه‌ی بازی کلاسیکی می‌تواند به عنوان یک دستگاهی که از بیت‌های کلاسیکی استفاده می‌کند، بیان کرد و اولین سوالی که در ذهن برانگیخته می‌شود این است که، چگونه می‌توان که این دستگاه را با استفاده از کیوبیت‌ها بر پا کرد و نتایج استفاده از آنها به جای بیت‌های کلاسیکی چه خواهد بود.

محاسبات کوانتومی و پیشرفت‌های اطلاعات کوانتومی محیطی را فراهم آورد که اثرات متقابل دو زمینه‌ی متفاوت مطالعاتی فان نیومن، یعنی مکانیک کوانتومی و نظریه‌ی بازی را نمایش دهد. به طوری که برخی از پروتکل‌های ارتباطی کوانتومی و الگوریتم-هایش به زبان نظریه بازی دوباره فرمول‌بندی شدند [۴۲-۴۷]. نخستین روش‌ها برای کوانتیزه کردن بازی‌های معروف کلاسیکی معرفی شدند [۴۳، ۴۴]. ایزرت بازی معروف معمای زندانی^{۱۹} را مطالعه کرد و بر روی موضوع تعادل نش تمرکز کرده است. در کارهای دیگری از تئوری بازی کوانتومی [۴۵-۴۷] نیز به این موضوع پرداخته شده است. مقاله مهم میر^{۲۰} این انگیزه را برانگیخت که به بازی‌ها از منظر کوانتوم پرداخته شود. او نشان داد که در یک بازی ساده چگونه یک بازیکن با استراتژی‌های کوانتومی همیشه می‌تواند برنده‌ی بازی باشد.

۱-۵-۱- تقسیم بندی تئوری بازی کوانتومی

کارهای صورت گرفته در زمینه‌ی بازی‌های کوانتومی را می‌توان در سه دسته‌ی اصلی طبقه بندی کرد:

الف) بازی‌های غیر محلی^{۲۱}

این بازی‌ها دسته‌ی خاصی از بازیهای غیر مشارکتی هستند، در این بازی‌ها هر کدام از دو یا چند بازیکن یک ورودی شخصی بر اساس یک تابع توزیع معین خواهد داشت و خروجی‌های هر بازیکن متغیرهای احتمالاتی خواهند بود و یک همبستگی معین بین ورودی‌ها و خروجی‌ها خواهیم داشت. هدف اصلی طراحی و مطالعه‌ی این بازی‌ها بیان این نکته است که بعضی از همبستگی-هایی که به وسیله‌ی درهم‌تنیدگی کوانتومی می‌توان دست یافت را نمی‌توان با متغیرهای کلاسیکی تصادفی به دست آورد و

¹⁸qubit

¹⁹Prisoner's Dilemma

²⁰Meyer

²¹Non-local games

بنابراین می‌توان مثال‌های بیشتری برای قضیه‌ی بل^{۲۲} [۴۸] آورد که نظریه‌ی انشتین را که می‌خواست مکانیک کوانتومی را با متغیرهای پنهان مدل‌بندی کند، را نقض کند. در سال‌های اخیر بازی‌های غیر محلی مختلفی معرفی شده‌اند [۵۳-۴۹].

(ب) کوانتیزه کردن بازی‌ها

مدل‌های مختلفی برای کوانتیزه کردن بازی‌های کلاسیکی ارائه شده است. به طور کلی در یک بازی کلاسیکی با K بازیکن هر بازیکن i یک مجموعه از استراتژی‌های S_i در اختیار دارد. تابع نتیجه^{۲۳} u_i مقدار سودمندی بازیکن را مشخص می‌کند، وقتی هر کدام از آنها استراتژی دلخواه خود را انتخاب کرده باشند. چندین مدل برای کوانتیزه کردن بازی‌ها ارائه شده است. خط مشی اصلی، گسترش فضای استراتژی بازیکنان به فضای هیلبرت و تجهیز بازیکنان به استفاده از عملگرهای کوانتومی است. سرانجام یک اندازه‌گیری که پایه‌های متعامد آن براساس تابع نتیجه کلاسیکی شکل گرفته است، سهم هر کدام از بازیکنان را مشخص می‌کند. این روند در مقاله‌ی اصلی ایزرت تکمیل شده است [۴۴] و مطالعات دیگری نیز بر روی این مدل‌های مشابه انجام شده است.

(ج) بازی‌های ترتیبی^{۲۴} کوانتومی

میر در مقاله‌ی اصلی خود [۴۳]، نشان داد که اگر در بازی سکه یکی از بازیکنان بتواند از استراتژی‌های کوانتومی استفاده کند در حالی که بازیکن مقابل محدود به استفاده از استراتژی‌های کلاسیکی باشد، بازیکن کوانتومی می‌تواند به طور حتم برنده‌ی بازی باشد و قدرت استراتژی‌های کوانتومی را نمایش دهد. در زمینه‌ی بازی‌های ترتیبی کارهایی دیگر نیز انجام گرفته است [۵۴، ۵۵].

۱-۵-۲- مطالعات ترکیبی

بعضی از کارهای صورت گرفته حالت ترکیبی دارند که در ذیل بعضی از آنها عنوان شده‌اند.

۱-۵-۲-۱- بازی‌های کوانتومی در زیست‌شناسی

حداقل دو دلیل وجود دارد که بعضی از سیستم‌های زیستی بتوانند رفتارهای شبه کوانتومی داشته باشند. در مرحله‌ی اول امکان تاثیر گذاری درهمتنیدگی کوانتومی و ناهمدوسی بر فرآیندهای مولکولی وجود دارد. از طرفی این مکان نیز وجود دارد که توصیف تحولاتی جمعیتی از اشخاص که باهم اندرکش دارند بر مبنای کوانتومی آن دقیق‌تر از توصیف احتمالاتی آن باشد.

²²Bell

²³Pay-off

²⁴Lay outly