بسم الله الرحمن الرحيم

دانشکده: مکانیک

گروه: طراحی جامدات

تحلیل دینامیکی استوانه جدار ضخیم تحت بار متحرک با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول

دانشجو: مهدی اسدیان

استاد راهنما :

حمیدرضا ایپک چی

پایان نامه ارشد جهت اخذدرجه کارشناسی ارشد

تیر ماه۱۳۸۸

دانشگاه صنعتی شاهرود

دانشکده: مکانیک

گروه: طراحی جامدات

پایان نامه کارشناسی ارشد آقای مهدی اسدیان

تحلیل دینامیکی استوانه جدار ضخیم تحت بار متحرک با استفاده ازتئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول

در تاریخ ۱۳۸۸/۴/۳۱ توسط کمیته تخصصی زیر جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد مورد ارزیابی و با درجه .....مورد پذیرش قرار گرفت.

اساتید راهنما	امضاء	اساتید مشاور	امضاء
نام و نام خانوادگی: دکتر حمید رضا ایپک چی		نام و نام خانوادگی:----	----------
نام و نام خانوادگی:----------	----------	نام و نام خانوادگی:----	----------

اساتید داور	امضاء	نماینده تحصیلات تکمیلی	امضاء
نام و نام خانوادگی:دکتر سید هادی قادری		نام و نام خانوادگی: دکتر حسن کیهانی	
نام و نام خانوادگی:دکترمحمد جواد مغربی			
نام و نام خانوادگی:----------	----------		
نام و نام خانوادگی:----------	----------		

تشکر و قدردانی:

خداوند را سپاس که نعمت زندگی و توان را به من عطا فرمود وحرکات هرچند اندک مرا برکت بخشید.اکنون که به یاری خداوند کارهای این پایان نامه به پایان رسیده است و با امید به اینکه این پایان نامه ،برای اینجانب شروعی مبارک بر تلاشی مداوم برای دستیابی به افقهای جدید در این زمینه باشد،برخود لازم می دانم که از زحمات عزیزانی که در راه انجام آن مرا یاری نمودند تشکر و قدردانی نمایم،بویژه استاد ارجمند جناب آقای دکتر حمید رضا ایپک چی که از راهنمایی های خالصانه ایشان در انجام این پژوهش بهرمند شدم و از جناب آقایان دکترسید هادی قادری و دکتر محمدجواد مغربی که نظرات ارزشمندی در بهبود این تحقیق ابراز داشتند کمال تشکر را دارم،و همچنین از جناب آقای دکتر حسن کیهانی که در نشست بررسی این پایان نامه شرکت نمودند قدردانی می نمایم.

دانشجو تأیید می نماید که مطالب مندرج در این پایان نامه نتیجه تحقیقات خودش می باشد و در صورت استفاده از نتایج دیگران مرجع آن را ذکر نموده است.

کلیه حقوق مادی مترتب از نتایج مطالعات،آزمایشات و نوآوری ناشی از این تحقیق موضوع این پایان نامه متعلق به دانشگاه صنعتی شاهرود می باشد.

تیرماه ۱۳۸۸

چکیده

در این تحقیق پاسخ دینامیکی یک استوانه الاستیک جدار ضخیم، تحت اثر بار متحرک مورد ارزیابی قرار گرفته است،میدان جابجایی به کمک تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول و معادلات حاکم بر حرکت پوسته استوانه ای جدار ضخیم با کمک اصل هامیلتون بدست آمده است.با استفاده از روش گالرکین معادلات المان محدود مساله،استخراج و به کمک تفاضلات محدود حل شده اند. با کمک نرم افزار Maple کد کامپیوتری این حل عددی نوشته و اجرا شده است. نتایج حاصل از این کد کامپیوتری با نتایج حاصل از تحلیل Abaqus مقایسه شده و تطابق خوب نتایج، نشان دهنده دقت روش انتخاب شده می باشد.

کلمات کلیدی: پاسخ دینامیکی،استوانه جدار ضخیم، بار متحرک، تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول، روش اجزای محدود،

فهرست

پیشگفتار ۱

فصل اول:مقدمه و تاریخچه تحقیقات

۱-۱)مقدمه ۲

۱-۲)تئوریهای پوسته ها ۳

۱-۳)مرور تحقیقات انجام شده ۴

فصل دوم:تحلیل پوسته های جدار ضخیم

۲-۱)مقدمه ۱۱

۲-۲)تئوری تغییر شکل برشی ۱۱

۲-۳)معادلات حرکت ۱۵

۲-۴)رابطه تنش-کرنش ۱۶

فصل سوم:روش ریاضی تحلیل پوسته ها

۳-۱)روش Herrmann-Mirsky ۱۹

۳-۲)حل معادلات ۲۱

۳-۳)شرایط مرزی وپیوستگی ۲۶

۳-۴)ضریب تصحیح برشی ۲۶

فصل چهارم:استفاده از روش گالرکین جهت حل معادلات حرکت

۴-۱)مقدمه ۲۹

۴-۲)روش باقی مانده وزنی ۳۰

۴-۳)تعیین معادلات اجزای محدود به روش گالرکین ۳۲

۴-۴)بارگذاری ۳۹

۴-۵)شرایط مرزی ۴۰

فصل پنجم: روش عددی برای تحلیل دینامیکی پوسته

(۵-۱) مقدمه ۴۶

(۵-۲)روشهای مستقیم ۴۶

(۵-۲-۱)روش تفاضلات مرکزی ۴۶

(۵-۲-۲)سیکل تکرار دوگانه با قاعده ذوزنقه ای ۴۷

(۵-۳) روشهای ضمنی ۴۸

(۵-۳-۱)روش Houbolt ۴۸

(۵-۳-۲)روش Wilson theta ۴۹

(۵-۳-۳)روش Park ۵۰

۵-۴)کد نویسی برای نرم افزار Maple ۵۱

۵-۵) تحلیل با Abaqus ۵۳

۵-۵-۱) مقدمه ۵۴

۵-۵-۲)معرفی کلی نرم افزار ۵۴

۵-۵-۳) مدل نمودن در Abaqus ۵۴

۵-۶) بررسی نتایج ۵۸

۵-۷) دلایل خطا ۶۳

فصل ششم : نتیجه گیری و پیشنهادها ۶۴

پیوست الف ۶۵

فهرست مراجع ۷۱

واژگان ۷۴

چکیده انگلیسی

پیشگفتار

با انجام این پایان نامه سه هدف زیر تحقق می یابد:

۱-دست یابی به روشی جهت تبدیل تحلیل سه بعدی استوانه جدار ضخیم به تحلیل در یک بعد همانند تحلیل یک میله.

۲-نوشتن کد کامپیوتری مناسب جهت تحلیل،با استفاده از نرم افزار Maple

۳- مقایسه نتایج با انتخاب نرم افزار Abaqus ،جهت اعتبار بخشیدن به نتایج حاصل از Maple.

در فصل اول این پایان نامه پس از تعریف انواع تئوریهای پوسته ها ،مروری برتحقیقات مشابه انجام شده در این زمینه آورده شده است.در فصل دوم مطابق با تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول میدان جابجایی تعریف شده و سپس با کمک از اصل هامیلتون معادلات حرکت پوسته استوانه ای جدار ضخیم حاصل می گردد که درانتهای این فصل در جدولی بصورت متمرکز آورده شده است.در فصل سوم روش ریاضی Mirsky-Herrmann جهت حل معادلات حرکت پوسته استوانه ای جدار ضخیم توضیح داده شده است.در فصل چهارم با استفاده از روش گالرکین معادلات اجزاء محدود پوسته بر اساس روابط Mirsky-Herrmann استخراج شده و بصورت کلی $[M]\{\ddot{x}\}+[K]\{X\}=\{F(t)\}$ تبدیل شده اند.با تعریف شرایط مرزی پوسته که دو سرگیردار می باشد، نوع بار اعمالی به پوسته یعنی بار پله ای ،مقادیر ماتریسهای جرم $[M]$ و سختی $[K]$ و بردار نیرو $\{F(t)\}$ جهت این مسئله بدست آورده شده است.در فصل پنجم در ابتدا روشهای مختلف حل عددی جهت حل معادلات بیان شده ،سپس با انتخاب روش عددی تفاضلات مرکزی کد کامپیوتری جهت استفاده در نرم افزار Maple نوشته شده است سپس با انتخاب نرم افزار Abaqus ،نتایج با یکدیگر مقایسه و مورد تحلیل قرارگرفته شده است ،که تطابق خوب نتایج نشان دهنده صحت روش بکار گرفته شده می باشد.

پیشگفتار

با انجام این پایان نامه سه هدف زیر تحقق می یابد:

۱-دست یابی به روشی جهت تبدیل تحلیل سه بعدی استوانه جدار ضخیم به تحلیل در یک بعد همانند تحلیل یک میله.

۲-نوشتن کد کامپیوتری مناسب جهت تحلیل،با استفاده از نرم افزار Maple

۳- مقایسه نتایج با انتخاب نرم افزار Abaqus ،جهت اعتبار بخشیدن به نتایج حاصل از Maple.

در فصل اول این پایان نامه پس از تعریف انواع تئوریهای پوسته ها ،مروری برتحقیقات مشابه انجام شده در این زمینه آورده شده است.در ادامه در فصل دوم مطابق با تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول میدان جابجایی تعریف شده و سپس با کمک از اصل هامیلتون معادلات حرکت پوسته استوانه ای جدار ضخیم حاصل می گردد که درانتهای این فصل در جدولی بصورت متمرکز آورده شده است.در فصل سوم روش ریاضی Mirsky-Herrmann جهت حل معادلات حرکت پوسته استوانه ای جدار ضخیم توضیح داده شده است.درادامه در فصل چهارم با استفاده از روش گالرکین معادلات اجزاء محدود پوسته بر اساس روابط Mirsky-Herrmann استخراج شده و بصورت کلی $[M]\{\ddot{x}\}+[K]\{X\}=\{F(t)\}$ تبدیل شده اند.با تعریف شرایط مرزی پوسته که دو سرگیردار می باشد، نوع بار اعمالی به پوسته یعنی بار پله ای ،مقادیر ماتریسهای جرم $[M]$ و سختی $[K]$ و بردار نیرو $\{F(t)\}$ جهت این مسئله بدست آورده شده است.در فصل پنجم در ابتدا روشهای مختلف حل عددی جهت حل معادلات بیان شده ،سپس با انتخاب روش عددی تفاضلات مرکزی کد کامپیوتری جهت استفاده در نرم افزار Maple نوشته شده است.سپس با انتخاب نرم افزار Abaqus ،نتایج با یکدیگر مقایسه و مورد تحلیل قرارگرفته شده است ،که تطابق خوب نتایج نشان دهنده صحت روش بکار گرفته شده می باشد.

۱-۱ مقدمه :

اگرچه بررسی و مطالعه برروی رفتار دینامیکی پوسته استوانه‌ای الاستیک بیش از چند قرن سابقه دارد،اماتحقیق برروی متن‌های مختلف این امر را آشکار می‌سازد که بیشترین کار منتشر شده، درحوزه تئوری پوسته‌های استوانه‌ای جدار نازک می‌باشد، واقعیت این است که پوسته یک جسم سه بعدی است. به علت نبودحل تحلیلی برای مدلهای سه بعدی در حالت کلی، از روشهای تقریبی برای حل استفاده شده و گاه محققان برای ارائه حل تحلیلی مجبور به اعمال قیود خاص یا ارائۀ حل تحلیلی در حالات خاص هستند.

محققان با انجام آزمایشات گوناگون به این مسئله پی بردند که استفاده از تئوری پوسته ی جدار نازک برای استوانه جدار ضخیم باعث بوجود آوردن خطا در تعیین فرکانس طبیعی می‌گردد، یعنی تئوری کلاسیک پوسته جدار نازک نمی‌تواند باعث دست یافتن به دقت کافی برای حل پوسته جدار ضخیم گردد.

پوسته ی جدار ضخیم بطور مشخص دارای اختلافاتی با پوسته جدار نازک می‌باشد که یکی از این اختلافات در تغییر شکل برشی عرضی[۱] می‌باشد، به این معنا که در پوسته جدار ضخیم نمی‌توان اثر تغییر شکل برشی را نادیده فرض کرد.

در انواع بارهای وارده بروی پوسته جدار ضخیم، توزیع تنش شعاعی[۲] در پوسته مهم و ضروری است . از طرف دیگر در آنالیز پوسته جدار ضخیم، خیز اولیه[۳]نه تنها بروی نتایج ممان و تنش اثر می‌گذارد، بلکه باعث غیرخطی شدن توزیع تنش برشی عرضی در جهت ضخامت نیز می‌گردد. بنابراین با توجه به اختلافات گفته شده در بالا، طبیعی بنظر می‌رسد که تئوری پوسته‌های جدار نازک برای تحلیل پوسته جدار ضخیم دقت مناسبی ندارد.

---

[1] Transvers shear deformation.
[2] Radial stress.
[3] Initial deflection.

۱-۲ تئوریهای پوسته ها

الف -تئوری غشائی[۱]

یک غشا می‌تواند مسطح یا خمیده باشد و مشابه ورقی است که قابلیت تحمل فشار عرضی را دارد. نیروهای غشائی کاملاً مستقل از خمش درنظر گرفته می‌شود و آن را برای پوسته‌های مختلف از قبیل پوسته فلزی ـ بتن مسلح ـ فیلم صابون و ... می‌توان بکار برد.

در این تئوری فقط اثرتنش های صفحه ای در نظر گرفته می شود.

ب ـ تئوری خمشی [۱]

نظریه خمشی غالباً از حل تئوری غشائی استفاده می‌کند که در نواحی دارای تأثیرات ناپیوستگی تصحیح شده است. در واقع هدف این نظریه، آنالیز تنش‌ها و کرنش‌های ناشی از نیروهای لبه‌ای و یا بارگذاری متمرکز است که با تئوری غشایی امکان پذیر نمی‌باشد.

بطور کلی روابط تئوری غشائی از تعادل پوسته بدست می آید و تابع جنس پوسته نیست ولی روابط تئوری خمشی محدود به پوسته همگن و ایزوتروپ می باشد.

ج : تئوری تغییر شکل برشی [۱]

در ورقهای ضخیم در واقع این فرض که مقاطع مسطح عمود بر صفحه میانی پس از تغییر شکل همچنان عمود بر صفحهٔ میانی می‌مانند، در عمل صحیح نخواهد بود. با فرض اینکه خط عمود بر صفحه میانی بصورت مورب درآمده و چرخش داشته باشد ولی همچنان راست باقی بماند. می‌توان تغییر شکل رابصورت $U = u + z\psi$ تقریب زد که در آن u تغییر مکان صفحهٔ میانی و z در راستای ضخامت پوسته که مبدأ آن بروی صفحهٔ میانی قرار داردو ψ چرخش می‌باشد و U نیز جابجایی است.

۱-۳ مروری بر تحقیقات انجام شده

در سال۱۹۵۴ Mindlin [۲] تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول[1] را با استفاده از فاکتور ضریب تصیح برشی بهبود بخشید. این فاکتور بخاطر جبران خطای این فرض بود که کرنش برشی ثابت، تنش برشی ثابت در ضخامت پوسته را ایجاد می کند و بنابراین ناقض صفر بودن تنش برشی در سطح آزاد می‌باشد. مقدار این ضریب تصیح برشی اغلب به خصوصیات مواد و پارامترهای فیزیکی و بارها وشرایط مرزی بستگی دارد.Reddy [۲] در ۱۹۸۴ پیشنهاد تئوری مرتبه دوم برای اصلاح وضعیت تنش برشی صفر در سطح آزاد را ارائه کرد. با تمام مطالعات و تحقیقات انجام شده، مرتبهٔ تئوریها افزایش پیدا کرده، فرمولها پیچیده شده بودند و با اندک افزایش در ارائه دقت، محاسبات آنها برای استفاده از کار عملی نامناسب می‌شدند.در سال۱۹۹۴ Siradas و همکارانش[۲] آزمایشی را انجام دادند که برمبنای آن اثر فاکتور چرخش و دمپینگ برای ارتعاش آزاد پوسته استوانه‌ای جدار ضخیم بررسی شده بود. این کار با استفاده از روش اجزاء محدود و تئوری پوسته جدار ضخیم و با استفاده از نظریه تغییر شکل برشی واینرسی چرخشی انجام شد. Sivada [۲]در سال ۱۹۹۵ روش مشابهی را برای ارتعاشات آزاد یک پوسته استوانه مخروطی شکل جدار ضخیم با تنش اولیه و اثر دمپینگ به کار برد. ارتعاشات سه بعدی استوانه توپر با سطح مقطع دایره در سال ۱۸۷۶ توسط Pochhammer [۲] و در سال ۱۸۸۹ توسط Chree [۲] بررسی شد که طول استوانه نامحدود فرض شده بود. درسال ۱۹۶۴ Mahan [۲]موفق به ارائه نتایج آزمایشگاهی برای فرکانسهای طبیعی استوانه الاستیک توپر با شرایط تکیه گاهی آزاد گردید و در همان سال با روش عددی تفاضلات محدود نتایج جدیدی بدست آورد و آنها را با نتایج تجربی مورد ارزیابی قرار داد.

سال۱۹۶۴ Johns,Bhuta [۳]سرعت رزونانس و پاسخ دینامیکی برای یک پوسته استوانه‌ای با طول نامحدودرا که تحت اثر یک رینگ فشاری که با سرعت ثابت در حرکت است در هر دو جهت شعاعی و محوری مورد بررسی قرار دادند. از معادلات Timoshenko -Love جهت مدل سازی استفاده شد.

[1] First order shear deformation theory(FSDT)

درسال ۱۹۹۰Chandrashekhara[۴] و همکاران تحلیل یک پوسته جدار ضخیم استوانه‌ای با مقطع دایره‌ای تحت اثر بار نامتقارن با تکیه‌گاههای آزاد برای هر دو انتها را انجام دادند.آنها با استفاده از تئوریهای الاستیک سه دسته معادلات جابجایی بدست آورده وبرای یک بار معین با خصوصیات و ضخامتهای مختلف نتایج را مورد بررسی قرار دادند.آنها همگرائی نتایج بدست آمده از تحلیل خود را با نتایج تئوری کلاسیک پوسته ها و تئوری تغییر شکل مقایسه نمودند.در سال ۱۹۹۴ Chou [۵] با در نظر گرفتن مدل استوانه توپر وجداسازی معادلات حرکت به دو تابع پتانسیل موج، مسئله ارتعاشات آزاد را برای شرایط مرزی در حالت نیروی برشی صفر و جابجائی محوری صفر در سطح انتهائی و تنش‌های سطحی صفر در سطح خمیده مورد ارزیابی قرار داد و فرکانسهای ارتعاشات طبیعی بدست آورد.

در سال۱۹۹۶ Shaker [۶] و همکاران پاسخ دینامیکی صفحات لایه‌ای ارتروپیک یک پوسته استوانه‌ای را مورد بررسی قرار داد. طول پوسته محدود وتکیه‌گاههای هر دو ابتدا و انتهای آن ساده فرض شده بود. او باتبدیل معادلات دیفرانسیل با مشتق جزئی مرتبه بالا به معادلات دیفرانسیلی معمولی، با ضرایب متغیر، بوسیله انتخاب حل بصورت سری‌های مثلثاتی در امتداد محوری و محیطی و سپس با استفاده از روش گالرکین به حل معادلات بدست آمده اقدام نمود.وی با حل عددی پوسته جدار ضخیم ارتروپیک و مقایسه نتایج حاصل با نتایج تئوری مرتبه اول تغییر شکل برشی نشان داد که این تئوری برای پوسته‌هایی با R/h بزرگتر از ۱۰ قابل قبول خواهد بود.

در سال۱۹۹۸ Matsunaga[۷] اثر تقریبهای مرتبه بالای، تغییر شکل برشی برروی فرکانس طبیعی یک سیلندر استوانه‌ای جدار ضخیم را مورد مطالعه قرار داد. معادله‌های دو بعدی از اصل هامیلتون مشتق شده است. او مبنای کار را براساس بسط سری‌های توانی مؤلفه‌های جابجائی قرار داد. او در این مقاله با توجه به اطمینان از دقت تئوریهای ارائه شده، همگرائی فرکانسهای طبیعی را بررسی کرده و نتایج آنرا با دیگر تئوریهای ارائه شده در این زمینه مقایسه کرد. تعیین اثر دینامیکی بار متحرک بروی سازه‌های الاستیک مخصوصاً برای پلها، یک مسئله مهم و پیچیده است و محققان زیادی جهت حل و

ارائه یک جواب قابل قبول تلاش داشته‌اند. از جمله آنها Michaltsos است [۸] که پاسخ یک تیر یک دهانه تحت بار دینامیکی با سرعتهای مختلف و دامنه ثابت را مورد بررسی قرار داد. او این آزمایش را به دو روش انجام داد.در روش اول یک بار با جرم Mg روی تیر که تحت اثر نیروی اجباری f(t) با سرعت v(t) در حرکت است ودر روش دوم یک تقریب نزدیک به ماشین که با نیروی اجباری f(t) و سرعت v(t) در حرکت است را مورد بررسی قرار داد. او سپس نتایج حاصل از هر دو آزمایش را با نتایج واقعی بدست آمده مقایسه نمود و مشاهده کرد نتایج بدست آمده از حالت دوم تنها ۰/۲ تا ۱/۵ درصد با نتایج واقعی متفاوت است.

Michaltsos در سال ۲۰۰۲[۹] تیر با پهنای ثابت تحت جرم متحرک با شتابهای مثبت و منفی را بررسی کرده است.علاوه بربار تک محوره متمرکز، بارهای دو محوره نیز مطالعه شده است.همچنین اثر میرایی نیز در تیر در نظر گرفته شده است.

در سال۲۰۰۲ Wuوهمکاران[۱۰] پاسخ ارتعاشات خمشی شعاعی تحت بار متحرک با المان تیر خمیده[1] را بررسی کردند. بجای توابع شکل پیچیده موجود، توابع شکل ساده ای که در ارتباط با جابجائی‌های چرخشی، مماسی، شعاعی المانهای تیر خمیده هستند بدست آمد. براساس روابط بین نیروهای گرهی با جابجائی‌های گرهی المان ، ماتریس سختی المان تعیین شد و براساس روابط بین انرژی سینیتک و سرعتهای گرهی، ماتریس جرم مشخص شد. پس از آن بر پاسخ دینامیکی تیر دایره ای با خم ثابت براساس حرکت باد در امتداد محیط بحث شد. علاوه بر تیر دایره ای ، تیرکمانی شکل ترکیبی، متشکل از اجزای کمان دایره‌ای و دو قطعه تیر مستیقم ساده مورد مطالعه قرار گرفت. تمامی نتایج با نتایج حل اجزاء محدود براساس المان تیر مستقیم مقایسه گردید و نتایج مشابهی بدست آمد. تأثیر سرعت حرکت، نیروهای گریز از مرکز، نیروی اصطکاک بر رفتار دینامیکی تیر دایره ای و تیرهای ترکیبی مورد بررسی قرار گرفت.

[1] Curved beam

Ganapathi وهمکاران[۱۱] در سال ۲۰۰۳ ارتعاشات آزاد یک پوسته کامپوزیتی استوانه ای غیردوار ،غیر ایزوتروپ را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا مورد مطالعه قرار دادند. با استفاده از روش اجزاء محدود، معادلات حاکم حل شده و اثرات ضخامت، طول، پارامترهای خروج از مرکز ، تعداد لایه‌ها برای یک پوسته غیردایره‌ای مورد مطالعه قرارگرفته است.با استفاده از بسط سری تیلور به عنوان تقریب حل، معادلات حاکم به فرم یک دستگاه معادلات دیفرانسیل تبدیل و حل شده است.

در سال۲۰۰۴ Valsarajan وهمکاران [۱۲] آنالیز ارتعاشات آزاد صفحه‌های کامپوزیتی با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالارا ارائه کردند. در این تحقیق از یک مدل اجزاء محدود بر مبنای تئوری تغییر شکل برشی مرتبه سوم استفاده شده است و هدف، مطالعه رفتار خطی یا غیرخطی آنالیز ارتعاشات آزاد صفحات کامپوزیتی بوده است. آنها علت این تحقیق را کم بودن مقالات ارائه شده در آنالیز دینامیکی با دامنهٔ بزرگ با استفاده از تئوریهای مرتبه بالا ذکر کرده‌اند و همچنین معتقد بودند اثر پارامترهای مختلف صفحه بر خطی یا غیرخطی بودن فرکانس اصلی ارتعاش تاکنون مطالعه نشده و آنها با انجام آزمایش به نتایج زیر دست یافتند.در هر دو حالت خطی یا غیرخطی با افزایش نسبت پهنا به ضخامت، فرکانسهای ارتعاشی افزایش می‌یابند؛ اثر حالت غیرخطی بودن صفحات که نسبت پهنا به ضخامت آن بزرگتر از ۴۰ باشد بخوبی قابل مشاهده است؛ همچنین وضعیت لبه‌ها نیز بر ارتعاشات فرکانسهای غیرخطی مؤثر می‌باشد. آنها از یک المان چهار گرهی جهت آنالیز ارتعاشات استفاده کردند. برای هر گره هفت درجه آزادی در نظر گرفته شده است. سپس اثر مواد ارتوتروپیک را مورد مطالعه قرار دادند و برای دو حالت متقارن و نامتقارن چیدمان لایه‌ها ، به این نتیجه رسیدند که در حالت خطی با افزایش تعداد لایه‌ها مقدار فرکانس بطور تدریجی زیاد می‌شوند اما در حالت نامتقارن مقدار فرکانس بطور ناگهانی از ۲ به ۴ لایه، افزایش می‌یابد و از آن پس با یک نرخ آرام افزایش پیدا می‌کند.

در سال۲۰۰۴ Nalchaieوهمکاران[۱۳]تحقیقی جهت بررسی فرکانسهای طبیعی یک صفحه کامپوزیتی چهارگوش با تکیه‌گاههای متفاوت در دو انتها انجام دادند. آنها از تئوری تغییر شکل برشی

مرتبه سوم استفاده کردند. با روش گفته شده، سری جدیدی از معادلات خطی حرکت برای صفحات چندلایه‌ای را استخراج کردند. در نهایت این معادلات با روش اجزاء محدود، تحلیل و فرکانسهای طبیعی آنها مشخص و نتایج حاصل، با نتایج صفحات تک لایه مقایسه شدند.

سال۲۰۰۴ Valsarajan وهمکاران[۱۴]رفتار صفحات کامپوزیتی را با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا تحت بار استاتیکی و با استفاده از یک المان چهارگرهی که هر گره دارای هفت درجه آزادی است بررسی واثرات پهنا ، ضخامت صفحه، جهت فیبرها ، تعداد لایه‌ها و شرایط مرزی را بر جابجائی و تنش را مطالعه کردند.

در سال۲۰۰۴ Lepikhin وهمکاران [۱۵]اثر فاکتور شدت تنش را در یک پوسته استوانه‌ای جدار ضخیم که دارای ترک است تحت بار دینامیکی مورد مطالعه قرار دادند. فرض آنها، تقارن محوری بوده و از معادلات مکانیک شکست مواد ترد استفاده کرده اند.

در سال۲۰۰۵Shufrin وهمکاران[۱۶]تحقیقی جهت ارتعاشات صفحات با ضخامت متغیر با استفاده از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول Mindline و تئوری تغییر شکل برشی مرتبه بالا Reddy انجام دادند.

Renard وهمکاران[۱۷]در سال ۲۰۰۵ بررسی یک سیستم با طول نامحدود متشکل از ورقی در تماس با یک مایع را انجام داد.بار با سرعت ثابت مادون صوت از روی ورق عبور می کند.تحلیل به دو صورت ریاضی و عددی انجام شده است که در نهایت نتایج نشان دهنده همگرایی دو روش است.

Zhang و همکاران در سال ۲۰۰۶ [۱۸] مکانیزم پدیده تشدید و شرایط پدید آورنده آن را در سیستمهای پل وقطار بررسی کرده اند.تحقیقات به سه شیوه تئوری،عددی و آنالیز داده های تجربی انجام شده است.نتایج بیانگر این است که تشدید تحت تاثیر عرض پل، طول کل چقرمگی پل ،نحوه قرار گیری چرخهای قطار و همین طور فرکانس طبیعی وسیله نقلیه می باشد.با استفاده از نتایج این تحقیق می توان سرعت منجربه تشدید برای پل ها را محاسبه کرد.

در سال۲۰۰۶ Teng وهمکاران[۱۹]رفتار پوششهای FRP[1] را بر لوله‌های استوانه‌ای فولادی، تحت فشار محوری، مورد بررسی قرار دادند.فیبر و پوششهای FRP بطور وسیعی برای مرز بتن‌های تقویت شده استفاده می‌گردند.آنها با این تحقیق، نشان دادند که این پوششها مقاومت چشم‌گیری را به لوله در مقابل فشار محوری اضافه نموده اند. آنها همچنین این پوشش را برای یک پوسته استوانه‌ای جدار نازک که تحت اثر ترکیبی از فشارهای محوری و داخلی بودند آزمایش نمودند و به این نتیجه رسیدند که این پوششها اثر بسیار خوبی در تقویت یک پوسته ضعیف مثل پایه‌های یک پل در حال ریزش دارد و می‌تواند عمر آنها را افزایش دهند.

در سال ۲۰۰۷ کنترل ارتعاشات یک تیر با تکیه‌گاه ساده تحت اثر بار متحرک با استفاده از دمپرهای ویسکوزتوسط Museros و همکاران [۲۰]ارائه گردید. در این مقاله روش دیگری برای کاهش ارتعاش تشدید تیر با تکیه‌گاه ساده تحت بار متحرک بصورت عددی تخمین زده شده است. روش مورد بحث بر اساس استفاده از دمپرهای ویسکوز متصل کننده تیر حامل بار (تیراصلی) به تیر کمکی که در زیر آن قرار گرفته، می‌باشد. مطالعه نشان می‌دهد که پاسخ تشدید تیر اصلی شدیداً با این نوع وسایل کاهش می‌یابد. تیرهای اصلی که به سیستم دمپینگ مجهز شده است در معرض تحریکات سینوسی قرار می‌گیرد و بصورتی تحلیل می‌شود که دمپرهایی که پاسخ تشدید را حداقل می‌کنند مشخص شوند. به همین طریق ثابت بهینه دمپرها برای حداقل کردن ارتعاشات عمودی بدست می‌آید. این پارامترها برروی پل واقعی راه‌آهن که در معرض ترافیک قرار گرفته اعمال شده و صحت آنها برای محدوده وسیعی از سرعتها مشخص شده است. در نهایت کارآیی سازه اولیه با کارآیی سازه‌ای که با این دمپرها بهینه شده است مقایسه می‌گردد.

در سال۲۰۰۶ Kandasamy وهمکاران[۲۱]به حل عددی برمبنای روش Rayleigh-Ritz برای تحلیل یک پوسته استوانه‌ای باز با یک نیروی متغیر پرداخته اند. آنها با استفاده از هندسه سطح میانی و تعریف یک زاویه که انحناء لبه‌ها، طول و ضخامت را دربر می‌گیرد، یک میدان جابجائی بدست

[1] Fibre-reinforced polymer

آوردند. برای حل از یک چند جمله‌ای مرتبه بالا استفاده نموده که در آن برای هر گره پنج درجه آزادی شامل سه مؤلفه مربوط به جابجایی در راستای مختصات قطبی و دو جابجایی دیگر مربوط به مؤلفه‌های چرخش سطح میانی بودند. معادلات حرکت به فضای حالت[1] ،معادلات حاکم با استفاده از روش Runge-kutta حل و پاسخ‌گذرای پوسته با درنظر گرفتن استهلاک[2] و بدون آن بدست آمده است.

در سال۲۰۰۷ ملک‌زاده ـ کرمی ـ زاهدی [۲۲]بر ارتعاشات آزاد سه بعدی پوسته استوانه‌ای جدار ضخیم که روی پایه‌های الاستیک قرار گرفته‌اند تحقیقاتی را انجام دادند. آنها پاسخ محیط الاستیک را فرمول‌بندی نموده و از تئوری لایه‌ای جهت مشخص کردن معادلات حرکت و شرایط مرزی استفاده نمودند. از روش differential quadrature برای حل استفاده وجهت اعتبار بخشیدن به فرمولها، نتایج با حل دقیق و نرم‌افزار ANSYS مقایسه گردیده اند.در نهایت روابط بدست آمده برای یک پوسته جدار ضخیم تحت شرایط مرزی گوناگون و فونداسیون الاستیک ،بکار برده شده و اثر برخی پارامترها ، مورد بررسی قرار گرفته است.

[1] State space.
[2] Damping.