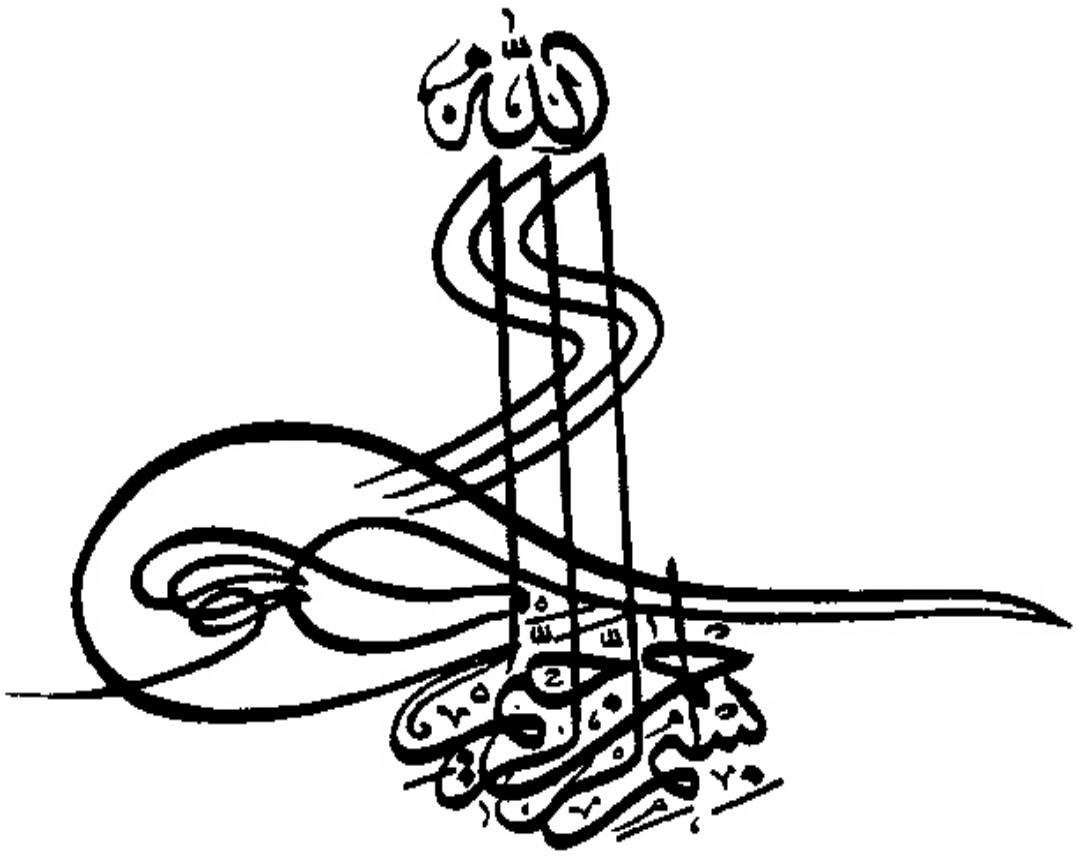


وزارت علوم، تحقیقات و فناوری
دانشگاه شهید مدنی آذربایجان
دانشکده علوم پایه
گروه فیزیک

پایان نامه مقطع کارشناسی ارشد
رشته : فیزیک - نظری

عنوان:

روشهای تولید حالتهای درهمتنیده چند ذره ای با استفاده از بر هم کنش غیرخطی کراس- کر

استاد راهنما:
دکتر یحیی اکبری کوربلاغ
استاد مشاور:
دکتر کاظم جمشیدی قلعه
پژوهشگر:
زهرا حسینیان سلطانی

مهر/ ۱۳۹۲
تبریز / ایران

تقدیم

ماحصل آموخته هایم راتقدیم می کنم به آنان که مهر آسمانی شان آرام بخش آلام زمینی ام است

به استوارترین تکیه گاهم، دستان پرمهر پدرم

به سبزترین نگاه زندگیم، چشمان سبز مادرم

که هرچه آموختم در مکتب عشق شما آموختم وهرچه بکوشم قطره ای از دریای بی کران مهربانیتان راسپاس نتوانم بگویم .

ره آوردی گران سنگ تر از این ارزان نداشتم تا به خاک پایتان نثار کنم، باشد که حاصل تلاشم نسیم گونه غبار خستگیتان را بزداید .

تقدیر و تشکر

در اینجا بر خود لازم می دانم از اساتید ارجمندم جناب آقای دکتر یحیی اکبری و جناب آقای دکتر کاظم جمشیدی که روشنایی بخش تاریکی جان و ظلمت اندیشه ام بودند قدردانی کنم. تأثیر علم آموزی آن ها بود که چراغ روشن هدایت را بر کلبه ی محقر وجودم فروزان ساخت. آری در مقابل این همه عظمت و شکوه مرا نه توان سپاس است و نه کلام وصف.

و از پدر و مادر عزیزم که نخستین آموزگاران زندگیم و در پر استرس ترین مراحل زندگی بهترین تکیه گاهم بوده اند و با امیدهایشان مرا به ادامه ی راه تشویق کرده اند، بسیار سپاسگذارم.

همچنین از جناب آقای دکتر اسفندیار فیضی که داوری این پایاننامه را بر عهده گرفتند کمال تشکر را دارم.

زهرا حسینیان سلطانی

مهر ۱۳۹۲ هجری شمسی

تبریز- ایران

فهرست مطالب

فهرست تصاویر ..... د
چکیده ..... یک
پیشگفتار ۱
فصل اوّل : مبانی و مفاهیم
۱-۱ فضای هیلبرت ۷
۱-۲درهمتنیدگی کوانتومی ۸
۱-۳ درهمتنیدگی حالت‌های خالص ۹
۱-٤ در همتنیدگی حالت‌های آمیخته ۱۰
۱ – ٥ کیوبیت ۱۱
۱– ٦ گیت کوانتومی ۱۱
۱ – ٦ – ۱ گیت هادامارد ۱۲
۱ – ٦ –۲ گیت فاز ۱۳
۱ – ٦ –۳ گیت کنترل نات ۱٤
۱ – ٦ –٤ گیت کنترل فازی ۱٥
۱ – ۷ –۱ شکافنده پرتو ۱٥
۱ – ۷ – ۲ شکافنده پرتو قطبنده ۱٦
۱ – ۸ چرخنده های اپتیکی ۱٦
۱ – ۹ آشکار سازی همودین ۱٦
۱ – ۱۰ حالت‌های شبه کلاسیک یا همدوس ۱۷
فصل دوم : اثر کر و اندازه گیری غیرمخرب
۲ – ۱ مقدّمه ۲۰
۲-۲ اثر کر ۲۱

۲ –۳ محیط کر ۲۵
۲ –٤ مدولاسیون خود فازی ۲۵
۲ –۵ مدولاسیون کراس – فاز ۲٦
۲ –۵ –۱ اثر کراس – کر ۲٦
۲ –۵ –۲ هامیلتونی اثر کراس– کر ۲٦
۲ – ٦ اندازه گیری های کوانتومی غیر مخرب ۲۷
۲ –۷ اندازه‌گیری‌های QND در اپتیک کوانتومی ۳۳
۲ –۷ – ۲ اندازه‌گیری QND تعداد فوتون به کمک اثر کر اپتیکی ۳۵

فصل سوم : برهم‌کنش نور و ماده

۳–۱ مقدّمه ۳۷
۳ –۲ کاواک اپتیکی ۳۸
۳ –۳ جفت شدگی اتم– کاواک ٤۰
۳ –٤ تقریب اتم دو ترازه ٤۲
۳ –۵ حل معادله وابسته به زمان شرودینگر برای اتم دو ترازه در حضور نور ٤٤
۳ – ٦ حد میدان قوی : نوسانات رابی ٤۷
۳ –۷– ۱ میدان‌های چند مدی ٤۸
۳ – ۸ – ۱ الکترودینامیک کوانتومی کاواک ۵۲
۳ – ۸ –۲ مدل جینز– کامینگز ۵۲

فصل چهارم: مطالعه روش‌های تولید درهمتنیدگی چند ذره ای

٤ – ۱ مقدّمه ٦۱
٤ – ۲ عملگر تحول زمانی برهم‌کنش کراس – کر ٦۲
٤ – ۳ تولید درهمتنیدگی میان دو اتم ٦٤
٤ – ٤ تولید در همتنیدگی میان چهار اتم مجزا ۷٤
٤–٤–۱ گیت CPF ۷۵

٤ -٤ -٢ تولید حالت درهمتنیده میان چهار اتم به دام افتاده در چهار کاواک مجزا ٧٧

٤ – ٤ -٣ تولید حالت درهمتنیده میان N اتم به دام افتاده در N کاواک مجزا ٨٣

٤ – ٥ تولید درهمتنیدگی چهار فوتونی ٨٤

٤ – ٦ -١ تولید حالت درهمتنیده Dicke ٨٧

٤ – ٦ -٢ تولید حالت‌های درهمتنیده دایک k ٢ کیوبیتی ٩١

نتایج بحث و پیشنهادات ٩٣

منابع ٩٤

فهرست تصاویر

۱.گربه شرودینگر ۲

۱-۱.تصویر مداری گیت هادامارد ۱۳

۱-۲.تصویر مداری گیت فاز ۱۳

۱-۳.تصویر مداری گیت کنترل نات ۱٤

۱-٤. تصویر مداری گیت کنترل فازی ۱۵

۱-۵.شکافنده پرتو ۱٦

۲-۱. یک باریکه پر شدت نور، انتشار خود را تصحیح می کند ۲۳

۲-۲. یک باریکه پرشدت نور بر انتشار باریکه ضعیف تأثیر می‌گذارد ۲٤

۲-۳. دستگاه اشترن گرلاخ ۲۹

۲-٤. سه دستگاه اشترن گرلاخ که میدان هرسه در یک جهت است ۳۰

۲-۵. دستگاه اشترن گرلاخ و اندازه‌گیری غیر مستقیم با استفاده از سیستم سنجه ۳۳

۲-٦. دستگاه اندازه گیری غیر مخرب ۳٦

۳-۱. کاواک نوری تخت..... ۳۸

۳-۲.نمایش فروپاشی فوتون در کاواک نوری ٤۰

۳-۳.کاواک نوری ونرخ جفت شدگی و فروپاشی ٤۱

۳-٤.تقریب اتم دوترازه ٤۳

۳-۵.ترازهای شکافته زیمان ٤٤

۳-٦.معادل سازی اتم دوترازه با ترازهای شکافته زیمان ٤٤

۳-۷.ترازهای انرژی ٥٤

۳-۸.شکافتگی دو حالت تبهگن از طریق جفت شدگی اتم- کاواک ٦۰

٤-۱.برهم‌کنش غیرخطی کراس- کر بین موج پروب و سیگنال ٦۲

٤-۲.اتم به دام افتاده درون کاواک ٦٥

٤-۳.فروپاشی اتم به تراز پایدارتر ٦۹

٤-٤.ترازهای اتمی ۷۰

٤-٥.چینش مربوط به تولید درهم تنیدگی اتم – اتم ۷۱

٤-٦.اتم سه ترازه ۷٦

٤-۷ . کاواک واتم، پالس‌های ورودی به کاواک و خروجی از آن ۷٦

٤-۸. تصویر سمت راست گیت CPF، تصویر سمت چپ ترازهای اتم درون کاواک ۷۷

٤-۹. تصویر فرایند توید حالت درهمتنیده ۷۸

٤-۱۰. چینش اپتیکی برای تولید درهمتنیدگی N ذره‌ای ۸۳

٤-۱۱. چینش اپتیکی تولید درهمتنیدگی با چهار فوتون ۸٤

٤-۱۲.گیت C-Z. ۸٦

٤-۱۳. تصویری از فرایند تولید حالت درهمتنیده Dicke ۸۷

٤-۱٤. تصویر مربوط به تولید حالت درهمتنیده $2k$ کیوبیتی دایک ۹۱

چکیده

درهمتنیدگی کوانتومی یکی از جالبترین جنبه های غیرکلاسیک مکانیک کوانتومی است و اساس بسیاری از فرایندهای نظریه اطلاعات کوانتومی را تشکیل می‌دهد. بنابراین، تولید حالت‌های درهمتنیده مسئله مهمی است. برهم‌کنش کراس-کر میان میدان‌های نوری به دلیل پایسته نگه داشتن تعداد فوتون‌ها بستر مناسبی برای مهندسی حالت‌های کوانتومی فراهم می‌آورد. حالت‌های کوانتومی مورد نیاز برای انجام فرایندهای اطلاعات کوانتومی همچون ترابرد کوانتومی، حالت‌های خالص با حداکثر میزان درهمتنیدگی هستند. یکی از راه‌های تولید این حالت‌ها در میدان‌های نوری، استفاده از برهم‌کنش غیرخطی کراس-کر میان میدان‌های نوری در حالت‌های همدوس به همراه آشکارسازی همودین است. در این پایاننامه ابتدا به بیان و تعریف مفاهیم مکانیک کوانتومی و اپتیکی مورد نیاز پرداخته‌ایم. برای آشکارسازی بدون اختلال حالت درهمتنیده تولید شده، فرایند اندازه‌گیری غیرمخرب را با استفاده از غیرخطیت محیط کر به تفصیل مورد بحث قرار داده و به ویژگی‌های محیط و اثر کر و نیز اثر کراس- فاز که حل کننده مشکل انتقال اطلاعات است اشاره کرده‌ایم. برای تولید درهمتنیدگی میان اتم‌ها نیاز به بستر مناسبی است که برهم‌کنش مناسبی میان اتم‌ها و میدان نوری (فوتون‌ها) فراهم می‌آورد. این بستر از طریق الکترودینامیک کوانتومی کاواک ایجاد می‌شود. بنابراین، پس از معرفی کاواک اپتیکی، ویژگی‌هایی از آن را که بیان کننده شرایط الکترودینامیک کوانتومی کاواک است و نیز اتم دوترازه را که درون این کاواک به دام می‌افتد، را از دیدگاه کوانتومی مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در پایان، روش‌های تولید درهمتنیدگی میان اتم‌ها و نیز میان فوتون‌ها را با استفاده از غیرخطیت کراس-کر مورد بررسی قرار می‌دهیم.

کلمات کلیدی : درهمتنیدگی[۱]، غیرخطیت کراس – کر[۲]، اندازه‌گیری غیرمخرب[۳]، آشکارسازی همودین[۴]، الکترودینامیک کوانتومی کاواک[۵]، گیت کنترل‌نات[۶]

[۱] Entanglement
[۲] Cross-kerr nonlinearity
[۳] Nondemolition measurement
[۴] Homodyne dtection
[۵] Cavity quantum electrodynamic
[۶] Controlled not gate

پیشگفتار

هرکسی از نظریه کوانتوم شوکه نشود آن را نفهمیده است.

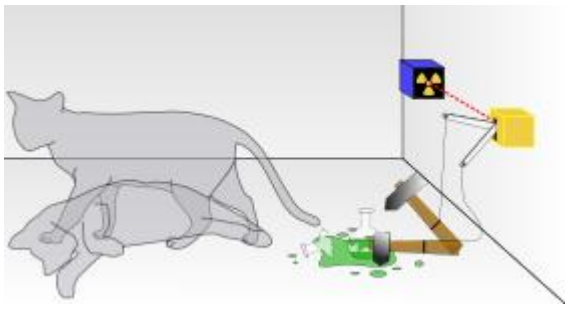
نیلز بور

گرچه اینشتین[۱] یکی از آغازگران مکانیک کوانتومی بود، ولی به دلیل علاقه و اعتقاد عمیق به نظریه فیزیکی به عنوان توصیف کننده جهان خارج و بیزاری از سرشت احتمال‌گرای مکانیک کوانتومی و کامل بودن آن، یک رشته چالش رویاروی دیدگاه کوپنهاگی از جهان قرار داد. او سعی کرد تعریفی دقیق به سیاق معمول فیزیک و نه در چارچوب بحث فلسفی از یک نظریه کامل ارائه کند و به کمک آن نشان دهد که مکانیک کوانتومی یک نظریه کامل نیست. در سال ۱۹۳۵ اینشتین، پودولسکی[۲] و روزن[۳] آزمایش فکری EPR را با این سوال که" آیا مکانیک کوانتومی کامل است ؟"[۱] طرح نمودند که براساس ویژگی‌های یک سیستم دو ذره‌ای[٤] درهمتنیده[٥] شکل گرفته از فروپاشی یک منبع رادیواکتیویته استوار بود. در همان سال شرودینگر[٦] در مقاله پارادوکس گربه[۷]خود، عبارت در همتنیدگی را به کار برد. شرودینگر پارادوکس را چنین بازگو می‌کند:

" گربه‌ای درون اتاقک پولادین زندانی است. همچنین دستگاهی اهریمنی نیز درون اتاقک است. در شمارنده‌ی گایگری، تکه‌ی کوچکی ماده پرتوزاست. چنان کوچک که شاید در هر ساعت، یکی از اتم‌ها واپاشی انجام دهد و با همان احتمال، شاید هیچ اتمی دچار واپاشی نشود. اگر اتمی دچار واپاشی شود لوله شمارنده تخلیه شده و با رله‌ای، چکشی رها می‌شود و شیشه کوچکی را که حاوی اسید است می‌شکند. چنانچه این سامانه را به مدت یک ساعت به حال خود رها کنیم پس از

[۱] Einstein
[۲] Podolsky
[۳] Rosen
[٤] Bipartite
[٥] Entanglement
[٦] Schrodinger
[۷] Cat Paradox

یک ساعت می‌توان گفت که اگر اتمی واپاشی انجام ندهد گربه هنوز زنده است در غیر این صورت با اولین واپاشی گربه می میرد. بدین‌سان گربه زنده و مرده با احتمال یکسان همبسته‌اند."



شکل (۱):گربه شرودینگر

در سال ۱۹٦٤ سی سال پس از مقاله EPR و نه سال پس از مرگ اینشتین، جان بل[۱] ، اندیشه تازه‌ای درباره پارادوکس EPR پیشنهاد کرد. او چنین گفت : " اینشتین و بور[۲] به همبستگی‌های (قطبیدگی) در صفر و نود درجه پرداختند، من بر آن شدم که ببینم در ۳۷ درجه چه می‌گذرد!"

جان بل با پی بردن به یک نامساوی ریاضی توانست بیازماید که طبیعت به راستی از مکانیک کوانتومی فرمان می‌برد یا از متغیرهای پنهان جبر گرایی که اینشتین می‌پسندید. بدین ترتیب بود که درهمتنیدگی به عنوان یکی از جنبه‌های زیبای مکانیک کوانتومی معرفی شد.[۲]

مکانیک کوانتومی می تواند به طرق مختلف در انتقال اطلاعات موثر باشد. ممکن است سال ها و بلکه دهه‌ها طول بکشد تا یک کامپیوتر کوانتومی[۳] ساخته شود تا بتوان روی آن الگوریتم کوانتومی[٤] برای تجزیه یک عدد بزرگ را پیاده سازی کرد. در عوض، دانش و فناوری مربوط به اطلاعات کوانتومی[٥] سرشتی کاملاً متفاوت دارند و تا به امروز پیشرفت‌های بزرگی در این حوزه چه به صورت نظری، چه به صورت تجربی صورت گرفته است. آنچه که در انتقال اطلاعات کوانتومی نقش اساسی دارد، خاصیت غیرموضعی بودن مکانیک کوانتومی و وجود حالت‌های درهمتنیده

[۱] John bell
[۲] Bohr
[۳] Quantum computer
[٤] Quantum algorithms
[٥] Quantum information

است[۳]. قابل ذکر است که درهمتنیدگی نسبیت خاص را نقض نمی‌کند و دارای خاصیت غیر موضعی است [٤].

درهمتنیدگی چند ذره‌ای یکی از ویژگی‌های بسیار جالب مکانیک کوانتومی است. درهمتنیدگی سیستم کوانتومی دو ذره‌ای تا حدود زیادی مطالعه شده است؛ در حالیکه درهمتنیدگی چند ذره‌ای دارای ساختاری غنی‌تر و نقشی مهم‌تر در محاسبات کوانتومی و شبکه‌های ارتباطی است. حالت درهمتنیده دو یا چند ذره‌ای نه فقط امکان محک‌زنی مکانیک کوانتومی را در برابر نظریه موضعیت پنهان [٥][۱] فراهم می‌کند بلکه کاربردهای عملی در فرایندهای اطلاعات کوانتومی از قبیل رمزنگاری کوانتومی[۲][٦]، کدگذاری چگال [۳][۷]، ترابرد کوانتومی [٤][۸]، اشتراک کوانتومی رمز[٥][۹,۱۰] و ارتباطات مستقیم امن کوانتومی[٦][۱۱,۱۲] دارد. اگرچه بیشترین تحقیقات در زمینه فرایندهای اطلاعات کوانتومی با در نظر گرفتن سیستم‌های دو ذره‌ای انجام شده است، درهمتنیدگی چندذره‌ای به دلیل اینکه پایدارتر بوده و دارای زمان همدوسی طولانی‌تری هستند جذاب‌تر می باشند [۱۳]. حالت‌های درهمتنیده شامل حالت‌های بل، حالت‌های w، حالت-های گرین برگر[۷]- هورن [۸]- زیلینگر[۹](GHZ)، حالت‌های کلاستر[۱۰]و حالت‌های گراف[۱۱] می‌باشد، تاکنون روش‌های تجربی و نظری بسیاری برای این حالت‌ها ارائه شده است[۱۸ – ١٤]. همچنین پیشنهادهای بسیاری برای تولید درهمتنیدگی در سیستم‌های فیزیکی مختلف از قبیل درهمتنیدگی میان اتم‌ها [۱۹]، گسیل پارامتری معکوس [۱۲][۲۰]، کاواک با کیفیت بالا[۱۳][۲۲, ۲۱]، یون به دام افتاده[۱٤][۲۳]، وسایل تداخل کوانتومی ابررسانا [۱٥][۲٤,۲٥] و دیگر سیستم‌ها [۲۸-۲٦] داده شده است. در میان این روش‌ها سیستم اپتیکی دارای مزیت است که به آن اشاره خواهیم کرد.

تقریباً تمام آزمایش‌هایی که تاکنون برای فرایندهای اطلاعات کوانتومی انجام شده‌اند از حالت‌های درهمتنیده قطبش فوتون‌ها استفاده می‌کنند. امروزه در آزمایشگاه می‌توان از طریق فرایندی

[۱] Local hidden theory
[۲] Quantum cryptography
[۳] Quantum dense coding
[٤] Quantum teleportation
[٥] Quantum secret sharing
[٦] Quantum secure direct communication
[۷] Greenberger
[۸] Horne
[۹] Zeilinger
[۱۰] Cluster states
[۱۱] Graph states
[۱۲] Spontaneous parametric down converter
[۱۳] High-Q cavity
[۱٤] Ion trap
[۱٥] Superconducting quantum-interference device

که به آن تبدیل پارامتری معکوس[۱] می گویند، چنین فوتون‌هایی را تولید کرده و سپس از طریق فیبرهای نوری[۲] یا هوای آزاد به فاصله‌های دور دست فرستاد. در عمل بسیاری از این فوتون ها سالم به مقصد نمی رسند، به این معنی که بسیاری از آن‌ها جذب محیط شده و یا درهمتنیدگی آن‌ها در اثر واکنش با محیط از بین می‌رود. ولی همواره تعداد قابل توجهی از آن‌ها سالم و دست نخورده به مقصد می‌رسند به طوریکه بتوان با آن‌ها فرایندهای اطلاعات کوانتومی را انجام داد. فوتون‌ها اغلب به عنوان کیوبیت‌های پروازی[۳] خوب در نظر گرفته می‌شوند که برای کارهای ارتباطی شبکه‌های کوانتومی به دلیل سرعت بالا و مقاومت در برابر واهمدوسی[٤] بسیار مفیدند. به دلیل سرشت احتمالی سیستم های نوری خطی، بدست آوردن گیت‌های کوانتومی یا حالت‌ها مشکل است. به عنوان مثال تحقق بخشیدن گیت‌های دوکیوبیتی[٥] مانند کنترل نات به دلیل برهم‌کنش متقابل ضعیفی که فوتون‌ها دارند سخت است. این مشکل توسط مدولاسیون کراس – فاز[٦] (XPM) مرتفع شده است که اشاره به پدیده غیرخطیت[۷] دارد؛ به طوریکه فاز یک میدان نوری توسط میدان دیگر مدوله می شود. این قبیل برهم‌کنش‌های قوی مانند غیرخطیت کراس – کر برای کارهایی همچون اندازه‌گیری غیرمخرب[۸] ، آماده‌سازی و آشکارسازی حالت‌های کوانتومی، ترابرد کوانتومی و گیت‌های منطقی[۹] کوانتومی استفاده می‌شوند [۲۹]. برهم‌کنش کراس – کر می‌تواند در حالت‌های اتمی، فیبرهای سیلیکونی[۱۰] و کاواک ها بدست آید. غیرخطیت کراس – کر اولین بار توسط یاماموتو[۱۱] و چانگ [۱۲] برای محاسبات اپتیک کوانتومی ساده مانند حل مسئله یک بیتی دویچ [۱۳]و تصحیح خطا مورد استفاده قرارگرفت [۳۰]. تورچه [۱٤]و دیگران گیت فاز[۱۵] کوانتومی را تحقق بخشیدند [۳۱] . سپس ویتالی[۱٦] و دیگران حالت‌های بل[۱۷] را با غیرخطیت کر بررسی کردند [۳۲] . اخیراً نموتو[۱۸] و مونرو[۱۹] سنجه پاریته [۲۰]و

[۱] Parametric Down Conversion
[۲] Optical fiber
[۳] Flying qubit
[٤] Decoherence
[٥] Two qubits
[٦] Cross phase modulation
[۷] Nonlinearity phenomena
[۸] Non demolition measurement
[۹] Logic gates
[۱۰] Silicon fiber
[۱۱] Yamamoto
[۱۲] Chuang
[۱۳] Deutsch
[۱٤] Turchette
[۱۵] Phase gate
[۱٦] Vitali
[۱۷] Bell states
[۱۸] Nemoto
[۱۹] Munro
[۲۰] Parity meter

گیت کنترل‌نات[۱] را با غیرخطیت کر ایجاد کرده‌اند[۳۳] . مطالعه نظری بر روی اندازه‌گیری غیرمخرب فوتون‌ها براساس غیرخطیت کراس – کر در مراجع [۳۵, ۳٤] انجام شده است. ماتسودا[۲] و دیگران، XPM را در موجبرهای سیمی سیلیکونی[۳] مورد مطالعه قرار داده اند[۳٦]. در تمام روش‌های ارائه شده از XPM هم به عنوان گیت و هم به عنوان آشکارساز غیرمخرب استفاده شده است.

در مرجع [۳۷]، بریگل[٤] و دیگران نوع ویژه‌ای ازحالت‌های درهمتنیده چندذره‌ای به نام حالت‌های کلاستر معرفی می‌کنند که ویژگی‌های حالت‌های درهمتنیده گرین برگر- هورن – زِیلینگر(GHZ) و کلاس W را دارا هستند. هر چند با درهمتنیدگی پایداری که دارند می‌توانند به عنوان منبع درهمتنیده برای حالت‌های GHZ محسوب شوند، اما نسبت به GHZ ها در برابر واهمدوسی ایمنی بیشتری دارند[۳۸] . حالت‌های GHZ را درهمتنیده ماکسیمال[٥] گویند [۳۹] این حالت‌ها به عنوان کانال کوانتومی برای توزیع کلیدی کوانتوم و اشتراک کوانتومی رمز به کار می‌رود. اخیراً آزمایش‌های مربوط به فوتون‌های درهمتنیده زمینه گسترده‌ای در تحقیقات باز کرده‌اند. چندین روش برای حالت‌های کلاستر درهمتنیده قطبیده پیشنهاد شده است. به ویژه والتر ودیگران به صورت تجربی حالت‌های درهمتنیده چهار فوتونی کلاستر را تولید کرده‌اند[٤۰].

ذرات درهمتنیده می‌توانند علاوه بر فوتون‌ها، اتم‌ها نیز باشند. برای آماده‌سازی اتم به منظور همبسته شدن با ذره دیگر نیاز به محیطی داریم که اثر گسیل خودبخود[٦] که فرایندی کاملاً کوانتومی و بازگشت ناپذیر[۷] است را به فرایند برگشت پذیر تبدیل کند. به همین منظور از الکترودینامیک کوانتومی کاواک استفاده می‌کنیم. الکترودینامیک کوانتومی کاواک[۸] به مطالعه برهم‌کنش گسیل کننده نور کوانتومی و مدهای کاواک می‌پردازد. این برهم‌کنش دارای دو رژیم جفت‌شدگی قوی[۹] و ضعیف است که رژیم جفت‌شدگی قوی در فرایندهای اطلاعات کوانتومی استفاده می‌شود. یکی از دلایل استفاده از سیستم اتمی، ذخیره‌سازی مناسب اطلاعات کوانتومی می‌باشد. همان‌طور که گفتیم می-

[۱] Controlled-NOT gate
[۲] Matsuda
[۳] Silicon wire waveguide
[٤] Briegel
[٥] Maximally entangled
[٦] Spontaneous emition
[۷] Ir reversible
[۸] Cavity quantum electrodynamics
[۹] Strong couple

توانیم فوتون‌ها را به عنوان کیوبیت‌های پروازی و اتم‌ها را به عنوان کیوبیت‌های ذخیره کننده در نظر بگیریم.

در فصل اول پایاننامه پیش رو ابتدا به بیان مبانی و مفاهیم مورد استفاده در آن می‌پردازیم. در فصل دوم به مطالعه اندازه‌گیری غیرمخرب بر پایه غیرخطیت کراس – کر پرداخته و به طور مختصر توصیفی از ویژگی اثر و محیط کر ارائه می‌دهیم. فصل سوم مربوط به برهم‌کنش نور و ماده است که در آن به مطالعه تقریب اتم دوترازه، کاواک نوری، رژیم جفت‌شدگی قوی که الکترودینامیک کوانتومی کاواک مربوط به این رژیم است و برهم‌کنش میان مدهای کاواک که با اتم به دام افتاده درون کاواک در حالت تشدید می‌باشند می‌پردازیم. سر انجام، فصل چهارم به بررسی روش‌های تولید درهمتنیدگی چند ذره‌ای اختصاص دارد.

فصل اوّل : مبانی و مفاهیم

۱-۱ فضای هیلبرت[۱]

یک فضای ضرب داخلی[۲] کامل [۳] را فضای هیلبرت می‌نامیم. ازآنجا که میدان اعداد حقیقی و مختلط کامل هستند، می توان ثابت کرد که هر فضای متناهی بعدی که روی این میدان‌ها ساخته شود نیز کامل بوده و بنابراین یک فضای هیلبرت است .[٤١]

ویژگی‌های فضای هیلبرت

الف) یک فضای خطی[٤] است .

ب) یک ضرب داخلی تعریف شده است که حتماً مثبت است .

حاصلضرب داخلی یک عضو ψ با یک عضو دیگر Φ در حالت کلی یک عدد مختلط است که با نماد (Φ, ψ) نشان داده می‌شود. این حاصلضرب ویژگی‌های زیر را دارد

[۱] Hilbert space
[۲] Scalar product
[۳] Complete
[٤] Linear space

۱) ضرب داخلی ψ در Φ برابر با مزدوج مختلط[۱] ضرب داخلی Φ در ψ است :

$$(\psi , \Phi) = (\Phi ,\psi)^{*} \qquad (۱-۱)$$

۲) اگر $\psi = a\,\psi_{۱} + b\psi_{۲}$ ، ضرب داخلی Φ در ψ نسبت به عامل دوم خطی است:

$$(\Phi, = a\,\psi_{۱}+b\psi_{۲}) = a\,(\Phi, a\,\psi_{۱})+b\,(\Phi ,\psi_{۲}) \qquad (۲-۱)$$

واگر $\Phi = a\Phi_{۱}+b\Phi_{۲}$ نسبت به عامل اول پاد خطی[۲] است :

$$(a\,\Phi_{۱}+b\Phi_{۲} , \psi) =a^{*}(\Phi_{۱} ,\psi)+b^{*}\,(\Phi_{۲} , \psi) \qquad (۳-۱)$$

۳) ضرب داخلی یک بردار ψ درخودش یک عدد حقیقی مثبت است:

$$(\psi, \psi) =\|\psi\|^{۲} \geq ۰ \qquad (٤-۱)$$

۱-۲ درهمتنیدگی کوانتومی

درهمتنیدگی کوانتومی یک پدیده فیزیکی است و هنگامی اتفاق می‌افتد که ذراتی همچون فوتون، الکترون و یا مولکول با هم برهم‌کنش کنند و سپس از یکدیگر جدا شوند. قبل از برهم‌کنش، هر ذره با حالت کوانتومی خود توصیف می‌شود. بعد از برهم‌کنش، زوج ذرات می‌توانند با یک حالت کوانتومی تعریف شوند اما هر ذره از این زوج باید نسبت به ذره دیگر نیز توصیف شود. حالت مکانیک کوانتومی هر ذره از این زوج بر حسب کمیت‌های مهمی همچون مکان، تکانه، اسپین وقطبش نامعین است. درهمتنیدگی کوانتومی یکی از نتایج اصل برهم‌نهی کوانتومی است. اگر حالت کوانتومی یک جفت ذره به صورت یک برهم‌نهی معین باشد و نتوانیم آن را به حاصلضرب دو حالت مربوط به هر ذره تجزیه کنیم آن‌گاه حالت آن جفت ذره درهمتنیده است. این درهمتنیدگی وجود خواهد داشت حتی اگر دو ذره فاصله زیادی از هم داشته باشند. به عنوان مثال درهمتنیدگی وقتی که ذرات بنیادی[۳] به زوجی از ذرات دیگر فرو پاشی[٤] کنند اتفاق می‌افتد. این فروپاشی از قوانین پایستگی[۵] پیروی می‌کند و در نتیجه حاصل اندازه‌گیری یک ذره ناشی از فروپاشی باید با

[۱] Complex conjugate
[۲] Antilinear
[۳] Subatomic particle
[٤] Decays
[۵] Conservation laws

حاصل اندازه‌گیری ذره دیگرکاملاً همبسته [۱]باشد. به عنوان نمونه، اگر ذره‌ای با اسپین صفر بتواند به زوجی از ذرات با اسپین ۱/۲ فروپاشی کند، به دلیل اینکه اسپین کل باید قبل و بعد از فروپاشی صفر باشد اگر یک ذره طی اندازه‌گیری دارای اسپین بالا باشد ذره دیگر به دلیل پایستگی تکانه اسپینی باید دارای اسپین پایین باشد. این نوع از درهمتنیدگی را به عنوان حالت پاد همبسته اسپینی[۲] می شناسند و اگر احتمال اندازه‌گیری هر اسپین یکسان باشد می‌گویند این زوج در حالت تکتایی[۳] قرار دارد.

۱-۳ درهمتنیدگی حالت‌های خالص

سیستم کوانتومی با استفاده از جبرخطی فرمول‌بندی می‌شود. هر سیستمی با تعدادی فضای هیلبرت با بعد متناهی و یا نامتناهی تعریف می‌شود. ماتریس چگالی[۴] حالت خالص یک تصویرگر[۵] مرتبه یک روی یک بردار حالت است.

$$\rho = |\psi\rangle\langle\psi| \qquad (۵\text{-}۱)$$

$$\rho^{۲} = (|\psi\rangle\langle\psi|)(|\psi\rangle\langle\psi|) = |\psi\rangle\langle\psi| = \rho \qquad (۶\text{-}۱)$$

مقدار چشمداشتی[۶] عملگری مانند A نسبت به یک حالت خالص، به صورت

$$\langle A\rangle = \mathrm{tr}\,\rho A = \langle\psi|A|\psi\rangle \qquad (۷\text{-}۱)$$

تعریف می شود. یک حالت خالص است اگر $\mathrm{tr}(\rho^{۲}) = ۱$ باشد.

سیستم‌های A و B به ترتیب با فضاهای هیلبرت H_A و H_B را در نظر بگیرید. فضای هیلبرت سیستم مرکب AB حاصلضرب تانسوری این دو فضاست $H_A \otimes H_B$ در صورتی‌که سیستم اول در حالت $|\psi_A\rangle$ و سیستم دوم در حالت $|\psi_B\rangle$ باشد سیستم کل در حالت $|\psi_A\rangle \otimes |\psi_B\rangle$ خواهد بود. حالت‌هایی از سیستم که به صورت ذکر شده باشند جداپذیر یا حاصلضربی

[۱] Correlated
[۲] Spin anti-correlated
[۳] Singlet state
[۴] Density matric
[۵] Projector
[۶] Expectation value

نامیده می‌شوند. اگر پایه $\{|i\rangle_A\}$ را برای فضای هیلبرت H_A و پایه $\{|j\rangle_B\}$ را برای فضای هیلبرت H_B در نظر بگیریم، حالت عمومی $|\psi\rangle_{AB}$ فضای $H_A \otimes H_B$ به صورت زیر نوشته می‌شود.

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum_{ij} c_{ij} |i\rangle_A \otimes |j\rangle_B \qquad (۸-۱)$$

این حالت جداپذیر است اگر $c_{ij}=c_i^A c_j^B$. در این صورت می‌توان نوشت

$$|\psi\rangle_{AB} = |\psi\rangle_A \otimes |\Phi\rangle_B \qquad (۹-۱)$$

که در آن

$$|\psi\rangle_A = \sum_i c_i^A |i\rangle_A \qquad |\Phi\rangle_B = \sum_j c_j^B |j\rangle_B \qquad (۱۰-۱)$$

این حالت جداپذیر نیست اگر $c_{ij} \neq c_i^A c_j^B$. اگر حالتی جداپذیر نباشد درهمتنیده است.

۱-٤ در همتنیدگی حالت‌های آمیخته[۱]

حالت خالص یک سیستم کوانتومی با یک حالت بهنجار در فضای هیلبرت توصیف می‌شود. اگر یک آنسامبل شامل تعداد زیادی کپی یکسان از یک سیستم را داشته باشیم آن گاه حالت این آنسامبل[۲] با یک ماتریس چگالی توصیف می‌شود که ماتریسی مثبت با رد واحد است. این ماتریس چگالی دارای تجزیه طیفی به صورت زیر است

$$\rho = \sum_i \omega_i |\alpha_i\rangle\langle\alpha_i| \qquad (۱۱-۱)$$

ω_i ها مقادیر نامنفی دارند و مجموع آنها یک است. ρ را می‌توان توصیف کننده یک آنسامبل در نظر گرفت که درآن ω_i بیانگر کسری از آنسامبل با حالت $|\alpha_i\rangle$ است.

[۱] Mixed states
[۲] Ensemble