دانشگاه فردوسی مشهد

دانشکده مهندسی گروه برق-گرایش الکترونیک

پایان‌نامه جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

در مهندسی برق- الکترونیک

ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم های پویا بر پایه DRBD و پتری نت رنگی

مؤلف

رضا خوشرنگ

استاد راهنما

دکتر علی پیروی

اسفند ماه ۱۳۹۰

بسم الله الرحمن الرحيم

به پاس تعبیر عظیم و انسانی شان از کلمه ایثار و از خودگذشتگی

به پاس عاطفه سرشار و گرمای امید بخش وجودشان در لحظات سخت زندگی

به پاس قلب های بزرگشان که فریادرس است و سرگردانی و ترس در پناهشان به شجاعت می گراید

و به پاس محبت های بی دریغشان که هرگز فروکش نمی کند

این مجموعه را به پدر و مادر عزیزم و همسر مهربان و صبورم تقدیم می کنم

تأییدیه گروه مهندسی برق

پایان‌نامه حاضر تحت عنوان:

ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم های پویا بر پایه DRBD و پتری نت رنگی

که توسط آقای **رضا خوشرنگ** تهیه و به هیأت داوران ارائه شده، به عنوان کار پژوهشی دوره کارشناسی‌ارشد ناپیوسته مهندسی برق در گرایش الکترونیک، مورد تأیید شورای تحصیلات تکمیلی گروه برق دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد.

تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۱۲/۱۶ درجه ارزشیابی:

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	سمت	مرتبه علمی	امضاء
دکتر علی پیروی	استاد راهنما	دانشیار	
دکتر سعید حسینی خیاط	استاد دفاع	دانشیار	
دکتر حسین خوشبین	استاد دفاع	استادیار	

تعهدنامه

اینجانب **رضا خوشرنگ** دانشجوی دوره کارشناسی ارشد رشته مهندسی برق - الکترونیک دانشکده مهندسی دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده پایان نامه« ارائه روش جدید برای مدلسازی و شبیه سازی قابلیت اطمینان سیستم های پویا به کمک DRBD »تحت راهنمایی دکتر علی پیروی متعهد می شوم:

- تحقیقات در این پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهش های محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می باشد و مقالات مستخرج با نام «دانشگاه فردوسی مشهد» و یا « Ferdowsi University of Mashhad » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از رساله رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافت های آن ها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاقی انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی باشد.

دانشگاه فردوسی مشهد

دفتر مدیریت تحصیلات تکمیلی

فرم چکیده پایان‌نامه دوره کارشناسی ارشد

نام و نام خانوادگی: **رضا خوشرنگ** شماره دانشجویی: **۸۷۱۳۴۰۲۱۱۲**

استاد راهنما: **دکتر علی پیروی** استاد یا اساتید مشاور: –

دانشکده: **مهندسی** رشته: **مهندسی برق - الکترونیک** مقطع: **کارشناسی ارشد**

تاریخ دفاع: **۱۶/ ۱۲ /۱۳۹۰** تعداد صفحات: **۱۵۷**

عنوان: **ارزیابی قابلیت اطمینان سیستم های پویا بر پایه DRBD و پتری نت رنگی**

کلمات کلیدی: **قابلیت اطمینان، بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان (RBD)، سیستمهای پویا، شبکه های پتری نت (PN)**

چکیده– سیستم های پیچیده در جامعه امروزی و مدرن ما خیلی تأثیر گذارند و خرابی آنها می تواند فاجعه به بار آورد، از این رو افزایش قابلیت اطمینان سیستم ها، نیازی مهم در جهان امروز به شمار می آید. بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان (RBD) یکی از روشهای مهم در ارزیابی و بهبود قابلیت اطمینان سیستمها می باشد. مدل DRBD ساختار توسعه یافته ای از مدل معروف RBD می باشد که در این مدل، قابلیت مدلسازی رفتارهای پویای سیستم برای ارزیابی دقیقتر قابلیت اطمینان سیستم افزوده شده است. در کارهای گذشته برای محاسبه قابلیت اطمینان به کمک DRBD از پتری نت معمولی استفاده شده است که این مدل بسیار پیچیده است و در مدلسازی سیستمهای بزرگ نیازمند تعداد زیادی جایگاه می باشد. به همین دلیل در اینجا از پتری نت رنگی استفاده شده است که دارای جایگاههای کمتر و ظاهر ساده تری است. همچنین در اینجا برای دقیقتر شدن مدل، احتمال انتشار خرابی از یک قطعه به قطعه دیگر را نیز مدل می کنیم. علاوه بر این مدل ارائه شده دارای این قابلیت است که برخلاف کارهای گذشته قابلیت اطمینان را با فرض نرخ خرابی متغیر محاسبه کنیم. در نهایت برای بررسی اعتبار نتایج شبیه سازی، قابلیت اطمینان از روش مونت کارلو نیز محاسبه شده و نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج مونت کارلو مقایسه شده است. به منظور استفاده از روش مونت کارلو برای سیستمهای پویا، زمان تا خرابی تمام حالتهای پویا مورد بررسی قرار گرفته و روابط مربوط به هر یک ارائه گردیده است. سپس نشان داده می شود که در مقایسه با کارهای گذشته مدل ارائه شده منجر به ارزیابی دقیقتر قابلیت اطمینان سیستمهای پویا می گردد.

امضا استاد راهنما

تشکر و قدردانی

با سپاس فراوان از ایزد منان که یاری ام کرد تا بتوانم نگارش پایان‌نامه پیش‌رو را به اتمام برسانم. بی شک اتمام پایان نامه حاضر بدون مساعدت و یاری خداوند متعال و عزیزانی که در این مسیر با راهنمایی، پشتیبانی و تشویق خود همواره همراهم بودند، ممکن نبود. لذا بر خود لازم می دانم کمال تقدیر و تشکر را نثار کسانی کنم که در این مسیر هیچگاه مساعدت و یاری خود را از من دریغ نکردند:

با تقدیر و تشکر شایسته از استاد فرهیخته و فرزانه جناب **دکتر علی پیروی** که با نکته های دلاویز و گفته های بلند ، صحیفه های سخن را علم پرور نمود و همواره راهنما و راه گشای نگارنده در اتمام و اکمال پایان نامه بوده است و خداوند را شاکرم در زمان تحصیلم در کنار اساتیدی بودم که علاوه بر بهره‌مندی از دانش آنان از اخلاقشان نیز استفاده کردم.

از اساتید گروه الکترونیک که در طول این دوره تحصیلی از محضرشان بهره‌مند شده‌ام، کمال تشکر را دارم. لازم می‌دانم از اساتید دفاع، آقایان **دکتر حسینی خیاط** و **دکتر خوشبین**، که جهت ارزشیابی این پایان‌نامه قبول زحمت نمودند صمیمانه تشکر نمایم. امیدوارم در آینده نیز این توفیق نصیبم گردد که از محضر این اساتید مهربان و پرتلاش بهره برده و بر دانش خود بیفزایم.

از تمام دوستان و همکلاسی‌های این دوره تحصیلی که با نظرات خویش زمینه انجام بهتر این پژوهش را فراهم نمودند، کمال قدردانی را دارم. امیدوارم در آینده نیز توفیق همکاری با این عزیزان را داشته باشم.

و در انتها، شاید مهمتر، از پدر و مادر عزیزم که با جانفشانی و از خود گذشتگی برای موفقیت من از هیچ کوششی دریغ نکردند و از همسر مهربانم که با وجود همه سختی ها همیشه امیدبخش لحظاتم در طول این دوره تحصیلی بود، قدردانی می‌نمایم.

چکیده

سیستم های پیچیده در جامعه امروزی و مدرن ما خیلی تأثیر گذارند و خرابی آنها می تواند فاجعه به بار آورد، از این رو افزایش قابلیت اطمینان سیستم ها، نیازی مهم در جهان امروز به شمار می آید. بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان (RBD) یکی از روشهای مهم در ارزیابی و بهبود قابلیت اطمینان سیستمها می باشد. مدل DRBD ساختار توسعه یافته ای از مدل معروف RBD می باشد که در این مدل، قابلیت مدلسازی رفتارهای پویای سیستم برای ارزیابی دقیقتر قابلیت اطمینان سیستم افزوده شده است. در کارهای گذشته برای محاسبه قابلیت اطمینان به کمک DRBD از پتری نت معمولی استفاده شده است که این مدل بسیار پیچیده است و در مدلسازی سیستمهای بزرگ نیازمند تعداد زیادی جایگاه می باشد. به همین دلیل در اینجا از پتری نت رنگی استفاده شده است که دارای جایگاههای کمتر و ظاهر ساده تری است. همچنین در اینجا برای دقیقتر شدن مدل، احتمال انتشار خرابی از یک قطعه به قطعه دیگر را نیز مدل می کنیم. علاوه بر این مدل ارائه شده دارای این قابلیت است که برخلاف کارهای گذشته قابلیت اطمینان را با فرض نرخ خرابی متغیر محاسبه کنیم. در نهایت برای بررسی اعتبار نتایج شبیه سازی، قابلیت اطمینان از روش مونت کارلو نیز محاسبه شده و نتایج حاصل از روش پیشنهادی با نتایج مونت کارلو مقایسه شده است. به منظور استفاده از روش مونت کارلو برای سیستمهای پویا، زمان تا خرابی تمام حالتهای پویا مورد بررسی قرار گرفته و روابط مربوط به هر یک ارائه گردیده است. سپس نشان داده می شود که در مقایسه با کارهای گذشته مدل ارائه شده منجر به ارزیابی دقیقتر قابلیت اطمینان سیستمهای پویا می گردد.

فهرست مطالب

فهرست علائم و اختصارات

اختصارات	معادل لاتین	معنی فارسی
CPN	Colored Petri Net	پتری نت رنگی
DFR	Decreasing Failure Rate	نرخ خرابی نزولی
DFT	Dynamic Fault Tree	درخت خطای پویا
DOM	Document Object Model	مدل شیء سند
DRBD	Dynamic Reliability Block Digram	بلوک دیاگرام قابلیت اطمینان
GSPN	Generalized Stochastic Petri Net	پتری نت تصادفی تعمیم یافته
IFR	Increasing Failure Rate	نرخ خرابی صعودی
MTTF	Mean Time To Failure	زمان میانگین تا خرابی
RML	Reliability Markup Language	زبان نشانه گذاری قابلیت اطمینان
TTF	Time To Failure	زمان تا خرابی

فصل ۱۱

فصل اول: مقدمه ای بر قابلیت اطمینان

۱-۱ مقدمه

قابلیت اطمینان مشخصه ای از یک آیتم می باشد که توسط احتمال عملکرد صحیح آن آیتم تحت شرایط مشخص و در بازه زمانی معلوم بیان می شود و عموماً با R نشان داده می شود. از نظر کیفی، قابلیت اطمینان می تواند به صورت توانایی سالم ماندن آن آیتم تعریف شود. از نظر کمی، قابلیت اطمینان مشخص کننده احتمال آن است که هیچ وقفه عملکردی در بازه زمانی بیان شده رخ نخواهد داد. این بدان معنی نیست که اجزای افزونگی خراب نخواهند شد، چنین اجزایی می توانند خراب شوند و تعمیر شوند. (بدون وقفه عملکردی در سطح آیتم (سیستم)). از اینرو مفهوم قابلیت اطمینان برای قطعات تعمیرناپذیر و همچنین تعمیر پذیر به کار گرفته می شود. به طور کل، این مطلب نیز حائز اهمیت است که وقتی آیتمی فعالیت خود را آغاز می کند، جدید در نظر گرفته شود یا خیر.

یک آیتم واحد ساختاری یا عملکردی از مجموعه ای دلخواه (نظیر قطعه، اسمبلی، تجهیزات، زیرسیستم و سیستم) می باشد که می تواند به عنوان نقطه شروع بررسی ها در نظر گرفته شود. ممکن است شامل سخت افزار، نرم افزار و یا هر دوی آنها باشد و نیز ممکن است شامل منابع انسانی باشد. اغلب، جنبه های انسانی و پشتیبانی لجستیک ایده آل در نظر گرفته می شوند حتی اگر (برای سادگی) اصطلاح سیستم به جای *سیستم فنی* به کار گرفته شود.

تابع مورد نیاز وظیفه آیتم را مشخص می کند. به عنوان مثال، برای ورودی های مشخص، خروجی های آیتم باید در محدوده تلورانس مشخصی فرض شوند. تعریف تابع مورد نیاز، نقطه شروع هر تحلیل قابلیت اطمینانی می باشد زیرا خرابی را تعریف می کند.

شرایط عملکردی از نظر قابلیت اطمینان بسیار تاثیرگذار است و در نتیجه باید با دقت مشخص شود. تابع مورد نیاز یا شرایط عملکردی می تواند وابسته به زمان باشد. در چنین حالاتی، یک پروفایل ماموریت باید تعریف شود که تمام شکل های قابلیت اطمینان بدان مربوط خواهند شد.

اغلب مدت ماموریت، به صورت پارامتر t فرض می شود، آنگاه تابع قابلیت اطمینان به صورت R(t) مشخص می شود. R(t) احتمال آن است که هیچ خرابی ای در سطح آیتم در بازه [0, t) رخ ندهد. شرط اولیه آیتم در t=0 بر نتایج نهایی تاثیر می گذارد. برای در نظر گرفتن این مطلب، شکل های قابلیت اطمینان در سطح سیستم دارای ایندکس S_i می باشند (یعنی $R_{Si}(t)$) که در آن S مخفف سیستم و i حالتی است که سیستم در t=0 در آن حالت قرار دارد.

تمایز زیادی بین قابلیت اطمینان پیش بینی شده[۱] و تخمینی[۲] و قابلیت اطمینان بدست آمده[۳] وجود دارد. قابلیت اطمینان پیش بینی شده و تخمینی بر اساس ساختار قابلیت اطمینان آیتم و نرخ خرابی قطعاتش محاسبه می شود، قابلیت اطمینان بدست آمده توسط ارزیابی آماری آزمایشات قابلیت اطمینان بدست می آید.

مفهوم قابلیت اطمینان می تواند به فرآیندها و سرویس ها نیز اطلاق شود، اگرچه جنبه های انسانی می تواند منجر به سختی هایی در مدل سازی شود[۱۹].

۱-۲ روابط حاکم بر قابلیت اطمینان

فرض کنید یک متغیر تصادفی نامنفی X $(X\geq 0)$ که زمان خرابی یک واحد را مشخص می کند، دارای توزیع احتمال جمعی $F(t) \equiv \Pr\{X \leq t\}$ با پیوستگی راست و تابع چگالی احتمال $f(t) = (0 \leq t < \infty)$ می باشد یعنی $f(t) = \frac{dF(t)}{dt}$ و $F(t) = \int_0^t f(u)du$ که در نظریه قابلیت اطمینان به آنها توزیع زمانی خرابی و تابع چگالی خرابی می گویند و گاهی اوقات برای سادگی توزیع خرابی F(t) و توزیع چگالی f(t) نامیده می شوند. توزیع بقای X به صورت زیر می باشد:

$$R(t) \equiv P\{X > t\} = 1 - F(t) = \int_t^\infty f(u)du \equiv \overline{F}(t) \qquad (۱-۱)$$

که تابع قابلیت اطمینان نامیده می شود و میانگین آن به صورت زیر محاسبه می شود:

---
[1] - Predicted Reliability
[2] - Estimated Reliability
[3] - Assessed Reliability

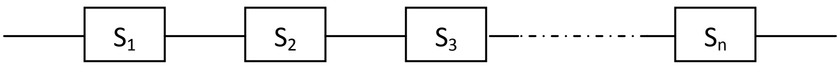
$$\mu \equiv E\{X\} = \int_0^\infty tf(t)dt = \int_0^\infty R(t)dt \qquad (۱-۲)$$

که MTTF[1] (زمان میانگین تا خرابی) یا طول عمر میانگین نامیده می شود. معمولاً فرض می شود که $F(\infty)=\lim_{t\to\infty}F(t)=1;\ ,\ 0<\mu<\infty,\ F(0^-)=F(0^+)=0$ در نتیجه با توجه به این فرضیات $R(0)=1$ و $R(\infty)=0$ مگر اینکه مقادیر آنها به صورت مستقیم بیان شود. توجه شود که F(t) در بازه ۰ تا ۱ غیر نزولی بوده و R(t) در بازه ۱ تا ۰ غیرصعودی می باشد.

۱-۳ آرایش سری و موازی

۱-۳-۱ سیستم های سری

فرض کنید سیستم S شامل n زیرسیستم $S_1, S_2, \dots, S_n$ باشد که همه به صورت سری قرار داده شده اند (شکل ۱-۱ را ببینید). فرض می شود که $\{S_i\}$ به طور مستقل خراب می شود و برای عملکرد صحیح سیستم S لازم است تا تمام زیرسیستم ها به درستی عمل کنند.



شکل ۱-۱: سیستم سری با n قطعه

فرض کنید $F_i(t)$ تابع توزیع جمعی (c.d.f) زمان تا خرابی S_i باشد. مطلوب است که بتوانیم $G_s(t)$، تابع توزیع جمعی زمان خرابی سیستم را بیابیم. فرض کنید T_i زمان تا خرابی iامین زیرسیستم باشد و نیز فرض کنید T زمان تا خرابی سیستم باشد. آنگاه به وضوح رویداد $T>t$ (سیستم به مدت زمان t سالم است) رخ می دهد اگر و تنها اگر تمام $T_i>t$ باشد (تمام زیرسیستم ها تا زمان t سالم هستند)، یعنی

$$T = \min_i \{T_i\} \qquad (۱-۳)$$

[1] - Mean Time to Failure

و

$$P(T>t)=P(T_1>t, T_2>t, \ldots, T_n>t) \qquad (۱-۴)$$

اما بطور فرضی، $T_i>t$ دو به دو مستقل هستند. ازاینرو،

$$P(T>t)=\prod_{i=1}^{n} P(T_i>t)=\prod_{i=1}^{n}\left(1-F_i(t)\right) \qquad (۱-۵)$$

در نتیجه، $G_s(t)$، تابع توزیع جمعی زمان خرابی سیستم می شود:

$$G_s(t)=1-P(T>t)=1-\prod_{i=1}^{n}\left(1-F_i(t)\right) \qquad (۱-۶)$$

قابلیت اطمینان سیستم برای بازه زمانی $[0, t]$ به صورت احتمال سالم ماندن سیستم تا زمان t تعریف می شود و با $R_s(t)=P(T>t)$ مشخص می شود. به طور مشابه، قابلیت اطمینان برای هر زیرسیستم با $R_i(t) = P(T_i>t)$ مشخص می شود.

بنابر این (۱-۵) می تواند به صورت زیر نوشته شود:

$$R_s(t)=\prod_{i=1}^{n} R_i(t) \qquad (۱-۷)$$

در حالت خاص، اگر n زیرسیستم دارای تابع توزیع تجمعی $F(t)$ یکسان باشند، آنگاه $G_s(t)$ خواهد شد:

$$G_s(t)=1-\left[1-F(t)\right]^n \qquad (۱-۸)$$

و

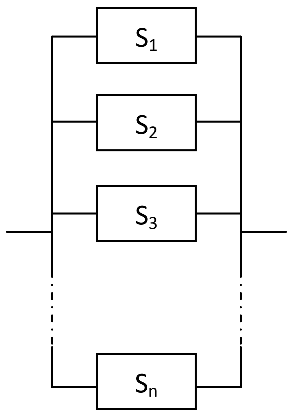
$$R_s(t)=\left[1-F(t)\right]^n \qquad (۱-۹)$$

۱-۳-۲ سیستمهای موازی

فرض کنید سیستم S شامل n زیرسیستم $S_1, S_2, \ldots, S_n$ باشد که به صورت افزونی موازی[۱] قرار دارند یعنی به طور همزمان و با هم در حال کار هستند، همانطور که در شکل ۱-۲ نشان داده شده است.

[1] - Parallel Redundancy

فرض می شود که S_j مستقل از دیگر زیرسیستمها خراب می شود و اینکه اگر حداقل یکی از زیرسیستمهای S_j باموفقیت عمل کند، سیستم S صحیح عمل خواهد کرد. فرض کنید $F_j(t)$ تابع توزیع جمعی زمان تا خرابی S_j باشد. مطلوب است اگر بتوانیم $G_p(t)$ تابع توزیع جمعی سیستم را بیابیم.



شکل ۱-۲: یک سیستم موازی با n قطعه

فرض کنید T_j زمان تا خرابی S_j باشد و نیز فرض کنید T زمان تا خرابی سیستم باشد. آنگاه به وضوح داریم:

$$T = \min_j \{T_j\} \qquad (۱۰-۱)$$

بنابراین، به دلیل استقلال زیرسیستمها داریم:

$$G_p(t) = P\{T \le t\} = \prod_{j=1}^{n} P\{T_j \le t\} = \prod_{j=1}^{n}\left(F_j(t)\right) \qquad (۱۱-۱)$$

قابلیت اطمینان سیستم در بازه زمانی $(0, t]$ به صورت زیر به دست می آید:

$$R_p(t) = 1 - G_p(t) = 1 - \prod_{j=1}^{n} F_j(t) \qquad (۱۲-۱)$$

در حالت خاص، اگر تمام n زیرسیستم دارای تابع توزیع جمعی $F(t)$ یکسانی باشند، آنگاه:

$$G_p(t) = F^n(t) \qquad (۱۳-۱)$$

و

$$R_p(t) = 1 - F^n(t) \qquad (۱۴-۱)$$

زمان میانگین تا خرابی سیستم با رابطه زیر داده می شود:

$$ET=\frac{1}{\lambda}\left(1+\frac{1}{2}+\ldots+\frac{1}{n}\right) \qquad (۱۵-۱)$$

۱-۳-۳ سیستمهای سری- موازی و موازی – سری

منظور از سیستم سری – موازی سیستمی است که شامل n زیرسیستم به صورت سری باشد که در آن زیرسیستم i شامل m_i المان موازی است ($i=1, 2, \ldots, n$). فرض کنید تمام المان ها فعال باشند و نیز فرض کنید تمام المانها کاملاً مستقل هستند. A_{ij} را به صورت المان jام ($j=1, 2, \ldots, m_i$) در زیر سیستم iام تعریف می کنیم و F_{ij} را به صورت .c.d.f زمان تا خرابی T_{ij} المان A_{ij} تعریف می کنیم. فرض کنید که سیستم به درستی عمل می کند اگر و تنها اگر تمام زیرسیستم ها به درستی عمل کنند. بعلاوه فرض کنید که هر زیرسیستم به درستی عمل می کند اگر حداقل یکی از المان ها به درستی عمل کند. با توجه به این فرضیات در می یابیم که طول عمر سیستم T به صورت زیر می باشد:

$$T=\min_i\{T_i\}=\min_i\left\{\max_j\{T_{ij}\}\right\} \qquad (۱۶-۱)$$

که در آن $T_i=\max_j\{T_{ij}\}$ طول عمر زیرسیستم iام می باشد.

می خواهیم $R_{sp}(t)$، قابلیت اطمینان سیستم سری - موازی را در بازه زمانی $(0, t]$ بیابیم. از معادله (۱-۱۲) داریم:

$$R_{A_i}(t)=P\{T_i>t\}=1-\prod_{j=1}^{m_i}F_{ij}(t), \qquad i=1,2,\ldots,n \qquad (۱۷-۱)$$

اما، سیستم سری - موازی شامل n زیرسیستم $\{A_1, A_2,\ldots,A_n\}$ به صورت سری می باشد. بنابراین از معادله (۱-۷) و (۱-۱۷) داریم:

$$R_{sp}(t)=P\{T>t\}=\prod_{i=1}^{n}R_{A_i}(t)=\prod_{i=1}^{n}\left(1-\prod_{j=1}^{m_i}F_{ij}(t)\right) \qquad (۱۸-۱)$$

اگر تمایل داشته باشیم که قابلیت اطمینان سیستم سری - موازی را برای زمان مشخص t^* بدست آوریم، ابتدا قابلیت اطمینان A_{ij} را در بازه زمانی $(0, t^*]$ به صورت $r_{ij}=1-F_{ij}(t^*)$ مشخص می کنیم، آنگاه:

$$r_{sp}=R_{sp}\left(t^*\right)=\prod_{i=1}^{n}\left(1-\prod_{j=1}^{n}\left(1-r_{ij}\right)\right) \qquad (۱۹-۱)$$

اگر المان های A_i دارای قابلیت اطمینان های یکسان $r_{ij}=r_i$ باشند، آنگاه معادله (۱-۱۹) به صورت زیر تبدیل می شود:

$$r_{sp}=\prod_{i=1}^{n}\left(1-\left(1-r_i\right)^{m_i}\right) \qquad (۲۰-۱)$$

بعلاوه، اگر $r_i = r$ و $m_i = m$ باشد، آنگاه معادله (۱-۲۰) به صورت زیر خواهد بود:

$$r_{sp}=\left(1-\left(1-r\right)^{m}\right)^{n} \qquad (۲۱-۱)$$

منظور از سیستم موازی - سری سیستمی است که شامل m زیرسیستم به صورت موازی می باشد که در آن هر زیرسیستم A_j شامل n_j المان سری می باشد، ($j=1, 2, \dots, m$). فرض کنید که تمام المان ها سالم و کاملاً مستقل هستند. $i=1, 2, \dots, n_j$ A_{ji} را به صورت iامین المان در A_j و $F_{ji}(t)$ را به صورت .c.d.f زمان تا خرابی T_{ji} المان A_{ji} تعریف می کنیم. فرض کنید که سیستم درست عمل می کند اگر حداقل یکی از زیرسیستمها به درستی عمل کند. بعلاوه، فرض کنید که یک زیرسیستم معین بدرستی عمل می کند اگر و تنها اگر تمام المان ها به درستی عمل کنند.

تمایل داریم که $R_{ps}(t)$، قابلیت اطمینان سیستم موازی - سری را در بازه زمانی $(0, t]$ بیابیم. از معادله (۱-۷) داریم که $R_{Aj}(t)$، قابلیت اطمینان زیرسیستم A_j به صورت زیر است:

$$R_{A_j}\left(t\right)=\prod_{i=1}^{n_j}\left(1-F_{ji}\left(t\right)\right), \qquad j=1,2,\dots,m \qquad (۲۲-۱)$$

اما سیستم موازی - سری شامل m زیرسیستم $\{A_1, A_2, \dots, A_m\}$ به صورت موازی هستند. بنابراین، از معادلات (۱-۱۲) و (۱-۲۲) داریم:

$$R_{ps}\left(t\right)=1-\prod_{j=1}^{m}\left(1-R_{A_j}\left(t\right)\right)=1-\prod_{j=1}^{m}\left(1-\prod_{i=1}^{n_j}\left[1-F_{ji}\left(t\right)\right]\right) \qquad (۲۳-۱)$$

اگر تمایل داشته باشیم که قابلیت اطمینان سیستم موازی - سری را برای زمان t^* محاسبه کنیم، ابتدا همانند قبل $r_{ji}=1-F_{ji}(t^*)$ فرض می کنیم، معادله (۱-۲۳) به صورت زیر خواهد بود[۲۰]: