بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه زنجان

دانشکده علوم-گروه فیزیک

بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در پلاسمای سرد

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهدی صادق

اساتید راهنما:

دکتر یوسفعلی عابدینی

دکتر ناصر سپهری جوان

استاد مشاور:

دکتر محمد محمودی

بهمن ۸۶

تقدیم به پدر و مادر عزیزم

که

همیشه و در همه حال

مشوق و پشتیبانم بوده‌اند

و دعای خیرشان بدرقه‌ی راهم بوده‌است

قدردانی و تشکر

در ابتدا بر خود لازم می‌دانم از راهنمایی‌های بی‌دریغ و بی‌شائبه‌ی جناب آقایان دکتر یوسفعلی عابدینی و دکتر ناصر سپهری جوان کمال تشکر و قدردانی را داشته‌باشم و همچنین از جناب آقای دکتر محمد محمودی که از مشورت‌های سودمند ایشان در انجام امور پایان‌نامه استفاده‌نموده‌ام ، سپاسگزاری نمایم.

از دوستان گرامی‌ام ، ورودی‌های ارشد فیزیک ۸۴ بالاخص آقایان سلمان مهاجر و سید وریا ربیعی و بهادر شریفی و همچنین از اعضای گروه کوانتوم اپتیک دانشگاه زنجان و کلیه کسانی که در این‌جا مجالی برای نام‌بردن از آن‌ها نشد ، سپاسگزارم.

چکیده

در این پایان‌نامه در ابتدا به معرفی پلاسما و مدل‌های توصیف‌کننده‌ی دینامیک پلاسما پرداخته‌شده‌است و بدنبال آن انتشار امواج در پلاسما برای حالت‌های مختلف بررسی‌شده‌است و در نهایت به اندرکنش میدان‌های الکترومغناطیسی با محیط پلاسمای سرد و دو پدیده‌ی مهم در این زمینه یعنی ، پس پراکندگی رامان و شفافیت القایی الکترومغناطیسی پرداخته‌شده‌است. بااستفاده از یک رهیافت ساده‌ای که برای لیزر الکترون آزاد به‌کارمی‌رود ، مسئله‌ی پس‌پراکندگی رامان برای اندرکنش دو پالس لیزری در پلاسمای سرد شبیه‌سازی‌شده‌است و تأثیر شدت امواج بر دینامیک رشد موج دانه و نیز سرعت الکترون‌ها موردبررسی واقع‌شده‌است. با به‌کاربردن معادلاتی مشابه ، مسئله‌ی شفافیت القایی الکترومغناطیسی پلاسمای سرد در حضور دو پالس لیزری مورد مطالعه‌قرارگرفته و در حالت خطی معادلات پاشندگی برای این امواج حاصل‌شده است. در حالت خاصی که دامنه‌ی موج دمشی فوق‌العاده بالاست ، سرعت گروه برای موج کاوشگر محاسبه‌شده‌است.

فهرست

۵ شفافیت القایی الکترومغناطیسی

مقدمه

هرچند این پایان‌نامه با عنوان کلی انتشار امواج در پلاسمای سرد مطرح‌شده است ، ولی به‌طور ویژه ، دو پدیده‌ی خاص پس‌پراکندگی رامان [1] و شفافیت القایی الکترومغناطیسی [2] پلاسمای سرد در اندرکنش دو پالس لیزری در پلاسما بررسی‌شده‌است. هر دو این پدیده‌ها با استفاده از فرمول‌بندی اندرکنش سه‌موج در پلاسما قابل توصیف هستند. در پدیده‌های سه موج ، اندرکنش دو موج در پلاسما سبب تحریک موج بار—فضا در پلاسما می‌شود. پس‌پراکندگی رامان [۴—۱] یک ناپایداری پارامتریک می‌باشد که در آن یک موج الکترومغناطیسی فرودی ، در اثر اندرکنش با پلاسما به یک موج پلاسما و یک موج الکترومغناطیسی دیگر واپاشی می‌کند. اخیراً آزمایشات متعددی در مورد وقوع این ناپایداری در اندرکنش پالس‌های کوتاه لیزری ، در پلاسما صورت گرفته‌است[۵]. بوسیله *Shvets* و همکاران [٦] مسئله‌ی تقویت امواج لیزری با پهنای کوتاه ، هنگامی‌که یک موج بلند دامنه با فرکانس بالا (موج دمشی [3]) ، انرژی خود را به یک موج الکترومغناطیسی دیگر با دامنه و فرکانس کمتر (موج دانه [4]) منتقل می‌کند ، مورد بررسی واقع شده‌است. در تمامی کارهای صورت گرفته ، به منظور شبیه‌سازی اندرکنش لیزر با پلاسما از روش *PIC* [5] استفاده‌شده‌است[۸—٦].در این پایان‌نامه ضمن به‌کاربردن روشی ساده‌تر که در لیزر الکترون آزاد به‌کارمی‌رود[۹] ، مسئله‌ی تقویت امواج در شدت‌های بالا شبیه‌سازی‌شده‌است و نشان‌داده‌شده‌است که بالا بردن شدت موج دمشی ، سبب سرعت گرفتن الکترون‌ها قبل از اندرکنش دو پالس لیزری شده و این امر سبب ازبین‌رفتن شرط تشدید و پایین آمدن نرخ تقویت موج دانه می‌شود.

عبور یک موج الکترومغناطیسی با فرکانس کمتر از نوسانات طولی پلاسما ، غیرممکن است. ولی تحت شرایط خاصی می‌توان این موج را از پلاسما عبورداد و به عبارتی می‌توان پلاسما را برای موجی با فرکانس کمتر از نوسانات طولی پلاسما ، شفاف کرد. این پدیده که بوسیله‌ی فرمول‌بندی سه‌موج قابل توصیف‌است ، به شفافیت القایی الکترومغناطیسی در پلاسما مشهوراست . در این پدیده دو موج الکترومغناطیسی ، یکی با فرکانسی بیشتر

---

[1] Raman Backscattering

[2] Electromagnetically Induced Transparency (EIT)

[3] Pump

[4] Seed

[5] *Particle In Cell*

از فرکانس پلاسما $(\omega_1 > \omega_p)$ و دیگری با فرکانسی کمتر از فرکانس پلاسما $(\omega_2 < \omega_p)$ ، با پلاسما اندرکنش می‌کنند ، هرگاه شرط تشدید $(\omega_1 - \omega_2 \approx \omega_p)$ برقرار باشد ، هنگامی که شدت موج اول بیشتر باشد ، موج دوم بدون جذب از پلاسما عبور می‌کند و این به سبب مدولاسیون فرکانس پلاسما می‌باشد. این مدولاسیون می‌تواند به علت کاهش جرم نسبیتی الکترون و تغییرات چگالی الکترون‌ها بوسیله‌ی نوسانات طولی پلاسما باشد. این پدیده اولین بار توسط $Harris$ مطرح‌شد[۱۰]. وی براساس مدل سیالی غیرنسبیتی پلاسمای سرد ، عدم جذب یک موج ضعیف لیزری (موج کاوشگر[۶]) با فرکانسی کوچکتر از ω_p را در حضور موج قوی لیزری (موج دمشی) دیگر با فرکانسی بزرگتر از ω_p را نتیجه گرفت. $Ersfeld$ و همکارانش این اثر را برای دو موج با شدت یکسان و موازی ، مورد بررسی قراردادند[۱۱]. در مرجع [۱۲] اثر دما بر پاشندگی پلاسما در هنگام اندرکنش با لیزر مورد مطالعه قرارگرفته‌است. $Gordon$ و همکارانش نشان دادند که علاوه‌بر انتشار موج ، می‌توان مسأله‌ی ناپایداری موج کاوشگر در پلاسما (که منجر به رشد دامنه‌ی این موج می‌گردد) را نیز بررسی کرد[۱۳]. همچنین آن‌ها در مقاله‌ای دیگر این اثر را در مورد پلاسمای محدود مورد بررسی قرار داده‌اند[۱۴]. در انتها ، بااستفاده از مدل جنبشی ، رابطه‌ی پاشندگی برای دو موج با قطبش دایروی در شدت‌های دلخواه در اندرکنش با پلاسما حاصل شده و در حالتی که شدت یکی از امواج خیلی قوی‌تر از دیگری باشد ، رابطه‌ای برای سرعت گروه موج کاوشگر حاصل شده‌است و نشان داده‌شده‌است که سرعت گروه در چنین پدیده‌ای خیلی کوچکتر از سرعت نور می‌باشد و این بدان معنی‌است که به‌علت کند بودن انتشار موج باید دینامیک حرکت یون‌ها نیز در مسئله واردشود.

---

[۶] Probe

فصل اول

دینامیک پلاسما

می‌گویند که پلاسما حالت چهارم ماده است ، به‌این مفهوم که هرگاه گازی حرارت داده‌شود ، به‌علت بالارفتن انرژی جنبشی متوسط ذرات گاز و درنتیجه به‌علت بالابودن میزان برخوردهای پرانرژی ، مقداری از گاز یونیده‌شده و در محیط علاوه‌بر ذرات خنثی ، یون‌های مثبت و الکترون‌ها نیز تولیدمی‌شوند که به این محیط یونیده ، پلاسما می‌گویند. البته هر گاز یونیده‌ای پلاسما نیست. یک تعریف مفید دیگر برای پلاسما چنین است: پلاسما گاز شبه‌خنثی‌ای است که از ذرات باردار مثبت و الکترون تشکیل شده و رفتار جمعی از خود نشان‌می‌دهد. رفتار جمعی بدان معنی‌است که در شکل‌گیری یک پدیده‌ی خاص ، مانند انتشار یک موج ، تعداد زیادی از ذرات محیط نقش‌دارند.

۱.۱ پارامترهای توصیف کننده‌ی پلاسما

اولین کمیتی که برای توصیف یک پلاسما به کارمی‌رود ، چگالی ذره‌ی نوع α (n_α) می‌باشد که α می‌تواند الکترون e ، یون i و ذرات خنثی n باشد .

باتوجه به عبارات بالا کمیت r را می‌توان به‌عنوان درصد یونیدگی پلاسما معرفی‌کرد که :

$$r = \frac{n_e}{n_n} \quad . \tag{۱.۱}$$

باتوجه به گستره‌ی مقادیری که r به خود می‌گیرد ، پلاسمای کم‌یونیده و کاملاً یونیده خواهیم داشت که برای مقادیر $r < 10^{-3}...10^{-2}$ پلاسمای کم یونیده و به ازای $r \to \infty$ ، پلاسمای کاملاً یونیده خواهیم‌داشت(پلاسما فقط از ذرات باردار تشکیل‌شده‌است).

از کمیتهای دیگر می‌توان بار و جرم ذرات تشکیل‌دهنده‌ی پلاسما را نام‌برد که مقادیر آن به‌صورت زیر می‌باشد

$m_i = Z \times 1.6 \times 10^{-24} kg$ $\qquad m_e = 9.1 \times 10^{-31} kg$ $\qquad e = 1.6 \times 10^{-19} C$

درجه‌ی یونیزاسیون$=Z$ $\qquad q_i = Ze$

درمورد ذرات خنثی چون جرم الکترون خیلی کم می‌باشد ، $m_n \approx m_i$

درحالت تعادل ، ذرات تشکیل‌دهنده‌ی پلاسما دارای حرکت کاتوره‌ای حرارتی‌اند ، که برای توصیف این حرکت در ترمودینامیک برای هر مؤلفه‌ی پلاسما از عبارت T_α برای مشخص‌کردن دمای مؤلفه استفاده‌می‌شود. در حالت کلاسیکی برای توصیف حالت تعادل از تابع توزیع ماکسولی استفاده‌می‌شود. اگر طول عمر پلاسما به‌اندازه‌ای باشد که در اثر برخوردهای متوالی ،الکترون‌ها و یون‌ها ، به تعادل ترمودینامیکی برسند ، آن‌گاه می‌توان صحبت از دمای واحد و تابع توزیع واحد کرد. ولی اغلب اتفاق می‌افتد که یون‌ها و الکترون‌ها توزیع ماکسولی جداگانه با دمای متفاوت دارند T_e و T_i. این‌حالت باتوجه به این‌که میزان برخورد بین خود یون‌ها یا خود الکترون‌ها از میزان برخورد یون با الکترون بیشتر است ، اتفاق‌می‌افتد. در حالتی‌که $T_e = T_i$ باشد ، پلاسما را همدما می‌گویند.

تابع توزیع ماکسولی سرعت‌ها برای ذره‌ی نوع α به‌شکل‌زیر بیان‌می‌شود :

$$f(\vec{V}_\alpha) = n_\alpha \left(\frac{m_\alpha}{2\pi k_B T_\alpha}\right)^{3/2} e^{-\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha k_B T_\alpha}} \quad ,$$

حفاظ دبای: از خصوصیات اساسی پلاسما است که پلاسما را از گازهای معمولی ممتاز می‌سازد و آن توانایی ایجاد حفاظ درمقابل پتانسیل الکتریکی است که به آن اعمال‌می‌شود. هرگاه در محدوده‌ای از پلاسما به علت حضور بار خالص درآن پتانسیل ایجادشود ، بارهای مخالف چنان آرایش می‌یابند که این پتانسیل را خنثی‌کند و این یعنی پلاسما تمایل به خنثی بودن از خود نشان‌می‌دهد.

حال برای بیان روشن‌تری از حفاظ دبای ، پارامتری تحت عنوان طول دبای تعریف می‌شود که اندازه‌ای از فاصله‌ی حفاظ‌سازی را می‌دهد که به صورت زیر تعریف می‌شود :

$$\lambda_D = (\frac{\varepsilon_0 k_B T_e}{ne^2})^{1/2} \quad , \qquad (۲.۱)$$

که در رابطه‌ی (۲.۱) n چگالی یون‌ها در فواصل دور می‌باشد.

همان‌طور که از رابطه‌ی بالا مشاهده‌می‌شود ، هر چقدر چگالی افزایش یابد λ_D کاهش پیدامی‌کند ، زیرا هر لایه از پلاسما ، تعداد الکترون‌های بیشتری را شامل‌است ، به‌علاوه λ_D با افزایش k_BT_e افزایش‌می‌یابد. علت این‌که در رابطه‌ی بالا از دمای الکترون استفاده‌شده ، این‌است‌که چون عموماً الکترون‌ها تحرک بیشتری نسبت به یون‌هادارند ، با حرکت خود و با تولید اضافه و یا نقصان بار منفی عمل حفاظ‌سازی را انجام‌می‌دهند ، فقط در شرایط خاص این امر صادق نمی‌باشد.

حال باتوجه به تفاسیری که در بالا ذکرشد ، می‌توانیم مفهوم شبه‌خنثی‌ای را بهتر توصیف‌کرد. اگر ابعاد L یک دستگاه ، خیلی بزرگتر از λ_D باشد ، در این صورت در هرجایی که تمرکز موضعی‌ای از بار به‌وجود‌آید یا پتانسیل خارجی به دستگاه اعمال‌شود ، درمقابلشان حفاظی در یک فاصله‌ی کوتاه در مقایسه با L ایجادمی‌شود و این امر سبب می‌شود که قسمت عمده‌ی پلاسما از پتانسیل‌ها یا میدان‌های الکتریکی قوی ، آزاد نگه‌داشته‌شود. پلاسما شبه‌خنثی است ، یعنی آن اندازه خنثی است که بتوانیم $n_i \approx n_e \approx n$ را درنظربگیریم ، نه آن‌قدر خنثی که تمام نیروهای الکترومغناطیسی مورد توجه ، حذف شوند ، n چگالی مشترک است که چگالی پلاسما خوانده‌می‌شود.

۲.۱ معیارهای پلاسما

در بخش قبل یکی از شرایط پلاسما خواندن یک گاز یونیده را عنوان‌کردیم ، شرط دیگر مربوط به برخوردها می‌باشد. گازی که خیلی کم یونیده‌شده‌باشد ، مثلاً گاز خروجی یک جت ، شرایط یک پلاسما را حایز نیست ، زیرا درآن ذرات باردار آن‌قدر با اتم‌های خنثی برخورد می‌کنند که حرکتشان بیشتر توسط نیروهای هیدرودینامیک معمولی کنترل می‌شود تا نیروهای الکترومغناطیسی. اگر ω فرکانس نوسانات نوعی پلاسما و τ زمان متوسط بین برخوردهای انجام‌شده با اتم‌های خنثی باشد ، برای این‌که گاز ، نظیر یک پلاسما عمل‌کند ، لازم است $\omega\tau > 1$

باشد.

۳.۱ مدل‌های توصیف‌کننده‌ی دینامیک پلاسما

اگرچه دانستن دقیق حالت یک سیستم بس ذره‌ای نیازمند آگاهی از موقعیت و سرعت همه‌ی ذرات سیستم می‌باشد اما رفتار چنین سیستمهایی را اغلب می‌توانیم برحسب متغیرهای ماکروسکوپیک سیستم مانند چگالی ، دما و سرعت متوسط و فشار بیان‌کنیم. این مقادیر از طریق قوانین پایستگی و معادلات دینامیکی برای حرکت و انتقال انرژی به‌هم مربوط می‌شوند. هدف از این بخش تعریف این متغیرها و رابطه‌ی آن‌ها است که این تعاریف ، اطلاعات کمتری را نسبت به بیان کامل بس ذره‌ای شامل می‌شوند.

بااین‌وجود بعضی از خواص پلاسما وجوددارد که این معادلات آن‌ها را نمی‌توانند توضیح‌دهند ، مانند میرایی بدون برخورد لاندائو[۱] و ناپایداری‌های سرعت—فضا[۲] ولی با این وجود ، این معادلات برای بیان گستره‌ی وسیعی از اثرات پلاسما و کاربردهای آن کافی می‌باشد.

متغیرهای ماکروسکوپیک برای یک سیستم پلاسمایی برحسب ممان‌هایی از سرعت برروی تابع توزیع $f(\vec{X},\vec{V},t)$ که توصیف آماری سیستم را شامل می‌شود ، تعریف‌شده‌اند. روابط بین این متغیرهای ماکروسکوپیک ، از معادلات دیفرانسیل بدست‌آمده از تابع توزیع ، حاصل می‌شود.

۱.۳.۱ مدل جنبشی

معادله‌ی مناسب برای مطالعه‌ی پلاسما به صورت زیر است :

$$\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t} + \vec{V}_1.\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial x_1} + \frac{q_\alpha}{m_\alpha}\langle \vec{E} + \frac{\vec{V}_1 \times \vec{B}}{c}\rangle \frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial \vec{V}_1} = \left.\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t}\right|_c \quad , \tag{۳.۱}$$

$$\left.\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t}\right|_c = -\sum_\beta \int (\vec{a}_{1\beta} - < \vec{a}_{1\beta}^{int} >).\frac{\partial f_{\alpha\beta}^{(2)}}{\partial \vec{V}_1} dx_\beta dx_\alpha \tag{۴.۱}$$

---

۱ *Landau collisionless damping*

۲ *Space − Velocity Instability*

که در (۳.۱) $f_\alpha^{(1)}$ تابع توزیع تک‌ذره‌ای و در (۴.۱) $\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t}\Big|_c$ جمله‌ایست‌که اثرات برخوردی در آن لحاظ‌شده و $f_{\alpha\beta}^{(2)}$ تابع توزیع دوذره‌ای و $a_{1\beta}$ شتاب ذره ۱ ناشی از ذره‌ی نوع β می‌باشند و $\langle E\rangle$ و $\langle B\rangle$ مجموع میدان‌های اولیه‌ی داخلی و خارجی متوسط می باشند که معادلات ماکسول را ارضاء می‌کنند :

$$\begin{cases} \vec{\nabla}.\langle\vec{E}\rangle = 4\pi\langle\rho_q\rangle \ . \\ \vec{\nabla}\times\langle\vec{B}\rangle = \frac{1}{c}\frac{\partial\langle\vec{E}\rangle}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\langle\vec{J}\rangle \ . \end{cases} \tag{۵.۱}$$

سمت راست معادله‌ی (۴.۱) فقط اثر چند همسایه‌ی نزدیک را درنظر می‌گیرد. اگر $\frac{\partial f_\alpha^{(1)}}{\partial t}\Big|_c$ را برابر صفر قراردهیم ، به‌عبارت دیگر اگر برخوردهای جفتی نادیده‌گرفته‌شود ، معادله‌ی (۳.۱) معادله‌ی جنبشی پلاسما و یا معادله‌ی ولاسوف[۳] یا معادله‌ی بدون برخورد بولتزمن حاصل‌می‌شود.

۲.۳.۱ مدل سیالی

همان‌طوری که ممان‌های تابع توزیع ، پارامترهای ماکروسکوپیک را نتیجه‌می‌دهند ، ممان‌های معادله‌ی (۳.۱) نسبت به سرعت‌ها باعث پدیدآمدن معادلاتی برای متغیرهای ماکروسکوپیک می‌شوند. این معادلات ، تحولات پلاسما را نسبت به زمان از نقطه‌نظر ماکروسکوپیک بیان‌می‌کنند. از آنجایی که معادلات بدست‌آمده از این روش ، مشابه با معادلاتی هستند که در مکانیک محیط‌های پیوسته برای توصیف سیالات ظاهرمی‌شوند ، به تئوری‌هایی که از معادلات ماکروسکوپیک استفاده‌می‌کنند ، لفظاً تئوری‌های سیالی اطلاق می‌شود.

معادله‌ی پیوستگی:

$$\frac{\partial n_\alpha(\vec{X},t)}{\partial t} + \vec{\nabla}.(n_\alpha(\vec{X},t)\vec{V}_\alpha(\vec{X},t)) = 0 \ . \tag{۶.۱}$$

معادلات برای پیوستگی جرم از معادله‌ی (۶.۱) با ضرب جرم هر ذره‌ی m_α بدست‌می‌آید که :

$$\frac{\partial\rho_{m\alpha}}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho_{m\alpha}\vec{V}_\alpha) = 0 \ , \tag{۷.۱}$$

که $\rho_{m\alpha}(n_\alpha m_\alpha)$ چگالی جرمی می‌باشد. معادله برای پیوستگی بار نیز به‌طور مشابه با ضرب معادله‌ی (۶.۱) در q_α حاصل می‌شود :

$$\frac{\partial\rho_{q\alpha}}{\partial t} + \vec{\nabla}.(\rho_{q\alpha}\vec{V}_\alpha) = 0 \ , \tag{۸.۱}$$

[۳] *Vlasov*

که $\rho_{q\alpha}(n_\alpha q_\alpha)$ چگالی بارالکتریکی می‌باشد.

معادله‌ی حرکت (ممان مرتبه‌ی اول سرعت از تابع توزیع):

$$n_\alpha m_\alpha \frac{\partial \vec{V}_\alpha}{\partial t} + n_\alpha m_\alpha (\vec{V}_\alpha . \vec{\nabla})\vec{V}_\alpha - n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \frac{\vec{V}_\alpha \times \vec{B}}{c}) + \vec{\nabla}.\overset{\leftrightarrow}{P}_\alpha$$
$$= m_\alpha \int \bar{n}_\alpha v \left. \frac{\partial f_\alpha}{\partial t}\right|_c dv \approx -\sum_\beta n_\alpha m_\alpha (\vec{V}_\alpha - \vec{V}_\beta)\langle \nu_{\alpha\beta}\rangle \ , \qquad (۹.۱)$$

که در معادله‌ی (۹.۱) $\langle \nu_{\alpha\beta}\rangle$ متوسط فرکانس برخورد با ذرات نوع β است.طرف راست معادله‌ی بالا غالباً تقریب خوبی برای توصیف جمله‌ی اصطکاکی محسوب می‌شود. $\overset{\leftrightarrow}{P}_\alpha$ تانسور فشار و $\vec{E}$ و $\vec{B}$ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هستند که از طریق معادلات ماکسول به‌صورت زیر به کمیات ماکروسکوپیک پلاسما مانند $\vec{V}_\alpha$ و n_α مربوط می‌شوند :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \sum_\alpha 4\pi n_\alpha q_\alpha + 4\pi \rho_{ext} \qquad (۱۰.۱)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\sum_\alpha 4\pi n_\alpha q_\alpha \vec{V}_\alpha + \frac{4\pi}{c}\vec{J}_{ext} \ . \qquad (۱۱.۱)$$

معادله‌ی انرژی (ممان مرتبه‌ی دوم سرعت از تابع توزیع):

$$\frac{\partial}{\partial t}(\frac{n_\alpha m_\alpha \vec{V}_\alpha^2}{2} + \frac{3}{2}n_\alpha k_B T_\alpha) - n_\alpha \vec{F}_\alpha.\vec{V}_\alpha + \vec{\nabla}.\vec{H}_\alpha = \frac{\partial}{\partial t}(\frac{n_\alpha m_\alpha \vec{V}_\alpha^2}{2})\Big|_c \ , \qquad (۱۲.۱)$$

که در این معادله T_α مؤلفه‌ی دمایی ذره‌ی نوع α ، $\vec{F}_\alpha$ نیروی وارد بر ذره‌ی نوع α و $\vec{H}_\alpha$ شار انرژی جنبشی ذره‌ی نوع α (مقدار انرژی جنبشی ذره‌ی نوع α در واحد سطح بر واحد زمان) می‌باشد.

معادلاتی که تا اینجا حاصل‌شدند ، قوانین پایستگی برای چگالی تعداد ذرات و تکانه و انرژی می‌باشد. این معادلات ، معادلات بسته و کاملی نیستند. باتوجه به این‌که هر معادله‌ای برای یک ممان خاصی از تابع توزیع ، شامل ممان‌های بالاتر تابع توزیع می‌باشد ، برای توصیف کامل پلاسما ، احتیاج به تمامی ممان‌ها می‌باشد و بنابراین هر سیستم دلخواه از معادلات با تعداد معادلات محدود ، هرگز نمی‌تواند رفتار پلاسما را به‌صورت کامل توصیف‌کند. برای آن‌که بتوان اطلاعات مفید را از یک سری محدود از معادلات استخراج کرد ، لازم است این زنجیره‌ی معادلات به‌نوعی بسته شود. برای این کار لازم‌است که از یک معادله‌ی حالت که بیانگر رابطه‌ی بین یک ممان بالاتر مانند فشار و دما ، با یک ممان پایین‌تر مانند چگالی است ، استفاده‌شود. در حالاتی که تحولات

زمانی پدیده‌ای که در حال رخ‌دادن است ، آن‌قدر سریع باشد که زمان مشخصه ، از زمان برخورد بین ذره‌ای به مراتب کوچکتر باشد ، می‌توان از $\frac{\partial f_\alpha}{\partial t}\Big|_c$ صرف‌نظر کرد و پلاسما را بدون برخورد فرض‌کرد. دراین‌صورت همان‌طور که قبلاً ذکرشد ، معادله‌ی ولاسوف حاصل‌می‌شود که معادله تنها برای تابع توزیع تک‌ذره‌ای $f_\alpha^{(1)}$ است و در آن خبری از ممان‌های مرتبه‌ی بالاتر نیست. در حالات دیگر که در آن‌ها تحولات سیستم کندتر اتفاق می‌افتد ، باید از تقریب مناسبی برای جمله‌ی برخوردی ، استفاده‌کرد و زنجیره‌ی معادلات را بست. استفاده از هر تقریبی برای بستن و قطع‌کردن معادلات باتوجه به شرایط فیزیکی مسئله ، صورت می‌گیرد. سادگی و کاملی این انتخاب ، وابسته به نبوغ و زیرکی فیزیکدان است.

۳.۳.۱ نظریه‌ی پلاسمای دوسیالی

در این نظریه ، یون‌ها و الکترون‌ها مانند شاره‌ای رسانا هستند که ازطریق معادلات ماکسول و نیروی اصطکاکی ناشی از برخورد ، به‌هم جفت‌می‌شوند. متغیرهای این نظریه ، چگالی ، سرعت و فشار می‌باشد که بوسیله‌ی معادلات پیوستگی و حرکت زیر مشخص می‌شوند :

معادله‌ی پیوستگی :

$$\frac{\partial n_\alpha}{\partial t} + \vec{\nabla}.n_\alpha \vec{V}_\alpha = 0 \ . \qquad (۱۳.۱)$$

معادله‌ی حرکت :

$$n_\alpha m_\alpha (\frac{\partial}{\partial t} + \vec{V}_\alpha.\vec{\nabla})\vec{V}_\alpha = n_\alpha q_\alpha (\vec{E} + \frac{\vec{V}_\alpha \times \vec{B}}{c}) - \vec{\nabla}.\vec{\Pi} - \vec{\nabla} p_\alpha - \int \bar{n}_\alpha \, m_\alpha v \, \frac{\partial f_\alpha}{\partial t}\Big|_c dv \ . \qquad (۱۴.۱)$$

معادلات ماکسول :

$$\vec{\nabla}.\vec{E} = \sum_\alpha 4\pi n_\alpha q_\alpha \qquad (۱۵.۱)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c}\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c}\sum_\alpha 4\pi n_\alpha q_\alpha \vec{V}_\alpha \ . \qquad (۱۶.۱)$$

که در این‌جا:

$$\vec{\Pi}_\alpha = \vec{P}_\alpha - pI \ , \qquad (۱۷.۱)$$

در حالت توزیع متقارن کروی برای سرعت‌ها $\vec{\Pi}_\alpha = \vec{0}$ و غالباً از تقریب زیر استفاده‌می‌شود :

$$\bar{n}_\alpha \int m_\alpha v \left.\frac{\partial f_\alpha}{\partial t}\right|_c dv \approx -\sum_\beta n_\alpha m_\alpha (\vec{V}_\alpha - \vec{V}_\beta)\langle \nu_{\alpha\beta}\rangle \quad . \qquad (۱۸.۱)$$

حال برای بستن زنجیره‌ی معادلات ، احتیاج به یک معادله‌ی حالت برای هر کدام از سیالات است. به‌عنوان مثال با درنظرگرفتن نوع تبادل انرژی حرارتی یک المان ماکروسکوپیک از پلاسما با محیط اطراف ، در زمان صورت‌گرفتن یک پدیده‌ی خاص می‌توان از تقریب‌های زیر استفاده‌کرد :

تقریب ایزوترم یا همدما :

$$P = An \quad . \qquad (۱۹.۱)$$

تقریب آدیاباتیک یا بی‌دررو :

$$P = An^\gamma \quad , \qquad (۲۰.۱)$$

که در این‌جا γ ضریب اتمیسیته و می‌توان فرض‌کرد $\gamma = \frac{5}{3}$ ویا حتی :

$$P = 0 \quad , \qquad (۲۱.۱)$$

که اغلب در مورد پلاسماهایی که در حضور میدان‌های مغناطیسی قوی خارجی قرارگرفته‌اند $(\frac{\vec{B}^2}{8\pi} \gg p)$ صادق است . درصورتی که پلاسما به‌طور جزئی یونیده‌باشد می‌توان یک‌سری معادله‌ی دیگر برای مؤلفه‌ی خنثی آن نوشت. طبیعتاً این مؤلفه با یون‌ها و الکترون‌ها ازطریق نیروی اصطکاک اندرکنش خواهندداشت. برای این مؤلفه هم لازم‌است که معادله‌ی حالتی نوشته‌شود. در بعضی از مسائل ، مانند ژنراتورهای تولید انرژی MHD (مغناطوهیدرودینامیک[۴]) حرکت ذرات خنثی مهم می‌باشد.

[۴] MagnatoHydroDynamic

فصل دوم

امواج در پلاسمای سیالی

هرچند قبل از هر چیز ، پلاسما به‌عنوان یک گاز تقریباً ایده‌آل مطرح‌است و به‌همین علت دارای خواص مشترک زیادی با یک سیال هادی جریان می‌باشد. ولی یک سری حرکات دسته‌جمعی هماهنگ (به‌عبارت‌دیگر امواج) می‌تواند در آن بوجودآید که این خواص ، صرفاً به‌واسطه‌ی خاصیت پلاسمایی محیط است و در هیچ محیط مادی دیگری یافت نمی‌شود. هیچ محیطی به‌اندازه‌ی پلاسما از لحاظ انتشار امواج در آن ، تنوع ندارد. در فصل قبل توضیح داده‌شد که معادلات سیالی هنگامی معتبرند که در هر حجم کوچک ماکروسکوپیک ، نیروهای وارد به ذرات دارای مرتبه‌ی بزرگی یکسانی باشند و درنتیجه حرکت آن‌ها تقریباً در یک جهت صورت گیرد. بنابراین می‌توان یک سرعت سیالی به‌این مجموعه از ذرات نسبت داد. اما هرگاه سرعت‌های حرارتی یک گروه از ذرات دارای بازه‌ی توزیع گسترده‌ای باشد و ذرات دارای سرعت‌های کاملاً متفاوت در این گروه ، زیادباشند ، طبیعتاً به‌کاربردن مفهوم سرعت سیالی برای هر المان ماکروسکوپیک از پلاسما ، یک مفهوم بی‌اعتبار خواهدبود. بنابراین زمانی از معادلات سیالی می‌توان برای توصیف امواج پلاسمایی استفاده‌کرد که پلاسما سرد باشد. بررسی امواج پلاسمایی در هنگامی که دمای پلاسما قابل ملاحظه‌باشد به‌وسیله‌ی نظریه‌ی جنبشی صورت می‌گیرد. باوجود تمامی این صحبت‌ها ، نظریه‌ی سیالی منجر به نتایج جالبی درمورد انتشار امواج در پلاسما می‌شود. بررسی امواج به دامنه‌های کم پارامترهای فیزیکی مسئله ، محدودخواهدشد. لازم به ذکر است که این کار هرچند

باعث خطی‌سازی معادلات و درنتیجه باعث ساده‌سازی آن‌ها می‌شود ولی نباید از این نکته غافل شد که درنظرگرفتن جمله‌های غیرخطی می‌تواند باعث آشکارشدن پدیده‌هایی شود که به پدیده‌های غیرخطی مشهورند.

۱.۲ ثابت دی‌الکتریک یک پلاسمای خالی از میدان $(\vec{E}_0 = \vec{B}_0 = 0)$

از بعضی‌جهات ، پلاسما تداعی‌کننده‌ی سیستمی از نوسانگرهاست که با هم ارتباط دارند. پلاسما طیف خاصی از نوسانات را داراست که این نوسانات می‌توانند هم بواسطه‌ی ارتباط نیرویی که بین ذرات برقراراست و هم بواسطه‌ی اینرسی ذرات شکل بگیرند. با توجه به این‌که پلاسما دارای خواص الکتریکی است و این خاصیت ، مشخصه‌ای برای محیط‌های پاشنده می‌باشد ، بنابراین نیروهای وارده بین ذرات از نوع الکتریکی می‌باشد و خواص مکانیکی و دی‌الکتریکی پلاسما را می‌توان به‌وسیله‌ی ثابت دی‌الکتریک ، توصیف‌کرد. امواج پلاسمایی همیشه در ارتباط با میدان‌های الکتریکی متغیر با زمان و مکان هستند و شرایط انتشار این امواج به‌وسیله‌ی خواص دی‌الکتریکی پلاسما تعیین‌می‌شوند که به نوبه‌ی خود این خواص وابسته به مقدار میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی ثابت خارجی اثرکننده به پلاسما هستند. پلاسما می‌تواند غیرهمگن و ناهمسانگرد باشد که این عامل ، تأثیر مستقیمی روی خواص دی‌الکتریکی پلاسما می‌گذارد. ثابت دی‌الکتریک یک پلاسمای سرد را می‌توان به‌وسیله‌ی معادلات سیالی (که در فصل قبل بدست آمدند) توصیف‌کرد. بادرنظرگرفتن اختلالات هارمونیکی برای میدان‌هاو چگالی جریان و چگالی بار به شکل زیر:

$$\begin{cases} \vec{E}_1 = \vec{\tilde{E}}_1 e^{-i\omega t} \\ \vec{B}_1 = \vec{\tilde{B}}_1 e^{-i\omega t} \end{cases},$$

از معادلات ماکسول خواهیم‌داشت :

$$\begin{cases} \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{B}}_1 = -i\frac{\omega}{c}\vec{\tilde{E}}_1 + \frac{4\pi}{c}\vec{\tilde{J}}_1 = -i\frac{\omega}{c}\overleftrightarrow{\varepsilon}.\vec{\tilde{E}}_1 \\ \vec{\nabla} \times \vec{\tilde{E}}_1 = i\frac{\omega}{c}\vec{\tilde{B}}_1 \\ \vec{\nabla}.\vec{\tilde{B}}_1 = 0 \\ \vec{\nabla}.\overleftrightarrow{\varepsilon}.\vec{\tilde{E}}_1 = 0 \end{cases}, \tag{۱.۲}$$

که در این‌جا $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ به‌صورت تانسور دی‌الکتریک تعریف‌شده‌است.

از معادلات دوسیالی می توان تانسور دی‌الکتریک $\overleftrightarrow{\varepsilon}$ را محاسبه‌کرد. در حالت ساده‌ای که میدان‌های خارجی و سرعت سیالی متوسط ذرات در حالت تعادل صفر هستند ، معادلات سیالی برای اختلالات کوچک ، حول حالت