دانشگاه صنعتی شیراز

دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش طراحی کاربردی

حذف ارتعاشات سه بعدی یک تیر اویلر- برنولی

به کمک روش کنترل مرزی

نگارش:

امیرحسین مصلائی‌فرد

استاد راهنما :

دکتر امیر لطف آور

بهمن ۱۳۹۱

بسم الله الرحمن الرحیم

بسمه تعالی

حذف ارتعاشات سه بعدی یک تیر اویلر- برنولی به کمک روش کنترل مرزی

پایان‌نامه ارائه شده به عنوان بخشی از فعالیت‌های تحصیلی

توسط:

امیرحسین مصلائی‌فرد

برای اخذ درجه کارشناسی ارشد

گروه مکانیک دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا

دانشگاه صنعتی شیراز

ارزیابی پایان‌نامه توسط هیات داوران با درجه: خیلی خوب

دکتر امیر لطف‌آور استادیار مهندسی مکانیک (استاد راهنما) ------------------------

دکتر علیرضا ستوده دانشیار مهندسی مکانیک (استاد مشاور) ---------------------

دکتر محمد اقتصاد استاد مهندسی مکانیک (استاد داور) ---------------------

---

مدیر امور آموزشی تحصیلات تکمیلی دانشگاه:

تقدیم به:

خانواده‌ام که در تمام مراحل زندگی همراه و پشتیبان من بوده‌اند.

سپاس گزاری

الحمدلله رب العالمین

حمد و سپاس مخصوص خداوندیست که آفریننده‌ی جهانیان است. اکنون که این رساله به پایان رسیده است وظیفه‌ی خود می‌دانم که از استاد ارجمند، جناب آقای دکتر لطف آور به خاطر زحمات فراوان و کمک های بی دریغشان در انجام این پایان نامه به عنوان استاد راهنما، کمال تشکر و قدردانی را داشته باشم. همچنین از تمامی دوستان و اساتید و کارکنان دانشکده مهندسی مکانیک و هوافضا دانشگاه صنعتی شیراز و استادان بزرگوار، جناب آقای دکتر اقتصاد و جناب آقای دکتر ستوده که زحمت داوری ومشاوره‌ی این پایان نامه را بر عهده داشتند، نهایت سپاس گزاری را دارم.

چکیده

حذف ارتعاشات سه بعدی یک تیر اویلر- برنولی به کمک روش کنترل مرزی

توسط

امیرحسین مصلائی‌فرد

در این پایان‌نامه حذف ارتعاشات سه‌بعدی یک تیر اویلر- برنولی به کمک روش کنترل مرزی مورد مطالعه و بررسی قرار گرفته است. برای این منظور ابتدا معادلات کلی ارتعاشات سه‌بعدی تیر تحت تاثیر دینامیک سیستم با استفاده از روش همیلتونی استخراج گردید، سپس معادلات حاکمه را برای دو حالت پایه یعنی تیر یک‌سر گیردار ثابت و تیر یک‌سر گیردار دوار حول یکی از محورهای عمود بر راستای طولی تیر، ساده نموده و با استفاده از روش کنترل مرزی برای حذف ارتعاشات این دو حالت خاص، کنترل‌گر طراحی گردید.

برای طراحی کنترل‌گر با استفاده از روش کنترل مرزی ابتدا یک تابع لیاپانف به صورت مجموع انرژی پتانسیل و انرژی جنبشی سیستم برای تیر یک‌سر گیردار ثابت در نظر گرفته شد. با توجه به اینکه تابع لیاپانف تعریف شده یک تابع مثبت معین می‌باشد در ادامه با استفاده از معادلات حاکمه و شرایط مرزی و با انجام یک سری عملیات ریاضی نشان داده شد که می‌توان نیروها و ممان‌هایی که به انتهای تیر وارد می‌گردند را به گونه‌ای اعمال نمود که مشتق زمانی تابع لیاپانف تعریف شده منفی معین گردد که این نشان دهنده کاهش انرژی سیستم با گذشت زمان و در نتیجه پایدار شدن سیستم می‌باشد. همچنین با ایده گرفتن از روش مقیاس زمانی، نشان داده می‌شود که قانون کنترلی ارائه شده برای تیر ثابت، برای تیر دوار نیز قابل استفاده است.

با استفاده از شبیه سازی کامپیوتری کارایی قانون کنترلی بدست آمده برای تیر یک‌سر گیردار ثابت و دوار نشان داده شد. در نهایت اثر هر یک از نیروها و ممان‌ها بر حذف ارتعاشات کل سیستم مورد بررسی قرار گرفت و نتایج حاصله به صورت نمودارهایی گزارش گردید.

واژه‌های کلیدی: ارتعاشات سه‌بعدی، تیر اویلر- برنولی، روش کنترل مرزی

فهرست مطالب

عنوان	صفحه
فصل اول: مقدمه و پیشینه تحقیق	۱
۱-۱ پیشگفتار	۲
۱-۲ تاریخچه و تئوری‌های تیر	۳
۱-۳ روش‌های حل معادلات	۵
۱-۴ کنترل مرزی	۷
فصل دوم: ارتعاشات سه بعدی تیر بر اساس تئوری اویلر- برنولی	۹
۲-۱ مقدمه	۱۰
۲-۲ معادلات کلی حاکم بر دینامیک سه بعدی تیر	۱۰
۲-۲-۱ تیر یکسرگیردار ثابت	۱۹
۲-۲-۲ تیر یکسرگیردار دوار	۲۰
فصل سوم: کنترل مرزی ارتعاشات	۲۱
۳-۱ مقدمه	۲۲
۳-۲ کنترل مرزی تیر ثابت	۲۲
۳-۳ کنترل مرزی تیر دوار	۲۶
فصل چهارم: مدل‌سازی و بررسی نتایج	۳۰
۴-۱ مقدمه	۳۱
۴-۲ مدل‌سازی ارتعاشات و کنترل آن برای تیر ثابت	۳۱
۴-۲-۱ حل معادلات و بررسی نتایج برای تیر ثابت	۳۷
۴-۲-۲ مدل‌سازی ارتعاشات تیر ثابت بدون کنترلگر	۴۳
۴-۲-۳ مدل‌سازی ارتعاشات تیر ثابت با کنترلگر	۴۷
۴-۲-۴ بررسی اثر یک نیرو یا ممان بر کنترل ارتعاشات تیر ثابت	۵۵
۴-۳ مدل‌سازی ارتعاشات و کنترل آن برای تیر دوار	۶۴
۴-۳-۱ حل معادلات و بررسی نتایج برای تیر دوار	۶۸
۴-۳-۲ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین	۷۳
۴-۳-۲-۱ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین بدون کنترلگر	۷۴
۴-۳-۲-۲ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین با کنترلگر	۷۸
۴-۳-۲-۳ بررسی اثر یک نیرو یا ممان بر کنترل ارتعاشات تیر دوار با سرعت پایین	۸۱
۴-۳-۳ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا	۸۹
۴-۳-۳-۱ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا بدون کنترلگر	۸۹
۴-۳-۳-۲ تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا با کنترلگر	۹۳
۴-۳-۳-۳ بررسی اثر یک نیرو یا ممان بر کنترل ارتعاشات تیر دوار سرعت بالا	۹۶

فصل پنجم: نتیجه‌گیری و ارائه پیشنهاد ۱۰۶
۵-۱ مقدمه ۱۰۷
۵-۲ نتایج ۱۰۷
۵-۳ پیشنهادات ۱۰۸
منابع

فهرست شکل‌ها

عنوان	صفحه
شکل(۲-۱): نمایی از تیر و نیروها و ممان‌های مرزی وارد بر آن	۱۰
شکل(۲-۲): سیستم‌های مختصات در نظر گرفته شده	۱۱
شکل(۴-۱): شکل مود طولی	۴۲
شکل(۴-۲): شکل مود عرضی	۴۲
شکل(۴-۳): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و بدون کنترل	۴۳
شکل(۴-۴): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای x و بدون کنترل	۴۴
شکل(۴-۵): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای x و بدون کنترل	۴۴
شکل(۴-۶): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای y و بدون کنترل	۴۵
شکل(۴-۷): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای y و بدون کنترل	۴۵
شکل(۴-۸): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای z و بدون کنترل	۴۶
شکل(۴-۹): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای z و بدون کنترل	۴۶
شکل(۴-۱۰): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و با کنترل ($k_i=۱$)	۴۷
شکل(۴-۱۱): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای x و با کنترل($k_i=۱$)	۴۸
شکل(۴-۱۲): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای x و با کنترل($k_i=۱$)	۴۸
شکل(۴-۱۳): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای y و با کنترل($k_i=۱$)	۴۹
شکل(۴-۱۴): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای y و با کنترل($k_i=۱$)	۴۹
شکل(۴-۱۵): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای z و با کنترل($k_i=۱$)	۵۰
شکل(۴-۱۶): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای z و با کنترل($k_i=۱$)	۵۰
شکل(۴-۱۷): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و با کنترل	۵۱
شکل(۴-۱۸): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای x و با کنترل	۵۱
شکل(۴-۱۹): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای x و با کنترل	۵۲
شکل(۴-۲۰): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای y و با کنترل	۵۳
شکل(۴-۲۱): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای y و با کنترل	۵۳
شکل(۴-۲۲): تغییر مکان انتهای تیر ثابت در راستای z و با کنترل	۵۴
شکل(۴-۲۳): تغییر مکان وسط تیر ثابت در راستای z و با کنترل	۵۴
شکل(۴-۲۴): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای x	۵۵
شکل(۴-۲۵): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای y	۵۶
شکل(۴-۲۶): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای z	۵۷
شکل(۴-۲۷): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و فقط با اعمال ممان کنترلی در راستای y	۵۸

شکل(۴- ۲۸): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان و فقط با اعمال ممان کنترلی در راستای z ۵۹
شکل(۴-۲۹): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان با کنترل و بدون اعمال نیروی عرضی ۶۰
شکل(۴-۳۰): تغییرات نیروی طولی نسبت به زمان ۶۰
شکل(۴-۳۱): تغییرات ممان کنترل کننده ارتعاش در راستای y نسبت به زمان ۶۱
شکل(۴-۳۲): تغییرات ممان کنترل کننده ارتعاش در راستای z نسبت به زمان ۶۱
شکل(۴-۳۳): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر ثابت نسبت به زمان با کنترل نیرویی و بدون اعمال ممان ۶۲
شکل(۴-۳۴): تغییرات نیروی کنترل کننده در راستای x نسبت به زمان ۶۳
شکل(۴-۳۵): تغییرات نیروی کنترل کننده در راستای y نسبت به زمان ۶۳
شکل(۴-۳۶): تغییرات نیروی کنترل کننده در راستای z نسبت به زمان ۶۴
شکل(۴-۳۷): تغییرات سرعت زاویه‌ای نسبت به زمان ۷۴
شکل(۴-۳۸): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین نسبت به زمان و بدون کنترل ۷۴
شکل(۴-۳۹): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و بدون کنترل ۷۵
شکل(۴-۴۰): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و بدون کنترل ۷۵
شکل(۴-۴۱): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و بدون کنترل ۷۶
شکل(۴-۴۲): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و بدون کنترل ۷۶
شکل(۴-۴۳): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای z و بدون کنترل ۷۷
شکل(۴-۴۴): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای z و بدون کنترل ۷۸
شکل(۴-۴۵): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین نسبت به زمان و با کنترل ($k_i=۱$) ۷۸
شکل(۴-۴۶): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با کنترل($k_i=۱$) ۷۹
شکل(۴-۴۷): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با کنترل($k_i=۱$) ۷۹
شکل(۴-۴۸): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با کنترل($k_i=۱$) ۸۰
شکل(۴-۴۹): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با کنترل($k_i=۱$) ۸۰
شکل(۴-۵۰): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای x ۸۱
شکل(۴-۵۱): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای y ۸۲
شکل(۴-۵۲): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با نیروی کنترل عرضی ۸۳
شکل(۴-۵۳): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با نیروی کنترل عرضی ۸۳
شکل(۴-۵۴): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با نیروی کنترل عرضی ۸۴
شکل(۴-۵۵): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با نیروی کنترل عرضی ۸۴
شکل(۴-۵۶): تغییرات نیروی عرضی اعمال شده نسبت به زمان ۸۵
شکل(۴-۵۷): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین نسبت به زمان و با ممان کنترل کننده در راستای y ۸۶
شکل(۴-۵۸): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با ممان کنترل کننده در راستای y ۸۶

شکل(۴-۵۹): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای x و با ممان کنترل کننده در راستای y ۸۷
شکل(۴-۶۰): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با ممان کنترل کننده در راستای y ۸۷
شکل(۴-۶۱): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای پایین در راستای y و با ممان کنترل کننده در راستای y ۸۸
شکل (۴-۶۲): تغییرات ممان عرضی اعمال شده نسبت به زمان ۸۸
شکل(۴-۶۳): تغییرات سرعت زاویه‌ای نسبت به زمان ۸۹
شکل(۴-۶۴): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به زمان و بدون کنترل ۹۰
شکل(۴-۶۵): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و بدون کنترل ۹۰
شکل(۴-۶۶): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و بدون کنترل ۹۱
شکل(۴-۶۷): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و بدون کنترل ۹۱
شکل(۴-۶۸): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و بدون کنترل ۹۲
شکل(۴-۶۹): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای z و بدون کنترل ۹۲
شکل(۴-۷۰): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای z و بدون کنترل ۹۳
شکل(۴-۷۱): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به زمان و با کنترل ($k_i =$ ۱) ۹۴
شکل(۴-۷۲): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با کنترل($k_i =$ ۱) ۹۴
شکل(۴-۷۳): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با کنترل($k_i =$ ۱) ۹۵
شکل(۴-۷۴): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با کنترل($k_i =$ ۱) ۹۵
شکل(۴-۷۵): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با کنترل($k_i =$ ۱) ۹۶
شکل(۴-۷۶): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای x ۹۷
شکل(۴-۷۷): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به زمان و فقط با اعمال نیروی کنترلی در راستای y ۹۸
شکل(۴-۷۸): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با نیروی کنترل عرضی ۹۸
شکل(۴-۷۹): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با نیروی کنترل عرضی ۹۹
شکل(۴-۸۰): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با نیروی کنترل عرضی ۹۹
شکل(۴-۸۱): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با نیروی کنترل عرضی ۱۰۰
شکل (۴-۸۲): تغییرات نیروی عرضی اعمال شده نسبت به زمان ۱۰۰
شکل(۴-۸۳): تغییرات مولفه‌های بردار q تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا نسبت به زمان و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۱
شکل(۴-۸۴): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۱
شکل(۴-۸۵): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای x و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۱
شکل(۴-۸۶): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۳

شکل(۴-۸۷): تغییر مکان وسط تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۳
شکل (۴-۸۸): تغییرات ممان عرضی اعمال شده نسبت به زمان ۱۰۴
شکل(۴-۸۹): تغییر مکان انتهای تیر دوار با سرعت زاویه‌ای بالا در راستای y و با ممان کنترل کننده در راستای y ۱۰۵
شکل (۴-۹۰): تغییرات ممان عرضی اعمال شده نسبت به زمان ۱۰۵

فصل اول

مقدمه و پیشینه تحقیق

فصل اول

مقدمه و پیشینه تحقیق

۱-۱ پیشگفتار

امروزه با پیشرفت تکنولوژی، ساخت قطعات پیچیده و سازه‌های مختلف افزایش یافته است، اما با وجود پیچیدگی این قطعات و سازه‌ها معمولا برای محاسبات اولیه، قسمت‌های مختلف این قطعات و سازه‌ها را با اجزا ساده مکانیکی مانند تیر و صفحه مدل‌سازی می‌کنند. از طرفی محصول بسیاری از فرآیندهای تولید، اشیاء انعطاف پذیر مانند تیرها، صفحه های فلزی، لوله های پلاستیکی، صفحات کاغذ و غیره می‌باشند. اشیاء انعطاف پذیر همیشه دارای صلبیت نسبی کم بوده و ارتعاشات آن‌ها شامل تعداد بیشماری مود ارتعاشی می‌باشد که یک تحریک کوچک ممکن است منجر به ارتعاش با دامنه زیاد و همچنین طولانی شدن زمان حذف ارتعاشات گردد. در عمل، اکثر سیستم‌های انعطاف‌پذیر در اثر اختلالات دچار ارتعاشات می‌شوند. از آنجایی که ارتعاشات باعث کاهش کیفیت سیستم و درنتیجه کاهش بهره‌وری آن می‌شود، کنترل ارتعاشات ساختارهایی شبیه تیر کاربردهای گسترده‌ای دارد و در سال‌های اخیر به شدت مورد توجه قرار گرفته است [۱].

از آنجا که تیر به عنوان یک شی انعطاف‌پذیر یک عنصر اساسی در بسیاری از کاربردها مانند بازوهای انعطاف‌پذیر ربات‌ها، پره‌ی هلکوپتر و روتور توربین‌ها، سازه‌های انعطاف‌پذیر، بالابرهای مورد استفاده در تولید و حمل و نقل نفت ساحلی، خطوط لوله‌ی آزاد زیر آب، لوله‌ی حفاری مورد استفاده برای انتقال گل‌ولای و فضاپیماها با ضمیمه‌های انعطاف‌پذیر می‌باشد، بسیاری از محققان مساله کنترل ارتعاشات تیر را مورد بررسی قرار داده‌اند. نکته‌ی قابل توجه اینجا است که اختلالات مختلف در تیرها باعث ظهور نوساناتی می‌شود که کنترل چنین سیستم‌هایی را به نسبت دشوار می‌سازد، بنابراین داشتن یک مدل دقیق از ارتعاشات تیر و کنترل آن دارای اهمیت بسیاری است.

ارتعاشات به نوعی از حرکت سیستم‌های دینامیکی اطلاق می‌شود که به صورت نوسانی صورت پذیرفته و حرکت در یک پریود زمانی تکرار شود. این نوع حرکت را در ساده‌ترین شکل می‌توان با یک جرم و یک فنر شبیه‌سازی کرد. با القاء یک تغییر مکان اولیه به جرم متصل به فنر و رها نمودن آن، حرکت نوسانی رخ می‌دهد که می‌توان دامنه آن را به کمک یک تابع سینوسی بیان نمود. حرکت ارتعاشی معمولا به کمک سه مشخصه‌ی دامنه جهت بیان شدت ارتعاش، فرکانس به عنوان معیاری از نرخ حرکت در واحد زمان و فاز که توالی حرکت را نسبت به یک مرجع مشخص نشان می‌دهد، سنجیده می‌شود.

وجود ارتعاشات در بسیاری از ماشین‌ها باعث آسیب‌هایی از قبیل سایش بیش از حد یاتاقان‌ها، ایجاد ترک و شکست، لق‌شدن اتصالات، خرابی سازه‌های مکانیکی، تولید صداهای نامطلوب و همچنین باعث به وجود آمدن ایراد در قطعات الکترونیکی می‌گردد. ارتعاشات نه تنها در ماشین‌ها ایجاد مشکل می کند بلکه در انسانها نیز باعث درد، ناراحتی و کاهش بهره‌وری می‌شود. بنابراین حذف یا کاهش ارتعاشات در ماشین آلات صنعتی و انسانی بسیار حائز اهمیت است.

به طور عمده از دو روش غیرفعال و فعال برای کنترل ارتعاشات استفاده می‌شود. کنترل ارتعاش غیرفعال مانند دمپرها، جاذب‌ها، سخت‌کننده‌ها بوده و ساختار اصلاحی پویا یا کنترل ارتعاش فعال مانند استفاده از پیزوالکتریک‌ها، آلیاژهای حافظه‌دار، سیالات الکترو رئولوژیک و مواد مغناطیس محدود کننده می‌باشد که از یک منبع انرژی خارجی استفاده می‌کنند.

در گذشته اغلب از سیستم‌های انفعالی برای کاهش ارتعاشات استفاده می‌شد، اما امروزه با پیشرفت تکنولوژی و توسعه‌ی مواد هوشمند سیستم‌های کنترل فعال ارتعاشات گسترش یافته‌اند. در این میان مواد پیزوالکتریک به علت حجم کم، وزن ناچیز، پهنای باند زیاد، ایجاد ارتباط مناسب بین انرژی الکتریکی و مکانیکی، توانایی بالا در کاهش ارتعاشات و آسانی نصب روی سازه بسیار مورد توجه قرار گرفته‌اند. همچنین امروزه سازه‌های کامپوزیتی همراه با لایه‌های پیزوالکتریک در صنایع مختلفی از جمله صنایع هوافضا کاربرد گسترده‌ای یافته‌اند. اما از طرفی بکارگیری این نوع عملگرها در عمل مشکل خواهد بود، در نتیجه بعضی از محققان استراتژی کنترل مرزی را پیشنهاد کرده‌اند. در این روش کنترل گر به تعداد محدودی حسگر و عملگر که روی مرز جاسازی شده‌اند نیازمند است، به همین دلیل کنترل مرزی یک روش کارآمد در کنترل سیستم‌ها می باشد.

۱-۲ تاریخچه و تئوری‌های تیر

اکثریت افراد بر این باورند که اولین تلاش‌ها در زمینه‌ی تئوری بیم‌ها توسط گالیله[۱] در قرن هفدهم انجام شده است. این در حالی است که مطالعات اخیر نشان داده‌اند که داوینچی[۲] اولین مشاهدات ضروری را در قرن پانزدهم به انجام رساند. داوینچی به علت نبود قانون هوک و حساب دیفرانسیل و انتگرال نتوانست تئوری مورد نظر را تکمیل کند. همچنین گالیله به دلیل در نظر گرفتن یک فرض نادرست نتوانست به جواب دست یابد[۲].

تیر برنولی به علت کشفیات مهم جاکوب برنولی[۳] به این اسم نامگذاری شده است. جاکوب برنولی (۱۶۵۴-۱۷۰۵) اولین کسی بود که کشف کرد که انحنای الاستیک در هر نقطه تیر به ممان خمش در آن نقطه وابسته است، اما مدل اویلر– برنولی به اوایل قرن هجدهم بر می گردد. لئوناردو اولر[۴] و دنیل برنولی[۵] در دهه‌ی ششم قرن هجدهم برای اولین بار یک تئوری مفید را ارائه دادند. در آن زمان، علوم و مهندسی حوزه‌های کاملاً مجزائی به نظر می‌رسیدند و اینکه یک تئوری ریاضیاتی بتواند در کاربردهای عملی مورد استفاده قرار بگیرد مورد تردید فراوان قرار داشت به نحوی که تا اواخر قرن نوزدهم طراحی ساختمان‌ها و پل‌ها طبق رویه‌ی سابق ادامه داشت. در این زمان بطور عملی صحت این تئوری آن هم در مقیاس بزرگ با ساخت برج ایفل[۶] و چرخ فریس[۷] مشخص گردید. دنیل برنولی (برادر زاده جاکوب) اولین کسی بود که معادلات دیفرانسیل حرکت تیر لرزان را فرمول‌بندی کرد. بعدا تئوری جاکوب برنولی بوسیله لئونارد اویلر (۱۷۰۷-۱۷۸۳) در تحقیقاتش درباره تغییر شکل تیر الاستیک تحت شرایط باری متفاوت قبول شد و پیشرفت‌های زیادی در این زمینه به وسیله او

---

[1] *Galileo Galilei*
[2] *Leonardo da Vinci*
[3] *Jacob Bernoulli*
[4] *Leonhard Euler*
[5] *Daniel Bernoulli*
[6] *Eiffel Tower*
[7] *Ferris wheel*

انجام شد [۱]. تئوری تیر اویلر- برنولی که اغلب به عنوان تئوری تیر کلاسیک، تئوری تیر اویلر و یا تئوری تیر برنولی شناخته می‌شود، متداول‌ترین روش مورد استفاده است زیرا این روش هم ساده می‌باشد و هم تقریب-های منطقی مهندسی برای بسیاری از مسایل را بدست می‌دهد. مدل اویلر– برنولی شامل انرژی تغییر شکل بر اثر خمش و همچنین انرژی جنبشی به دلیل جابجایی جانبی می‌باشد. اگرچه این مدل فرکانس‌های طبیعی را کمی بیشتر از اندازه محاسبه می‌کند که این مساله برای فرکانس‌های طبیعی در درجه‌های بالاتر تشدید می-شود، اما پیش بینی آن برای تیرهای باریک بهتر از تیرهای غیر باریک می‌باشد.

پس از تئوری تیر اویلر- برنولی، تئوری تیر ریلی[۱] (۱۸۷۷) با در نظر گرفتن اثر چرخش سطح مقطع توانست مقداری پیشرفت را نسبت به تئوری اویلر- برنولی بدست آورد. در نتیجه این مدل به صورت نسبی توانست خطای مدل اویلر- برنولی در فرکانس های طبیعی را تصحیح کند [۳]. اگرچه باز هم پیش بینی مدل برای فرکانس های طبیعی بیش از اندازه‌ی واقعی بود.

پس از آن مدل برشی[۲]، اعوجاج برشی[۳] را به مدل اویلر- برنولی اضافه کرد. این قابل توجه است که این متفاوت است با مدل خالص برشی که تنها اعوجاج برشی یا اینرسی چرخشی را در نظر می گیرد. این تئوری همچنین متفاوت است با تئوری ساده تیر که فقط شامل اعوجاج برشی و جابجایی جانبی است [۴].

تیموشنکو (۱۹۲۱، ۱۹۲۲) [۵] یک تئوری تیر ارائه داد که در آن تأثیر برش علاوه بر تأثیر چرخش در نظر گرفته می شود. مدل تیموشنکو پیشرفت مهمی در بررسی تیرهای غیر باریک و پاسخ‌های پربسامد که در آن تأثیرات چرخش یا برش غیرقابل صرفنظر کردن است ایجاد کرد. بعد از تیموشنکو، نویسنده‌های دیگری معادلات بسامد و شکل‌های مختلف برای شرایط مرزی مختلف را به دست آوردند. بعضی از این نویسنده‌ها عبارتند از کروزوسکی[۴] (۱۹۴۹) [۶]، تریل- نش و کلار[۵] (۱۹۵۳) [۷]، دلف[۶] (۱۹۵۴) [۸] و هوانگ[۷] (۱۹۶۱)[۹].

با توجه به سادگی و کارآیی تئوری اویلر- برنولی در بسیاری از مسائل، در این پایان‌نامه از این تئوری برای بدست آوردن معادلات حاکم بر ارتعاشات تیر در سه بعد استفاده گردیده است.

تئوری تیر اویلر- برنولی که به عنوان تئوری تیر کلاسیک[۸] نیز شناخته می شود، یک نمونه‌ی ساده از تئوری خطی الاستیسیته است که ابزاری را برای محاسبه‌ی ظرفیت حمل بار و ویژگی‌های خمش تیر فراهم می‌کند. این تئوری تنها خمش‌های جزئی یک تیر را که در معرض بارهای جانبی قرار گرفته است تحت پوشش قرار می‌دهد. در تئوری کلاسیک اویلر – برنولی فرض می‌گردد که صفحه سطح مقطع عمود بر محور تیر بعد از تغییر شکل نیز به صورت صفحه باقی می‌ماند (فرض صفحه سطح مقطع صلب)، صفحه سطح مقطع تغییر شکل یافته بعد از تغییر نیز بر محور تیر عمود می‌باشد و در نهایت از تغییر شکل برشی عرضی در جایی که تنش برشی عرضی از طریق معادلات تعادل محاسبه می‌شود صرف نظر می‌گردد.

از میان فرضیات فوق دو فرض آخر تنها در یک تیر باریک قابل اجرا می‌باشد و برای یک تیر با طول موثر کوتاه و یا تیرها و صفحه ها و پوسته های کامپوزیت صرف نظر کردن از تغییر شکل برشی عرضی غیر قابل کاربرد است.

---

[1] *Rayleigh*
[2] *Shear model*
[3] *Shear distortion*
[4] *Kruszewski*
[5] *Traill- Nash and Collar*
[6] *Dolph*
[7] *Huang*
[8] *Classical beam theory*

همانطور که قبلا اشاره شد داشتن یک مدل دقیق از دینامیک اجزاء انعطاف پذیر برای آنالیز ارتعاشات و کنترل آن‌ها بسیار مهم و ضروری است. یوو[۱] و همکارانش [۱۰] در سال ۱۹۹۵ موضوع حرکت بزرگ سرتاسری[۲] را مطرح کردند. آن‌ها نشان دادند که بکارگیری مدلی از تئوری تیر اویلر- برنولی که در آن از تغییر فرم کشیده شده[۳] به جای مدل تغییر فرم محوری[۴] استفاده گردیده موجب به دست آوردن جواب‌های منطقی-تر، بخصوص در سرعت‌های بالاتر می‌گردد. بعدها لیو[۵] و همکارانش [۱۱] با استفاده از همین تئوری، دینامیک سه بعدی تیر را مورد بررسی قرار دادند. در نهایت ظهور[۶] [۱۲] تیر سه بعدی غیر خطی اویلر– برنولی با تکیه گاه متحرک را با استفاده تئوری تغییر فرم کشیده شده مورد بررسی قرار داد.

۱-۳ روش‌های حل معادلات

روز به روز درخواست برای ساختارهای مهندسی رو به افزایش است. ماشین‌های فضایی، پل‌ها و اتومبیل‌ها مثال‌هایی از این ساختارها هستند. جنبه‌های زیادی باید در طراحی این ساختارها در نظر گرفته شود تا عملکرد بهبود یابد و طول عمر مفید آنها افزایش یابد. یکی از جنبه‌های فرآیند طراحی پاسخ دینامیک ساختارها است. دینامیک سیستم‌های پیوسته مثل تیرها، توسط معادلات دیفرانسیل جزیی خطی و غیرخطی وابسته به زمان و مکان توضیح داده می‌شوند.

تیر اویلر- برنولی مدلی است که می تواند جهت توضیح بسیاری از سیستم‌های انعطاف‌پذیر مکانیکی مانند بازوهای رباتیک انعطاف‌پذیر، پایه‌های زیردریایی انعطاف‌پذیر و سایر کاربردها مورد استفاده قرار گیرد. این سیستم‌های فیزیکی را نمی‌توان توسط معادلات دیفرانسیل عادی[۷] مدل کرد چرا که وضعیت چنین سیستم-هایی به بیش از یک پارامتر مستقل وابسته می‌باشد. در عمل، اکثر سیستم‌های انعطاف‌پذیر در اثر اختلالات دچار ارتعاشات می شوند که باید این ارتعاشات کنترل گردند.

همانطور که اشاره گردید برای سیستم‌های فیزیکی انعطاف‌پذیر مانند تیرها، اغلب اثرات الاستیک با استفاده از معادلات دیفرانسیل جزیی[۸] و مجموعه‌ای از شرایط مرزی مدل می‌گردد. یافتن جواب دقیق معادلات غیرخطی کار به نسبت دشواری است، در نتیجه محققان دو دسته از حل‌های تقریبی مسائل شرایط مرزی و اولیه را تحت عنوان روشهای تحلیلی تقریبی[۹] و روشهای عددی[۱۰] مورد استفاده قرار داده‌اند.

روش‌های تحلیلی تقریبی برای مطالعه ارتعاشات غیر خطی تیرها جهت اهداف طراحی و تحقیقاتی بسیار مورد توجه قرار گرفته است. در سال‌های اخیر، بعضی حل‌های تحلیلی تقریبی ارائه شده‌اند که عبارتند از

---

1 *Yoo*
2 *Large overall motion*
3 *Stretch deformation*
4 *Axial deformation*
5 *Liu*
6 *Zohoor*
7 *Ordinary Differential Equation (ODE)*
8 *Partial Differential Equation (PDE)*
9 *Approximateanalytical methods*
10 *Numerical techniques*

فرمول‌بندی دامنه‌فرکانس[1] [۱۳]، تغییرات تکراری[2] [۱۴-۱۷]، هموتوپی-پرتوربیشن[3] [۱۸-۲۰]، پارامتری-پرتوربیشن[4] [۲۱]، ماکزیمم- مینیمم[5] [۲۲, ۲۳]، روش انتقال دیفرانسیل[6] [۲۴]، روش تجزیه آدومین[7] [۲۵]، موازنه انرژی و غیره.

در میان حل های عددی مختلف، روش اجزای محدود[8] یکی از روش‌های پرطرفدار می‌باشد [۲۶]. با گذشت سالها و به وجود آمدن کامپیوترهای جدیدتر و پیشرفته‌تر، روش اجزای محدود یکی از مهمترین روش-های آنالیزی در مهندسی گشته است. اساسا در این روش شی به نحوی به قسمت‌های کوچک‌تر و ساده‌تر به نام اجزای محدود تقسیم شده و این اجزا با هم در نقاطی در ارتباط هستند. به این نقاط مرتبط، اصطلاحا گره[9] گفته می‌شود.

این روش ضرورتا شامل تابع پیوسته تکه‌ای برای حل می‌باشد و بدست آوردن پارامترهای تابع بگونه‌ای که خطای پاسخ را کاهش دهد ضروری است. با استفاده از این روش یک تیر به تعدادی از المان های کوچک تقسیم شده و پاسخ به ازای هر المان محاسبه می‌گردد و در نهایت با کنار هم قرار دادن کلیه جواب ها یک جواب کلی حاصل خواهد شد. ماتریس سختی و ماتریس جرم برای هر یک از المان ها مورد محاسبه قرار می-گیرد و در نهایت با ترکیب این ماتریس‌ها، ماتریس سختی و جرم کلی بدست خواهد آمد.

برای حل معادلات دیفرانسیل جزیی به شدت غیر خطی معمولا معادلات دیفرانسیل جزیی با استفاده از روش گالرکین[10] یا روش مودهای فرض شده[11] به دستگاهی از معادلات دیفرانسیل عادی تبدیل شده و به صورت عددی یا تحلیلی در بازه‌ی زمانی مورد نظر حل می‌گردد. در روش مودهای فرض شده، مدل‌های ساده شده از طریق تجزیه و تحلیل مدل و یا گسسته سازی به دست می‌آیند، که در آن‌ها انعطاف‌پذیری توسط تعداد محدودی از حالت‌هایی که مودهای با فرکانس بالا در آن‌ها صرفنظر شده است ارائه می‌شود. از آنجایکه بر اساس تئوری، تعداد مودهای واقعی یک سیستم الاستیک بی نهایت می باشد، اغلب مشخص و واضح نیست که چه تعداد مود برای ساختن مدل معادلات دیفرانسیل معمولی باید در نظر گرفته شود. به علاوه، اگر برای تقریب معادلات یک سیستم با پایه معادلات دیفرانسیل جزیی از تعداد زیادی مود استفاده گردد، آنگاه درجه و تعداد معادلات دیفرانسیل معمولی متناسب با آن افزایش خواهد یافت که در نتیجه کنترل‌گر دارای الگوریتم پیچیده و درجه بالا خواهد شد [۲۷].

با توجه به معالات حاکم بر دینامیک سه بعدی تیر اویلر- برنولی در این پایان‌نامه برای شبیه‌سازی‌های کامپیوتری ارتعاشات ابتدا از روش مودهای مفروض معادلات دیفرانسیل جزیی را به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل نموده و سپس با استفاده از روش‌های عددی حل گردیده است.

---

[1] *Frequency Amplitude Formulation*
[2] *Variational Iteration*
[3] *Homotopy-Perturbation*
[4] *Parametrized-Perturbation*
[5] *Max-Min*
[6] *Differential Transform Method*
[7] *Adomian Decomposition Method*
[8] *Finite element method(FEM)*
[9] *Node*
[10] *Galerkin*
[11] *Assumed mode method*

۱-۴ کنترل مرزی

برای کنترل ارتعاشات سیستم‌های الاستیک کنترل‌گرهای مختلفی ارائه گردیده است اما اکثر کنترل‌گرها که برای این سیستم‌ها پیشنهاد شده‌اند نیازمند به کارگیری نیروی گسترده یا تعدادی عملگر در طول عضو الاستیک می‌باشند [۳۱-۲۸]، که بکارگیری این نوع عملگرها در عمل مشکل خواهد بود، به همین دلیل برای این سیستم‌ها و بویژه اشیاء الاستیک در حال حرکت، بعضی از محققان استراتژی کنترل مرزی را پیشنهاد کرده‌اند.

در مقایسه با سایر روش‌های کنترلی، روش کنترل مرزی دارای چندین مزیت می‌باشد. در مرحله‌ی اول، روش کنترل مرزی یک روش اقتصادی است که جهت کنترل سیستم نیازی به تجزیه‌ی سیستم به قسمت‌هایی با بعد محدود ندارد. محرک‌ها و سنسورهای توزیع شده معمولاً برای اجرای کنترل توزیع شده مورد نیاز نمی-باشد، درنتیجه روش کنترل مرزی برای کنترل ارتعاشات ساختارهای انعطاف‌پذیر روشی کابردی‌تر می‌باشد و محرک‌ها و سنسورهای کمتری لازم دارد. علاوه بر این، روش کنترل مرزی می‌تواند از تابع لیاپانف[۱] که به انرژی مکانیکی بر اساس دینامیک سیستم مرتبط است مشتق شود. با توجه به این مزایا، روش کنترل مرزی مورد توجه بسیار قرار گرفته است و درنتیجه استفاده از کنترل مرزی توسط محققین برای دامنه متنوعی از سیستم های انعطاف پذیر مانند ریسمان‌ها، میله‌ها و تیرها پیشنهاد و ارائه گردیده است.

شهروز[۲] و همکاران [۳۲, ۳۳] نشان دادند که با استفاده از پسخور[۳] از سرعت در ریسمان می‌توان ارتعاشات ریسمان را تثبیت نمود. فانگ[۴] [۳۴] پسخور حالت مرزی برای کنترل ارتعاشات حرکت محوری ریسمان مورد استفاده قرار داد. پسخور حالت تنها شامل جابجایی، سرعت و شیب در یک سمت ریسمان می-باشد.

کنترل مرزی بهینه برای ارتعاشات میله توسط سادک[۵] و همکارانش [۳۵] پیشنهاد گردید و همچنین پایداری و ناپایداری آن را ادواردین[۶] [۳۶] مورد مطالعه قرار داده است. پایداری مرزی تیر انعطاف پذیر توسط کانبولات[۷] [۲۷] وفارد[۸] [۳۷] بررسی گردیده است. کنترل بر روی یک تیر یکسر گیردار تحت پسخور سرعت و شتاب نیز به وسیله باز[۹] [۳۸] ولیبرسکو[۱۰] [۳۹, ۴۰] مورد مطالعه قرار گرفته و همچنین کنترل مرزی بهینه تیر را اسلوز[۱۱] [۴۱]، یو[۱۲] [۴۲] و لارا [۱۳] [۴۳]پیشنهاد کردند.

کنترل مرزی برای ربات‌ها که به صورت تیرهای انعطاف‌پذیر مدل شده‌اند، توسط لوو[۱۴] [۴۶-۴۴] بررسی

[1] *Lyapunov function*
[2] *Shahruz*
[3] *Feedback*
[4] *Fung*
[5] *Sadek*
[6] *Edwardian*
[7] *Canbolat*
[8] *Fard*
[9] *Baz*
[10] *Librescu*
[11] *Sloss*
[12] *Yu*
[13] *Lara*
[14] *Luo*

گردیده است. لیو[1] [۴۷] یک قانون کنترل که از پسخور نیروی برشی در انتهای بازوی الاستیک تشکیل شده برای کنترل ارتعاشات بازو مورد استفاده قرار داد. همچنین پایداری نمایی سیستم حلقه بسته در همان مقاله نشان داده شده است.

توسط کوروز[2][۴۸] و چنتوف[3] [۵۱-۴۹] کنترل مرزی برای تیر انعطاف پذیر دوار ارائه شده است. در اکثر این مقالات نویسنده فرض کرده که دیسک دور محور خود می‌چرخد و حرکت تیر در صفحه عمود بر دیسک محدود شده است.

چنتوف در مراجع [۵۰, ۵۱] نشان داد که برای هر سرعت زاویه ای کوچکتر از سرعت زاویه ای بحرانی، ارتعاشات تیر وادار به کاهش نمایی به سمت صفر شده و دیسک با سرعت زاویه‌ای مطلوب می‌چرخد که برای پایدار کردن سیستم، یک قانون پسخور پیشنهاد نمود که شامل کنترل گشتاور وارده به دیسک و همچنین دینامیک کنترل مرزی ممان یا دینامیک کنترل مرزی نیرو و یا هر دو آن‌ها در انتهای آزاد تیر می‌باشد.

تمام کارهایی که به آن‌ها اشاره گردید، برای شی انعطاف‌پذیر بدون در نظر گرفتن حرکت صلب یا تنها با در نظر گرفتن یک چرخش ساده حول یکی از دو انتهای شی الاستیک، صورت گرفته است. لطف‌آذر[4] و همکاران [۵۲] حرکت مرکز جرم یک تیر و مسیر عمومی آن در صفحه و کنترل مرزی ارتعاشات آن مورد مطالعه قرار دادند.

هی[5] [۵۳, ۵۴] کنترل مرزی بر روی بازوی انعطاف‌پذیر در تجهیزات دریایی را مورد بررسی قرار داد و برای آن کنترل مرزی تطبیقی مقاوم ارائه نمود. همچنین وی در مرجع [۵۵] کنترل مرزی تطبیقی را برای سیستم-ها و تجهیزات انعطاف‌پذیر نصب دریایی ارائه کرد.

در این پایان‌نامه سعی خواهد شد که پس از بدست آوردن معادلات حاکم بر ارتعاشات سه‌بعدی تیر اویلر-برنولی، با استفاده از روش کنترل مرزی، قانون کنترلی برای حذف ارتعاشات تیر در سه‌بعد ارائه گردیده و در نهایت کارآیی این روش برای کنترل ارتعاشات تیر در هر یک از سه بعد با استفاده از شبیه‌سازی کامپیوتری نمایش داده شود.

---

[1] *Liu*
[2] *Queroz*
[3] *Chentouf*
[4] *Lotfazar*
[5] *He*