

دانشگاه تهران

دانشکده فنی

رساله

برای دریافت درجه دکتری (Ph.D)

011961

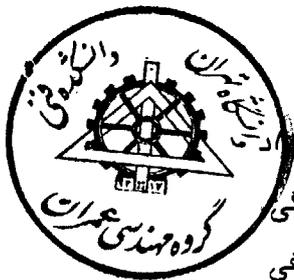
۴۵۵۳۴

موضوع

تعیین امیدانس پی صلب سطحی  
واقع بر نیم فضای ایزوتروپ جانبی

توسط

مرتضی اسکندری قادی

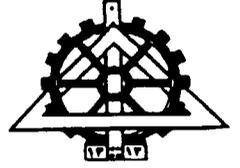


استاد راهنما: جناب آقای دکتر نور

اساتید مشاور: جناب آقای دکتر یرگی

جناب آقای دکتر لطفی

سال ۱۳۷۹



موضوع

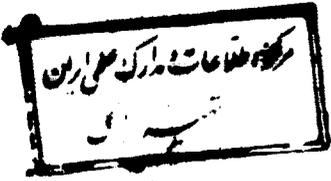
تعیین امیدانس پی صلب سطحی

واقع بر نیم فضای ایزوتروپ جانبی

۱۳۸۰ / ۴ / ۲۰

توسط

مرتضی اسکندری قادی



رساله

رشته عمران - سازه

از این رساله در تاریخ ..... در مقابل هیئت داوران  
دفاع بعمل آمد و مورد تصویب قرار گرفت.



- ..... مسئول کمیته تحصیلات تکمیلی دانشگاه:
- ..... سرپرست کمیته تحصیلات تکمیلی دانشکده:
- ..... مدیر گروه آموزشی:
- ..... نماینده کمیته تحصیلات تکمیلی گروه:
- ..... استناد راهنم:
- ..... استناد مشاور:
- ..... استناد مشاور:
- ..... عضو هیئت داوران:
- ..... عضو هیئت داوران:

۳۸۸۳۴

## فهرست مطالب

ث	چکیده	.....
ج	فهرست اشکال	.....

### مقدمه

۱	انتشار امواج و اندرکنش خاک و سازه	.....
---	-----------------------------------	-------

### فصل اول

۸	معادلات حرکت در محیطهای ارتوتروپ و جداسازی آنها	.....
۸	مقدمه:	.....
۹	۱-۱- معادلات حرکت	.....
۱۱	۲-۱- جداسازی معادلات حرکت	.....
۱۵	۳-۱- نتیجه	.....

### فصل دوم

توابع گرین در فضای فرکانسی در محیط نیمه بینهایت با

۱۷	رفتار ایزوتروپ جانبی	.....
۱۷	مقدمه:	.....
۱۸	۱-۲- معادلات حرکت در دستگاه مختصات استوانه‌ای	.....
۲۰	۲-۲- جواب کلی معادلات حرکت	.....
۲۲	۱-۲-۲- شرایط مرزی و تعیین توابع $A_m$ ، $B_m$ و $C_m$	.....
۲۶	۲-۲-۲- توابع گرین	.....
۲۷	۳-۲-۲- تعیین توابع گرین محیط ایزوتروپ	.....
۲۷	۳-۲- نتایج عددی	.....
۳۰	۴-۲- نتیجه	.....

### فصل سوم

توابع گرین در فضای زمانی در محیط نیمه بینهایت متقارن محوری

۵۳	متقارن محوری با رفتار ایزوتروپ جانبی	.....
۵۳	۱-۳- مقدمه	.....

۵۴	۲-۳- معادلات تعادل دینامیکی
۵۷	۳-۳- جواب اساسی معادلات حرکت برحسب تغییر مکان
۵۸	۱-۳-۳- جواب اساسی برای بار متمرکز با تابع هویساید
۶۲	۲-۳-۳- جواب اساسی برای بار متمرکز با تابع دیراک
۶۶	۴-۳- نتایج عددی
۶۸	۵-۳- نتیجه

#### فصل چهارم

حل مسائل الاستودینامیک در فضای زمانی در حالت متقارن محوری

۸۱	به روش انتگرالهای مرزی برای محیط ایزوتروپ جانبی
۸۱	۱-۴- مقدمه
۸۲	۲-۴- روش انتگرالهای مرزی
۸۷	۳-۴- انتگرال گیری عددی
۱۱۴	۴-۴- تابع امپدانس

#### فصل پنجم

توابع امپدانس قائم و خمشی (گهواره‌ای) شالوده سطحی مستقر

۱۲۳	بر محیط ایزوتروپ جانبی
۱۲۴	۱-۵- معادلات مسئله
۱۲۵	۲-۵- حل مسئله
۱۲۵	۱-۲-۵- شالوده دایره‌ای تحت اثر تحریک قائم
۱۲۷	۲-۲-۵- شالوده دایره‌ای تحت تحریک گهواره‌ای
۱۲۹	۳-۵- نتایج عددی
۱۳۰	۴-۵- نتیجه گیری

#### فصل ششم

۱۳۷	نتیجه گیری
۱۳۹	فهرست مراجع

## چکیده

در این رساله ابتدا معادلات حرکت در یک محیط ارتجاعی، خطی، همگن و ایزوتروپ برحسب مؤلفه‌های تغییر مکان نوشته می‌شوند. این معادلات که کاملاً درگیر می‌باشند با معرفی توابع پتانسیل خاص به صورت مستقل در می‌آیند. توابع پتانسیل مذکور مختص این رساله بوده و برای نخستین بار از طریق این رساله به جامعه مهندسی ارائه می‌شود. به همین ترتیب معادلات حرکت در محیطهای ارتجاعی، خطی، همگن و ایزوتروپ جانبی با معرفی توابع پتانسیل دیگر به صورت مستقل در می‌آیند. معادلات مستقل بدست آمده برای محیطهای ایزوتروپ جانبی در فضای فرکانسی برای تحریک هارمونیک مؤثر بر سطح آزاد محیط در حالت سه بعدی حل می‌شوند. جوابهای مسئله در این حالت در دستگاه مختصات استوانه‌ای  $(r, \theta, z)$  در فضای فوریه - هنکل بدست می‌آیند. در تعیین این جوابها از سری فوریه در امتداد  $\theta$  و تبدیل هنکل در امتداد  $r$  استفاده می‌شود. میدان تغییر مکان بدست آمده در این حالت توابع گرین می‌باشند که با برآورد عددی مناسب به صورت گرافهایی ارائه می‌شوند. این توابع گرین برای محدوده وسیعی از فرکانس بی بعد ارائه می‌شود.

با استفاده از توابع گرین فوق، توابع امپدانس در امتداد قائم و نیز حول محور افقی گذرنده از سطح یک شالوده صلب مستقر بر سطح آزاد محیط نیمه منتهای با رفتار ایزوتروپ جانبی بدست می‌آید. به منظور تعیین توابع امپدانس، تنش‌های تماسی بین شالوده و محیط در یک فضای خطی توابع نوشته می‌شود.

همچنین با استفاده از توابع پتانسیل ارائه شده برای محیطهای ایزوتروپ جانبی، معادلات موج در فضای زمانی در حالت متقارن محوری حل می‌شوند. با این حل، توابع گرین تغییر مکان برای نیروهای متمرکز سطحی پله‌ای و ضربه‌ای به طور جداگانه بدست می‌آیند. در تعیین این توابع گرین از تبدیلات لاپلاس و هنکل استفاده می‌شود. نتایج نهایی با برآورد عددی مناسب به صورت گرافهایی ارائه می‌شوند.

با استفاده از توابع گرین مربوط به فضای زمانی که در بالا اشاره شده است، برنامه‌ای برای حل معادلات متقارن محوری به روش انتگرالهای مرزی نوشته شده و در آن از المانهای حلقوی ثابت استفاده می‌شود. با استفاده از این برنامه، تابع امپدانس یک پی دایره‌ای صلب در فضای زمانی بدست می‌آید. نتایج این رساله برای تهیه نرم‌افزارهای حل معادلات موج به روش المانهای مرزی و در نظر گرفتن اثر اندرکنش سازه با محیطهای ایزوتروپ جانبی مورد استفاده قرار می‌گیرد. همچنین نتایج این رساله می‌تواند برای حل کلیه مسائل دینامیکی مربوط به محیطهای ایزوتروپ جانبی مورد استفاده قرار گیرد.

## فهرست شکلها

- شکل ۱-۲- محیط نیمه بینهایت با رفتار ایزوتروپ جانبی تحت اثر نیروی  $p(r, \theta)$  موثر بر سطح محدود  $\pi p$  ..... ۲۳
- شکل ۲-۲- الف - قسمت حقیقی تابع انتگرال مربوط به  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت موثر بر دایره‌ای به شعاع  $R$  در امتداد  $Z$  (مصالح ایزوتروپ) ..... ۳۱
- شکل ۲-۲- ب - قسمت حقیقی تابع انتگرال مربوط به  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت موثر بر دایره‌ای به شعاع  $R$  در امتداد  $Z$ . (جزئیات شکل ۲-۲- الف) ..... ۳۱
- شکل ۲-۳- مقایسه تغییر مکان در فضای نیمه متناهی با رفتار ایزوتروپ ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برای  $a_0 = 0.5$  ..... ۳۲
- شکل ۲-۴- تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 0.1$  (نیروی معادل استاتیکی) ..... ۳۳
- شکل ۲-۵- قسمت حقیقی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۳۴
- شکل ۲-۶- قسمت موهومی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۳۵
- شکل ۲-۷- قسمت حقیقی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۳۶
- شکل ۲-۸- قسمت موهومی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۳۷
- شکل ۲-۹- قسمت حقیقی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 5/0$  (فرکانس خیلی زیاد) ..... ۳۸
- شکل ۲-۱۰- قسمت موهومی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب عمق برای  $a_0 = 5/0$  (فرکانس خیلی زیاد) ..... ۳۹
- شکل ۲-۱۱- قسمت‌های حقیقی و موهومی  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب فاصله افقی برای  $a_0 = 0.1$  (معادل استاتیکی) ..... ۴۰
- شکل ۲-۱۲- قسمت حقیقی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب فاصله افقی برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۴۱
- شکل ۲-۱۳- قسمت موهومی تابع گرین  $G_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  بر حسب فاصله افقی برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۴۲

- شکل ۲-۱۴- قسمت حقیقی تابع گرین  $\bar{G}_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع فاصله افقی برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۴۳
- شکل ۲-۱۵- قسمت موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب  $R$  برحسب فاصله افقی برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۴۴
- شکل ۲-۱۶- قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 0/1$  (معادل استاتیکی) ..... ۴۵
- شکل ۲-۱۷- قسمت حقیقی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۴۶
- شکل ۲-۱۸- قسمت موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 1/0$  (فرکانس متوسط) ..... ۴۷
- شکل ۲-۱۹- قسمت حقیقی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۴۸
- شکل ۲-۲۰- قسمت موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 3/0$  (فرکانس زیاد) ..... ۴۹
- شکل ۲-۲۱- قسمت حقیقی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 5/0$  (فرکانس خیلی زیاد) ..... ۵۰
- شکل ۲-۲۲- قسمت موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{xx}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب عمق برای  $a_0 = 5/0$  (فرکانس خیلی زیاد) ..... ۵۱
- شکل ۲-۲۳- قسمت حقیقی تابع گرین  $\bar{G}_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب فرکانس بی بعد  $a_0$  در مصالح ایزوتروپ ..... ۵۲
- شکل ۲-۲۴- قسمت موهومی تابع گرین  $\bar{G}_{zz}$  ناشی از بار گسترده یکنواخت روی دایره‌ای به شعاع  $R$  برحسب فرکانس بی بعد  $a_0$  در مصالح ایزوتروپ ..... ۵۲
- شکل ۳-۱- فضای نیمه منتهای با رفتار ایزوتروپ جانبی تحت تنش‌های  $P_z$  ..... ۵۶
- شکل ۳-۲- تغییرات تابع  $f(i\xi)$  براساس رابطه (۳-۳۹) در لحظه رسیدن موج  $P$  در مصالح ایزوتروپ ..... ۶۹
- شکل ۳-۳- تغییرات تابع  $f(i\xi)$  براساس رابطه (۳-۳۹) در لحظه رسیدن موج برشی  $S$  در مصالح ایزوتروپ ..... ۶۹
- شکل ۳-۴- تغییر مکان قائم در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح ایزوتروپ و مقایسه آن با نتایج Pekerids ..... ۷۰
- شکل ۳-۵- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح ایزوتروپ و مقایسه آن با نتایج Pekerids ..... ۷۰

- شکل ۳-۶- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح بریل راک (Beryl rock) ..... ۷۱
- شکل ۳-۷- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح E-composite ..... ۷۱
- شکل ۳-۸- تغییر مکان قائم در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح G-composite ..... ۷۲
- شکل ۳-۹- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح بریل راک (Beryl rock) ..... ۷۲
- شکل ۳-۱۰- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح E-composite ..... ۷۳
- شکل ۳-۱۱- تغییر مکان افقی در سطح آزاد  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح G-composite ..... ۷۳
- شکل ۳-۱۲- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4l$ ،  $z = 0/8l$  و  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح ایزوتروپ ..... ۷۴
- شکل ۳-۱۳- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4l$  و  $z = 0/8l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح بریل راک (Beryl rock) ..... ۷۴
- شکل ۳-۱۴- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4l$ ،  $z = 0/8l$  و  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح E-composite ..... ۷۵
- شکل ۳-۱۵- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4l$ ،  $z = 0/8l$  و  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح G-composite ..... ۷۵
- شکل ۳-۱۶- تغییر مکان افقی در عمق  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح ایزوتروپ ..... ۷۶
- شکل ۳-۱۷- تغییر مکان افقی در عمق‌های  $z = 0/4l$ ،  $z = 0/8l$  و  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح E-composite ..... ۷۶
- شکل ۳-۱۸- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4l$ ،  $z = 0/8l$  و  $z = 1/2l$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع هویساید در مصالح G-composite ..... ۷۷
- شکل ۳-۱۹- تغییر مکان قائم در سطح  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح ایزوتروپ ..... ۷۷
- شکل ۳-۲۰- تغییر مکان قائم در سطح  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح G-composite ..... ۷۸
- شکل ۳-۲۱- تغییر مکان افقی در سطح  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح ایزوتروپ ..... ۷۸
- شکل ۳-۲۲- تغییر مکان افقی در سطح  $z = 0$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح G-composite ..... ۷۹

- شکل ۳-۲۳- تغییر مکان افقی در عمق‌های  $z = 0/4I$ ،  $z = 0/8I$  و  $z = 1/2I$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح ایزوتروپ ..... ۷۹
- شکل ۳-۲۴- تغییر مکان قائم در عمق‌های  $z = 0/4I$ ،  $z = 0/8I$  و  $z = 2/2I$  ناشی از نیروی متمرکز با تابع دیراک در مصالح G-composite ..... ۸۰
- شکل ۴-۱- تقسیم سطح S به M حلقه ..... ۸۶
- شکل ۴-۲- حالت‌های مختلف بارگذاری موثر بر دایره‌ای به شعاع a ..... ۸۷
- شکل ۴-۳- مقایسه تغییر مکان قائم بی‌بعد ناشی از بارگذاری ثابت با  $r = 30a$  و نتایج Pekeris(1955a) ..... ۸۹
- شکل ۴-۴- مقایسه تغییر مکان قائم بی‌بعد ناشی از بارگذاری سهمی شکل با  $r = 30a$  و نتایج Pekeris(1955a) ..... ۹۰
- شکل ۴-۵- مقایسه تغییر مکانهای قائم در مصالح ایزوتروپ برای  $r = 9a$  با تعداد نقاط گوسی متفاوت ..... ۹۱
- شکل ۴-۶- مقایسه تغییر مکانهای قائم در مصالح ایزوتروپ برای  $r = 3a$  با تعداد نقاط گوسی متفاوت ..... ۹۲
- شکل ۴-۷- تغییر مکان قائم در مصالح ایزوتروپ ناشی از بارگذاری با شدت ثابت برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۳
- شکل ۴-۸- تغییر مکان قائم در مصالح ایزوتروپ ناشی از بارگذاری با تغییرات سهمی شکل برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۴
- شکل ۴-۹- تغییر مکان قائم در مصالح Beryl Rock ناشی از بارگذاری با شدت ثابت برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۵
- شکل ۴-۱۰- تغییر مکان قائم در مصالح Beryl Rock ناشی از بارگذاری با تغییرات سهمی شکل برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۶
- شکل ۴-۱۱- تغییر مکان قائم در مصالح Layered Soil ناشی از بارگذاری با شدت ثابت برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۷
- شکل ۴-۱۲- تغییر مکان قائم در مصالح Layered Soil ناشی از بارگذاری با تغییرات سهمی شکل برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۸
- شکل ۴-۱۳- تغییر مکان قائم در مصالح E-Composite ناشی از بارگذاری با شدت ثابت برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۹۹
- شکل ۴-۱۴- تغییر مکان قائم در مصالح E-Composite ناشی از بارگذاری با تغییرات سهمی شکل برای نسبتهای مختلف  $\frac{r}{a}$  ..... ۱۰۰
- شکل ۴-۱۵- تغییر مکان قائم در مصالح G-Composite ناشی از بارگذاری با شدت ثابت برای

- نسبتهای مختلف  $\frac{I}{a}$  ..... ۱۰۱
- شکل ۴-۱۶ - تغییر مکان قائم در مرکز یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط ایزوتروپ ناشی از انتگرال رابطه (۴-۴۰) و مقدار استاتیکی آن ..... ۱۰۷
- شکل ۴-۱۷ - تغییر مکان قائم در مرکز یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیطهای ایزوتروپ جانبی مختلف ..... ۱۰۸
- شکل ۴-۱۸ - تغییر مکان قائم نقاط مختلف یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط ایزوتروپ برحسب زمان بی بعد ..... ۱۰۹
- شکل ۴-۱۹ - تغییر مکان قائم نقاط مختلف یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط layered soil برحسب زمان بی بعد ..... ۱۱۰
- شکل ۴-۲۰ - تغییر مکان قائم نقاط مختلف یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط Beryl rock برحسب زمان بی بعد ..... ۱۱۱
- شکل ۴-۲۱ - تغییر مکان قائم نقاط مختلف یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط E-Composite برحسب زمان بی بعد ..... ۱۱۲
- شکل ۴-۲۲ - تغییر مکان قائم نقاط مختلف یک دیسک با فشار یکنواخت مستقر بر محیط G-Composite برحسب زمان بی بعد ..... ۱۱۳
- شکل ۴-۲۳ - توابع سختی و نرمی برای شالوده صلب به شعاع a مستقر بر محیط ایزوتروپ و مقایسه تابع نرمی با جواب (1985) Wolf and Oberhuber ..... ۱۱۹
- شکل ۴-۲۴ - توابع نرمی برای شالوده صلب به شعاع a مستقر بر انواع مصالح ایزوتروپ جانبی مطابق ..... ۱۱۹
- شکل ۵-۱ - شالوده صلب دایره‌ای به شعاع R الف - حرکت قائم ب - حرکت گهواره‌ای ..... ۱۲۶
- شکل ۵-۲ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۱
- شکل ۵-۳ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۱
- شکل ۵-۴ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۲
- شکل ۵-۵ - تغییر مکان قائم در مقابل عمق بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۲
- شکل ۵-۶ - تغییر مکان قائم در مقابل عمق بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۳
- شکل ۵-۷ - تغییر مکان قائم در مقابل عمق بی بعد تحت اثر تحریک قائم ..... ۱۳۳
- شکل ۵-۸ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک خمشی یا Rocking ..... ۱۳۴
- شکل ۵-۹ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک خمشی یا Rocking ..... ۱۳۴
- شکل ۵-۱۰ - تغییر مکان قائم در مقابل فاصله افقی بی بعد تحت اثر تحریک خمشی یا Rocking ..... ۱۳۵
- شکل ۵-۱۱ - تغییرات قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع امیدانس قائم برحسب ..... ۱۳۵
- شکل ۵-۱۲ - تغییرات قسمت‌های حقیقی و موهومی تابع امیدانس برحسب فرکانس ..... ۱۳۶

## مقدمه

### انتشار امواج و اندرکنش خاک و سازه

انتشار امواج<sup>۱</sup> در یک محیط ارتجاعی به معنی انتقال تغییر شکل از یک نقطه به نقطه دیگر می‌باشد. براساس اصول مکانیک محیط‌های پیوسته، تغییر شکلیها مولد تنش‌ها می‌باشند، بنابراین به همراه انتقال تغییر شکلیها، تنش‌ها نیز از یک نقطه به نقطه دیگر منتقل می‌شوند. به همین علت گاهی انتشار امواج در محیط ارتجاعی به نام انتشار امواج تنشی<sup>۲</sup> نیز نامیده می‌شود. مسئله انتشار امواج تنشی بوسیله محققین زیادی تحقیق و بررسی شده است [Syngé, 1957; Lamb, 1904; Pekeris and Lifson, 1957; Pekeris, 1955b; Pekeris, 1955a; Waterman, 1959; Rajapakse and Wang, 1991 و Rajapakse and Wang, 1993]. لمب<sup>۳</sup> در سال ۱۹۰۴ یک محیط نیمه متناهی با رفتار ارتجاعی - خطی و ایزوتروپ را مورد مطالعه قرار داده و مسئله انتشار امواج در فضای فرکانسی ناشی از یک نیروی متمرکز موثر بر سطح آزاد را در حالت‌های دو بعدی و سه بعدی مورد بررسی قرار داده است [Lamb, 1904]. در این مقاله، نیروی متمرکز  $P$  بر حسب زمان  $t$  به صورت هارمونیک  $e^{i\omega t}$  در نظر گرفته شده است که  $\omega$  فرکانس تغییرات نیرو بر حسب زمان می‌باشد. به علت تغییرات هارمونیکی محرک (نیروی  $P$ )، پاسخ سیستم شامل میدان‌های تغییر مکان، کرنش و تنش نیز به صورت هارمونیک بر حسب زمان تغییر می‌کنند، یعنی کلیه میدان‌های تغییر مکان، کرنش و تنش به ترتیب به صورت  $u_i(x, y, z)e^{i\omega t}$ ،  $\varepsilon_{ij}(x, y, z)e^{i\omega t}$  و  $\sigma_{ij}(x, y, z)e^{i\omega t}$  می‌باشند. به همین علت جمله  $e^{i\omega t}$  از معادلات حرکت در غیاب نیروهای حجمی حذف شده و معادلات حرکت به صورت مستقل از زمان و وابسته به  $\omega$  نوشته می‌شوند. در این حالت مسئله انتشار امواج در فضای فرکانسی حل می‌شود. به علت حذف متغیر زمان، معادلات حرکت به دستگاه معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی نسبت به مکان تبدیل شده و تجزیه هلمهولتز همواره این دستگاه معادلات را به معادلات با مشتقات جزئی و مستقل از یکدیگر تبدیل می‌کند. معادلات حاکم بر توابع هلمهولتز، معادلات موج بوده که با استفاده از روش فوریه (جداسازی متغیرها) و تبدیل هنکل قابل حل می‌باشد. لمب به همین شیوه معادلات حرکت را حل کرده است. یکی از دلایل استفاده از تبدیلات در حل معادلات دیفرانسیل با مشتقات

1- Wave propagation

2- Stress wave propagation

3- Horace Lamb

۴- بر مویج (Bromwich) در سال ۱۸۸۵ نشان داده است که اثرات وزن در مسائل مهندسی انتشار امواج مهم نمی‌باشد

[Lamb, 1904]

5- Fourier method

6- Hankel transform

جزیی کاهش متغیرهای مستقل، معادله و تبدیل آن به معادله دیفرانسیل معمولی می باشد [Sneddon, 1951؛ 1957؛ 1972]. در حل مسائل مربوط به محیط‌های نامتناهی، معمولاً شرایط مرزی به صورت توابع قطعه‌ای پیوسته وجود دارند و تبدیلات انتگرالی این شرایط را به صورت توابع پیوسته در فضای تبدیل یافته در می آورد. این موضوع یکی دیگر از دلایل استفاده از تبدیلات انتگرالی می باشد، چه در غیر این صورت استفاده از اصل سن و نان اجتناب‌ناپذیر است [Sneddon, 1951].

در مقابل انتشار امواج در فضای فرکانسی، این مسائل در فضای زمانی مطرح می شوند. در این حالت تابع بارگذاری می تواند هر نوع تابعی بر حسب زمان باشد، اما هر تابعی می تواند به صورت حاصل جمع توابع ضربه‌ای در زمانهای متوالی نوشته شود، همچنین تابع ضربه‌ای خود می تواند به صورت تفاضل توابع پله‌ای بیان شود. به همین دلایل معمولاً تابع بارگذاری برای حل مسائل در فضای زمانی به صورت تابع دیراک<sup>۱</sup> یا تابع هویساید<sup>۲</sup> اختیار می گردد [Pekeris؛ 1955a، Pekeris؛ 1955b] و Pekeris [Pekeris and Lifson؛ 1957]. در سال ۱۹۵۵ مسئله لمب را در فضای زمانی مورد بررسی قرار داد. او یک فضای نیمه متناهی با رفتار ایزوتروپ، ارتجاعی، خطی و همگن تحت اثر بار متمرکز  $P$  که نسبت به زمان با تابع هویساید تغییر می کند را بررسی کرده و تغییر مکانهای افقی و قائم را در سطح آزاد در حالت متقارن محوری به صورت انتگرالی با حدود متناهی بدست آورد [Pekeris, 1955a]. Pekeris در همان سال این مسئله را با این تفاوت که بار متمرکز در عمق  $z$  مدفون باشد، بررسی کرد و همان تغییر مکانها را در سطح آزاد فضای نیمه متناهی بدست آورد [Pekeris, 1955b]. Lifson در سال ۱۹۵۷ برآورد عددی جواب‌های بدست آمده در دو مقاله قبلی را با کامپیوترهای آن زمان انجام داده‌اند.

تعداد کمی از محققین نیز انتشار امواج در محیط‌های ارتوتروپ را مورد مطالعه قرار داده‌اند [Syngé؛ 1957، Waterman؛ 1959، Freedman and Keer؛ 1972، Wang and Rajapakse؛ 1993]. در سال ۱۹۵۷ انتشار امواج ریلی در یک محیط ایزوتروپ جانبی را بررسی کرده و نشان داده است که این امواج فقط در صورتی در محیط منتشر می شوند که محور تقارن رفتار محیط یا عمود بر سطح آزاد یا موازی این سطح باشد [Syngé؛ 1957]. Waterman [Syngé؛ 1957] چگونگی ارتباط انتشار امواج عرضی و طولی با ثابتهای ارتجاعی را مورد بررسی قرار داده است [Waterman؛ 1959]. Keer و Freedman در سال ۱۹۷۲ انتشار امواج هارمونیک ناشی از یک نوار طویل صلب مستقر بر سطح فضای نیمه متناهی ارتوتروپیک را بررسی کرده و با استفاده از توابع بتانسیل تغییر مکان و نیز استفاده از تبدیل فوریه جواب مسئله را در فضای عدد موج (فضای فوریه) بدست آوردند. آنها در این مقاله توابع امپدانس این نوار را در امتدادهای قائم، افقی و خمشی بدست آوردند [Freedman and Keer؛ 1972]. Wang و Rajapakse در سال

1- Continuous segmental function

2- Dirac delta function

3- Heaviside function

۱۹۹۱ توابع تغییر مکان و تنش را برای یک نیروی مدفون در یک محیط دو بعدی با رفتار ارتوتروپ بدست آوردند [Rajapakse and Wang; 1991]. در این مقاله معادلات دیفرانسیل حرکت با کمک تبدیل انتگرالی فوریه حل شده‌اند. Wang و Rajapakse در سال ۱۹۹۳ انتشار امواج هارمونیک تولید شده توسط سازه مدفون در یک محیط نیمه متناهی ایزوتروپ جانبی را با ادغام روشهای توابع پتانسیل و تبدیلات انتگرالی بررسی کرده و توابع تغییر مکان و توزیع تنش را در محیط بدست آوردند. Wang و Rajapakse در سال ۱۹۹۳ انتشار امواج در فضای زمانی را با استفاده از تبدیل لاپلاس بررسی کرده و جواب اساسی آن را در حالت‌های دوبعدی و سه بعدی بدست آوردند [Wang and Rajapakse; 1993].

جواب اساسی یک معادله دیفرانسیل، حل مسئله برای نیروی متمرکز واحد می‌باشد. با در اختیار داشتن جواب اساسی، با استفاده از قضیه تقابل سمیگلیانا - بتی [Achenbach; 1973] می‌توان جواب را برای هر نوع بار دیگر به صورت انتگرالی بدست آورد. برآورد این انتگرال‌ها برای کلیه بارگذاریها با شکل دلخواه به صورت تحلیلی غیر ممکن است، به همین علت نیاز به برآورد عددی آنها می‌باشد. یکی از روش‌های برآورد عددی استفاده از روش المانهای مرزی<sup>۲</sup> می‌باشد. روش المانهای مرزی یک روش نیمه تحلیلی است که در آن پس از تعیین مقادیر مرزی توابع به روش عددی، جواب در بقیه نقاط به صورت تحلیلی بدست می‌آید [Banerjee and Buterfield; 1981 و Brebbia; 1978]. به منظور استفاده از این روش نیاز به در اختیار داشتن جواب اساسی مسئله می‌باشد. جواب اساسی یک معادله دیفرانسیل تابع گرین نیز نامیده می‌شود. محققین زیادی برای بدست آوردن تابع گرین مسائل انتشار امواج تلاش کرده‌اند [Lamb; 1904, Pekeris; 1955a, Pekeris; 1955b, Apse; 1979, Rajapakse and Wang; 1991, Rajapakse and Wang; 1993, Apse and Luco; 1983 و Wang and Rajapakse; 1993].

برای آنالیز دینامیکی هر دو سیستم سازه‌ای متصل به یکدیگر نیاز به آنالیز سیستم ترکیبی آنها است. به منظور کاهش حجم عملیات محاسباتی می‌توان با در نظر گرفتن اثر یکی بر دیگری، فقط به آنالیز یکی از آنها پرداخت [Wolf; 1987, 1985]. اثر متقابل سیستم‌های سازه‌ای بر یکدیگر اندرکنش دو سیستم نامیده می‌شود. به عنوان مثال برای آنالیز دینامیکی یک محیط محدود (مانند یک ساختمان با شالوده آن) مستقر بر یک محیط نیمه متناهی (مانند زمین)، ساختمان و زمین باید به طور همزمان مورد تحلیل قرار گیرند. بدین منظور، به عنوان مثال با استفاده از روش اجزاء محدود، ساختمان و کل زمین باید به المانهای محدود تقسیم بندی شده و مجموعه مورد تحلیل قرار گیرد. این روش سه عیب عمده به همراه دارد. اول آنکه المان بندی محیط خاک به عنوان مثال در فضای فرکانسی وابسته به فرکانس بارگذاری بوده

1- Fundamental Solution

2- Boundary Element Method

3- Green function

و آنالیز برای هر فرکانس خاص نیاز به المان‌بندی خاص دارد. [Bazant and Celep, 1982] دوم آنکه به منظور در نظر گرفتن اثر استهلاک هندسی محیط خاک (شرط تشعشع<sup>۱</sup>) نیاز به المان‌بندی محیط خاک تا دور دست می‌باشد. آخر آنکه اینگونه المان‌بندی نیازمند صرف وقت و هزینه زیادی می‌باشد. به همین دلایل سعی شده است تا مسئله برای محیط خاک به صورت تحلیلی حل شود و با ترکیب این جواب با جواب مسئله برای محیط محدود جواب نهایی مسئله بدست آید. بدین منظور نیاز به تعیین اندرکنش بین محیط متناهی (محدود) و نیمه متناهی می‌باشد [Wolf؛ 1987].

برای در نظر گرفتن اندرکنش دو محیط بر یکدیگر می‌توان اثر یکی از محیط‌ها بر دیگری مثلاً محیط دوم بر محیط اول را با یک فنر تعمیم یافته<sup>۲</sup> در کلیه جهات در نظر گرفت. هر فنر تعمیم یافته شامل یک فنر خطی و یک میراگر خطی است، پس برای هر درجه آزادی، اثر محیط دوم به مجموعه فنر و میراگر ( $k + ic\omega$ ) سختی فنر،  $c$  ضریب میرایی،  $\omega$  فرکانس تحریک و  $i^2 = -1$  می‌باشد) در نظر گرفته می‌شود. عبارت  $k + ic\omega$  تابع امپدانس<sup>۳</sup> محیط دوم نامیده می‌شود. واضح است که این تابع به خصوصیات مکانیکی هر دو محیط و ابعاد هندسی آنها وابسته است. محققین زیادی در زمینه تعیین تابع امپدانس محیط‌های مختلف با سازه‌های متفاوت مستقر بر آنها به تحقیق پرداخته‌اند [1966؛ Robertson، 1994؛ Konagai and Nogami، 1969؛ Luco؛ 1971] و [Robertson در سال ۱۹۶۶ مسئله اندرکنش یک شالوده دایره‌ای صلب مستقر بر سطح یک محیط ایزوتروپ تحت اثر ارتعاش هارمونیک قائم را حل کرده است. حل این مسئله به مسئله انتگرال دوگانه<sup>۴</sup> منجر می‌شود که در حالت‌های ساده روش‌هایی برای حل آن وجود دارد [Sneddon؛ 1966]. Luco در سال ۱۹۶۹ مسئله اندرکنش یک دیوار برشی و خاک را بررسی کرد [Luco؛ 1969]. او دو سال بعد اندرکنش یک شالوده دایره‌ای و خاک را برای کلیه درجات آزادی مورد تجزیه و تحلیل قرار داد. تحقیقات Robertson و Luco برای بررسی اندرکنش سازه و خاک با رفتار ایزوتروپ بوده است. تعداد کمی از محققین اندرکنش سازه و خاک ارتوتروپ را بررسی کرده‌اند که از آنجمله می‌توان از کار Keer و Freedman در سال ۱۹۷۲ نام برد.

مسائل اندرکنش خاک و سازه برای شالوده‌ها با شکل دلخواه به طریق تحلیلی قابل حل نیست و با در اختیار داشتن تابع گرین می‌توان این مسائل را با روش المانهای مرزی حل نمود. در واقع روش المانهای مرزی روشی است عددی بر پایه معادلات انتگرالی که پایه‌گذاران آن Jaswon (۱۹۶۳) و Symm (۱۹۶۳) در زمینه تئوری پتانسیل (حل مسائل لاپلاس)، Banaugh and Goldsmith، (۱۹۶۳) در زمینه تئوری امواج صوتی در فضای فرکانسی، Friedmand and Show (۱۹۶۲) در زمینه تئوری امواج صوتی در فضای زمانی، Rizzo (۱۹۶۷) در زمینه مسائل الاستواستاتیک،

1- radiation condition

2- generalized spring

3- impedance function

4- dual integral equation

Banaugh and Goldsmith (۱۹۶۲) در زمینه مسائل الاستودینامیک در فضای فرکانسی و Cruse and Rizzo (۱۹۶۸) در زمینه مسائل الاستودینامیک در فضای زمانی می‌باشند [Monolis and Beskos, 1988].

Banerjee و Israil در سال ۱۹۹۱ انتشار امواج در محیطهای دوبعدی به روش المانهای مرزی در فضای زمانی برای مصالح ایزوتروپ را مورد بررسی قرار داده‌اند و توزیع تنش در آن را بدست آورده‌اند [Israil and Banerjee؛ 1991]. آنها توانستند با فرض خطی بودن رفتار کلیه توابع نسبت به زمان (استفاده از تابع شکل خطی نسبت به زمان) در هر گام زمانی کلیه انتگرالهای تلفیقی<sup>۱</sup> را به صورت تحلیلی بدست آورند. همچنین به منظور برآورد عددی انتگرالها نسبت به مکان با ارائه تابع گرین جدید تنش، توانسته‌اند انتگرالهای تکین را برآورد نمایند. Israil و Banerjee مثالهای کاربردی مقاله قبلی را در مقاله دیگر ارائه داده‌اند [Israil and Banerjee؛ 1990]. یکی از این مثالها، مسئله لمب در حالت دوبعدی بوده است که در آن نتایج با حل تحلیلی انطباق خوبی دارد. Niwa و همکاران در سال ۱۹۷۸ با فرض ثابت بودن کلیه توابع نسبت به زمان در هر گام زمانی (استفاده از تابع شکلی ثابت نسبت به زمان) برای برآورد عددی انتگرالها نسبت به مکان به دستگاه معادلات انتگرالی فردهلم رسیدند که این دستگاه با روش معمول قابل حل می‌باشد [Niwa et al؛ 1978]. مثال کاربردی Niwa و همکاران، تعیین تغییر مکان مسائل از تفرق امواج بوسیله حفره استوانه‌ای بوده است. Wang و Takemiya پس از تشکیل معادلات انتگرالی برای هرالمان در فاصله زمانی  $\Delta t$  در مسئله هلمهولتز، ماتریس سختی را به صورت انتگرال نسبت به زمان و مکان در فضای لاپلاس - فوریه بدست آورده‌اند [Wang and Takemiya؛ 1992]. آنها با به کارگیری روش Cagniard-De Hoop، ماتریس سختی المان را به صورت تحلیلی بدست آورده‌اند. Beskos با مروری بر مقالات در زمینه روش المانهای مرزی در مسائل الاستودینامیک، معادلات حرکت را به صورت انتگرالی در هر دو فضای فرکانسی و زمانی ارائه کرده است [Beskos؛ 1987]. او در این مقاله تقریباً کلیه معادلات اساسی در این زمینه را مورد بررسی قرار داده است.

همزمان با پیشرفت روش المانهای مرزی، محققین بسیاری در زمینه برآورد انتگرالهای تکین به تحقیق پرداخته‌اند. Guiggiani و Gigante نشان داده‌اند که مقدار اصلی انتگرال کاوشی (CPV)<sup>۲</sup> می‌تواند به صورت مجموع انتگرالهای غیر تکین تبدیل شود به طوری که هر یک از انتگرالهای غیر تکین در دستگاه محلی خودشان برآورد می‌شوند [Guiggiani and Gigante؛ 1990]. Hui و Mukherjee با استفاده از متغیرهای مختلط کلیه انتگرالهای تکین با هر درجه را برآورد کرده‌اند. آنها آرگومان حقیقی را به آرگومان مختلط با قسمت موهومی بسیار کوچک تبدیل کرده و برآورد عددی انتگرال را انجام داده‌اند