



۱۳۰۷

دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

دانشکده مهندسی عمران

پایان نامه دوره کارشناسی ارشد مهندسی عمران - گرایش سازه

تحلیل استاتیکی تیرهای کامپوزیتی شامل لایه‌های پیزوالکتریک برشی

استاد راهنما:

دکتر سید بهرام بهشتی اول

نگارش:

سیلدا شهوقار اصل

۸۸۲۰۳۲۴

بهمن ۱۳۹۰

الله أكبر

فهرست مطالب

فصل اول: مقدمه

۱.....

فصل دوم: پیزوالکتریسیته و معادله‌ی ساختاری ماده پیزوالکتریک برشی

۶-۱-۲- مقدمه ۶

۶-۲-۲- دسته‌بندی مواد پیزوالکتریک ۶

۸-۳-۲- اثر پیزوالکتریسیته از دیدگاه میکروسکوپیک ۸

۱۲-۴-۲- فرآیند قطبی‌سازی و دمای کوری جسم پیزوالکتریک ۱۲

۱۵-۵-۲- بدست آوردن معادله ساختاری جسم پیزوالکتریک ۱۵

۱۵-۱-۵-۲- اثر مستقیم پیزوالکتریک ۱۵

۱۸-۲-۵-۲- اثر معکوس پیزوالکتریک ۱۸

۱۹-۶-۲- رفتار مواد پیزوالکتریک تحت آزمایش‌های کشش و فشار ۱۹

۲۰-۷-۲- نحوه فعالیت پیزوالکتریک برشی به عنوان حسگر و عملگر در سازه‌های مرکب ۲۰

۲۱-۸-۲- کاربرد مواد پیزوالکتریک برشی در صنعت ۲۱

فصل سوم: مرور ادبیات فنی

۲۶-۱-۳- مقدمه ۲۶

۲۷-۲-۳- مدل‌های ارائه شده جهت تحلیل سازه‌های مرکب چندلایه ۲۷

۲۸-۱-۲-۳- تئوری‌های معادل صفحات تک لایه ۲۸

۳۱-۲-۲-۳- تئوری‌های لایه‌ای (LW) ۳۱

- ۳۲-۳-۲-۳- تنویری‌های زیگزاگ ۳۲
- ۳۳-۳-۲-۳-۱- مدل‌های مبتنی بر LMT ۳۳
- ۳۶-۳-۲-۳-۲- مدل‌های مبتنی بر AMT ۳۶
- ۳۷-۳-۳-۲-۳- مدل‌های مبتنی بر فرمولاسیون ترکیبی ریسر ۳۷
- ۴۰-۳-۲-۳- تنویری‌های مبتنی بر اصل برهم نهی مضاعف ۴۰
- ۴۲-۳-۳- مدل‌های ارائه شده جهت تحلیل تیرها و صفحات مرکب پیزوالکتریک برشی ۴۲

فصل چهارم: مدل اصلاح شده مرتبه بالای پیشنهادی جهت تحلیل استاتیکی تیرهای مرکب

چندلایه شامل لایه پیزوالکتریک برشی

- ۵۰-۴-۱- مقدمه ۵۰
- ۵۲-۴-۲- هندسه و دستگاه مختصات ۵۲
- ۵۳-۴-۳- معادلات ساختاری ۵۳
- ۵۴-۴-۴- تقریب پتانسیل الکتریکی در لایه‌های پیزوالکتریک ۵۴
- ۵۵-۴-۵- تقریب مولفه‌های تغییرشکل ۵۵
- ۵۶-۴-۶- اعمال شروط پیوستگی ۵۶
- ۵۶-۴-۶-۱- اعمال شرایط پیوستگی مولفه‌های تغییرشکل ۵۶
- ۵۶-۴-۶-۲- اعمال شرط پیوستگی تنش برشی ۵۶
- ۶۰-۴-۶-۳- اعمال شرایط پیوستگی تنش نرمال عرضی و مشتق آن ۶۰
- ۶۶-۴-۷- مولفه‌های تانسور کرنش ۶۶
- ۶۷-۴-۸- مدل اجزا محدود ۶۷
- ۷۱-۴-۹- معادلات حاکم ۷۱
- ۷۳-۴-۱۰- معادلات تعادل ۷۳

۷۳-۱۱-۴- جمع‌بندی ۷۳

فصل پنجم: بحث و بررسی نتایج

۷۵-۱-۵- مقدمه ۷۵

۷۶-۲-۵- تیر ساندویچی دو سر مفصل با هسته پیزوالکتریک برشی تحت بارگذاری مکانیکی ۷۶

۸۹-۳-۵- تیر ساندویچی دو سر مفصل با هسته پیزوالکتریک برشی تحت بارگذاری الکتریکی ۸۹

۱۰۳-۴-۵- تیر ساندویچی یکسر گیردار با هسته پیزوالکتریک برشی ۱۰۳

۱۱۴-۵-۵- تیر ساندویچی هوشمند ۱۱۴

فصل ششم: نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای ادامه تحقیقات

۱۱۸-۱-۶- نتیجه‌گیری ۱۱۸

۱۱۹-۲-۶- پیشنهادهایی برای ادامه‌ی تحقیقات ۱۱۹

۱۲۱- پیوست ۱۲۱

۱۲۷- فهرست مراجع ۱۲۷



K. N. Toosi University of Technology
Civil Engineering Department
Structural Engineering Division

**Static analysis of composite beams with embedded shear
piezoelectric layers**

By:

Silda Shahvagher Asl

Under the supervision of:

Dr. Bahram Beheshti Aval

January 2012

تقدیر به

مادر مهربان و پدر گرامیم که هر چه دارم از آنهاست

و

همسر عزیزم که همواره در کنار من بوده است

تشکر و قدردانی

سپاس می‌گویم خداوند بزرگ و بلندمرتبه را که توفیق گام نهادن در گوشه‌ای از دنیای بیکران علم را به من عطا نمود. به این امید که تلاش من مثمر ثمر واقع شود.

در اینجا بر خود لازم میدارم که از زحمات بی‌دریغ، تلاش‌های بی‌وقفه و راهنمایی‌های ارزشمند استاد ارجمندم جناب آقای دکتر بهشتی قدردانی و سپاسگزاری نمایم و برای ایشان آرزوی سلامتی و سعادت می‌نمایم.

همچنین از پدر و مادر بزرگوار و همسر عزیزم که در طول این سال‌ها همیشه پشتوانه و مشوق بنده در راه تحصیل علم بوده و با کمک‌های شایان خود مرا در این راه یاری نموده‌اند، کمال تشکر را دارم و از خداوند منان می‌خواهم که به من توانی دهد بلکه بتوانم گوشه‌ای از محبت‌هایشان را جبران کنم. در انتها وظیفه خود می‌دانم که از زحمات کلیه کسانی که به نحوی در انجام این پایان‌نامه مرا یاری نموده‌اند به ویژه آقای دکتر لزگی سپاسگزاری نمایم.

چکیده

در سال‌های اخیر، استفاده از مواد پیزوالکتریک در ساخت سازه‌های هوشمند افزایش چشمگیری یافته است. سازه ساندویچی هوشمند نوعی از سازه‌های موردنظر می‌باشد که در آن از خاصیت برشی مواد پیزوالکتریک استفاده شده است.

در تحقیق موردنظر، تئوری اصلاح شده مرتبه بالایی جهت تحلیل استاتیکی تیرهای مرکب چند لایه و ساندویچی شامل لایه‌های پیزوالکتریک برشی ارائه شده است. از آنجایی که نیروی محرک از طریق سطوح مشترک لایه‌ها انتقال پیدا می‌کند، تنش‌های عرضی از جمله تنش نرمال عرضی دارای اهمیت زیادی می‌باشند. از اینرو در تئوری موردنظر اثرات تنش‌ها و کرنش‌های نرمال عرضی، همچنین انعطاف‌پذیری جانبی تیر نیز در نظر گرفته شده است. علاوه بر این به منظور اعمال اثرات الکتریکی و افزایش دقت محاسبات، اثرات کرنش برشی القایی در لایه‌های پیزوالکتریک برشی نیز در فرمولاسیون لحاظ شده است. برخلاف بسیاری از تئوری‌های ارائه شده‌ی موجود، شرایط پیوستگی بین لایه‌ای تمامی مولفه‌های تغییرشکل و تنش‌های عرضی در حضور میدان الکتریکی محوری، برآورده گشته است. همچنین در مدل معرفی شده شرایط مرزی غیر صفر تنش‌های عرضی برشی و قائم بر روی سطوح بالا و پایین تیر نیز برآورده شده است.

در تئوری موردنظر، مولفه محوری تغییرشکل از ترکیب یک چند جمله‌ای، یک عبارت نمایی و یک عبارت شامل مجهولات الکتریکی لایه‌های پیزوالکتریک، تشکیل شده است. مولفه عرضی تیر نیز از ترکیب یک چند جمله‌ای پیوسته‌ی مرتبه چهار به‌مراه یک عبارت که شامل مشتق اول مجهولات الکتریکی می‌باشد، تشکیل شده است. در راستای ضخامت هر لایه‌ی پیزوالکتریک نیز یک پتانسیل الکتریکی مرتبه دوم در نظر گرفته شده است. از جمله دیگر مزیت‌های مدل پیشنهادی این است که تعداد مجهولات مکانیکی آن مستقل از تعداد لایه‌هاست. علاوه بر این، مدل اجزا محدود بکار گرفته شده نیز عاری از پدیده‌ی قفل شدگی برشی می‌باشد.

به منظور صحت سنجی تئوری موردنظر، نتایج بدست آمده از مدل پیشنهادی با نتایج حاصل از تحلیل پیزوالاستیسیته و نیز نتایج حاصل از تحلیل اجزا محدود (ABAQUS) مقایسه شده‌اند. بدین منظور نمونه‌های مختلفی از تیر ساندویچی هوشمند که پارامترهای هندسی، شرایط مرزی و بارگذاری مکانیکی و الکتریکی آن‌ها با یکدیگر متفاوت‌اند انتخاب و تحلیل استاتیکی آن‌ها با استفاده از مدل پیشنهادی انجام شده است. مقایسه نتایج نشان می‌دهد که مدل پیشنهادی علاوه بر کم هزینه بودن به لحاظ محاسباتی قادر است پاسخ الکترواستاتیکی تیرهای ساندویچی شامل هسته پیزوالکتریک برشی را با دقت بسیار بالایی تحت شرایط مرزی مختلف الکتریکی و مکانیکی پیش بینی نماید.

کلمات کلیدی: اجزا محدود، پیزوالکتریک برشی، تیرهای مرکب چند لایه و ساندویچی، تنش‌های

عرضی برشی و قائم، شرایط مرزی غیر همگن تنش‌های برشی عرضی

فهرست جدول‌ها

- جدول ۱-۲: مشخصات مکانیکی PZT-5A ۸
- جدول ۱-۵: مشخصات مکانیکی گرافیت-اپوکسی و محرک برشی PZT-5A ۷۷
- جدول ۲-۵: بررسی همگرایی تعداد المان‌ها برای تیر ساندویچی تحت بارگذاری مکانیکی ($S=10$) ۷۸
- جدول ۳-۵: نتایج عددی بدست آمده برای تیر ساندویچی تحت بارگذاری مکانیکی ۷۹
- جدول ۴-۵: بررسی همگرایی تعداد المان‌ها برای تیر ساندویچی تحت بارگذاری الکتریکی ($S=4$) ۹۰
- جدول ۵-۵: نتایج عددی بدست آمده برای تیر ساندویچی تحت بارگذاری الکتریکی ۹۱
- جدول ۶-۵: نتایج عددی بدست آمده برای تیر ساندویچی یکسر گیردار ۱۰۵
- جدول ۷-۵: مشخصات مکانیکی آلومینیوم و محرک برشی PZT-5H [۲۳] ۱۱۴

فهرست علائم و اختصارات

	علائم
مولفه‌های درون صفحه‌ای میدان الکتریکی	E_x, E_y
نسبت پواسن	ν_{ij}
ثابت پیزوالکتریک	d_{ij}
قطبش بر واحد سطح	D
مولفه‌های بردار قطبش	P_i
مولفه‌های میدان الکتریکی	E_i
مولفه‌های تانسور کرنش	ε_{ij}
مولفه‌های تانسور تنش	σ_{ij}
وزن مخصوص	ρ
حجم جسم پیزوالکتریک	Ω
سطح مرزی جسم پیزوالکتریک	Γ
بردار نیروهای حجمی	F_V
بار الکتریکی حجمی	\bar{q}
مولفه‌های بردار جابجائی الکتریکی	D_i
ثوابت الاستیک	C_{ijkl}
ثوابت پیزوالکتریک	e_{kij}
ثوابت دی‌الکتریک	χ_{ik}
مولفه‌های جابجائی مکانیکی	u_i
پتانسیل الکتریکی	φ

بردار نیروهای سطحی	F_s
بار الکتریکی سطحی	\bar{Q}
پتانسیل الکتریکی اعمالی	V
جابجایی مکانیکی اعمالی	U_i
بردار نرمال بر سطح جسم پیزوالکتریک	n_i
عرض سطح مقطع تیر مرکب	b
ارتفاع سطح مقطع تیر مرکب	h
طول تیر مرکب	L
تعداد لایه‌های تیر	N_l
شماره‌ی لایه تیر مرکب	k
پتانسیل الکتریکی در سطح پایین k -امین لایه‌ی پیزوالکتریک	$\phi_b^k(x, t)$
پتانسیل الکتریکی در مرکز k -امین لایه‌ی پیزوالکتریک	$\phi_c^k(x, t)$
پتانسیل الکتریکی در سطح بالای k -امین لایه‌ی پیزوالکتریک	$\phi_t^k(x, t)$
توابع درونیاب میدان الکتریکی	$L_j^k(z)$
مختصات محلی راستای ضخامت k -امین لایه‌ی تیر	\bar{z}_k
مختصات عرضی تیر پیزوالکتریک	z_k
تابع پله‌ای واحد	$H(z)$
زمان	t
مولفه‌ی افقی (درون صفحه‌ای) تیر پیزوالکتریک	$u(x, y, z, t)$
مولفه‌ی قائم (عرضی) تیر پیزوالکتریک	$w(x, y, z, t)$
پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$u_0(x, t)$

پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$w_0(x, t)$
پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$w_1(x, t)$
پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$w_2(x, t)$
پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$w_3(x, t)$
پارامتر مجهول جابجایی لایه‌ی مرجع تیر	$w_4(x, t)$
چرخش خمشی - برشی تیر حول محور y	$\theta(x, t)$
توابع مجهول میدان جابجایی عرضی تیر	$\psi_j(x, t)$
توابع مجهول میدان جابجایی عرضی تیر	$\Psi_j(x, t)$
مولفه‌های محلی میدان جابجایی هر لایه	\hat{u}_L^k, \bar{u}_L^k
تنش برشی بر روی سطح پایین تیر	$X^-(x, t)$
تنش برشی بر روی سطح بالای تیر	$X^+(x, t)$
تنش عرضی قائم اعمال شده بر روی سطح پایین تیر	$Z^-(x, t)$
تنش عرضی قائم اعمال شده بر روی سطح بالای تیر	$Z^+(x, t)$
توابع شکل درجه دوم لاگرانژ بوده	\bar{N}_i
توابع شکل هرمیتی	N_1, N_2, Nd_1, Nd_2
مختصات محلی	ξ
طول المان تیر	l_e
ماتریس جرم تیر	M
ماتریس سختی تیر	K
بردار درجات آزادی تیر	$q(t)$
مدول برشی k -امین لایه‌ی تیر	G_k

تعداد لایه‌های پیزوالکتریک	PN_l
بردار مولفه‌های جابجایی	u_u
بردار مولفه‌های پتانسیل الکتریکی	u_ϕ
بردار متغیرهای گرهی مکانیکی	u_u^e
بردار متغیرهای گرهی الکتریکی	u_ϕ^e
ماتریس درونیاب مولفه‌های جابجایی و پتانسیل الکتریکی	\mathcal{N}
ماتریس درونیاب مولفه‌های کرنش و میدان‌های الکتریکی	\mathcal{B}
جابجایی مجازی	δu
پتانسیل مجازی	$\delta \phi$
درجات آزادی مکانیکی تیر پیزوالکتریک	$q_u(t)$
درجات آزادی الکتریکی تیر پیزوالکتریک	$q_\phi(t)$
ماتریس سختی مکانیکی	K_{uu}
ماتریس‌های سختی کوپلینگ الکترومکانیکی	$K_{u\phi}, K_{\phi u}$
ماتریس سختی دی‌الکتریک	$K_{\phi\phi}$
بردار نیروهای مکانیکی تیر پیزوالکتریک	F_u
بردار نیروهای الکتریکی تیر پیزوالکتریک	F_ϕ
ضخامت k -امین لایه	h_k
زاویه‌ی دوران دستگاه مختصات محلی تیر مرکب	θ

اختصارات

تئوری‌های معادل صفحات تک لایه	ESL
تئوری‌های لایه‌ای	LW
تئوری Kirchhoff-Love	KLT
تئوری Reissner-Mindlin	RMT
تئوری چند لایه کلاسیک	CLT
تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه اول	FSDT
تئوری تغییر شکل‌های برشی مرتبه سوم	TSDT
تئوری چند لایه کلاسیک	CLT
تئوری‌های مرتبه بالا	HOT
تئوری چند لایه Lekhnitskii	LMT
تئوری چند لایه Ambartsumyan	AMT

فصل اول : مقدمه

فصل دوم : پیزو الکتروسیسٹہ و معادله ی ساختاری ماده پیزو الکترونیک بر شی

فصل سوم : مرور ادبیات فنی

فصل چهارم : مدل اصلاح شده مرتبه بالای پیشنهادی جهت تحلیل استاتیکی

تیرهای مرکب چند لایه شامل لایه پیزوالکتریک برشی

فصل پنجم : بحث و بررسی نتایج