بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

تحلیل میکروورق‌ها بر اساس تئوری‌های اصلاح شده گرادیان‌کرنش و جفت تنش با استفاده از روش نوارمحدود

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه

مریم میرصالحی

استاد راهنما

دکتر مجتبی ازهری

۱۳۹۲

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده مهندسی عمران

پایان‌نامه کارشناسی ارشد مهندسی عمران-سازه

خانم مریم میرصالحی

تحت عنوان

تحلیل میکروورق‌ها بر اساس تئوری‌های اصلاح شده گرادیان‌کرنش و جفت‌تنش با استفاده از روش نوارمحدود

در تاریخ ۱۳۹۲/۱۱/۳ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرارگرفت.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه — دکتر مجتبی ازهری

۲- استاد مشاور پایان‌نامه — دکتر بیژن برومند

۳- استاد داور — دکتر علیرضا شهیدی

۴- استاد داور — دکتر فرهاد بهنام‌فر

سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده — دکتر عبدالرضا کبیری سامانی

تشکر و قدردانی

شکر و سپاس پروردگار را که امید و یاور لحظه لحظه ی زندگیست...

با سپاس فراوان از استاد گرانقدر جناب آقای دکتر ازهری که صبورانه، در این پایان‌نامه و در طول دوران تحصیل مشوق و راهنمایم بودند. بی‌شک بدون حمایت ایشان انجام این مهم میسر نمی‌بود.

از استاد ارجمند جناب آقای دکتر برومند که مشاوره ی این تحقیق را بر عهده داشتند و در محضرشان کسب علم نمودم، کمال تشکر را دارم.

با سپاس از استاد بزرگوار جناب آقای دکتر بهفرنیا که حضورشان در جلسه ی دفاع باعث افتخار من و موجب دلگرمی ام گردید.

از همراهی و پشتیبانی خانواده‌ام (مادرم، برادرم و همسرشان) که در زندگی ام متحمل مشکلات و تکیه‌گاهم بودند، صمیمانه سپاسگزارم.

قدردان زحماتشان هستم هرچند که جبرانشان امکان‌پذیر نمی‌باشد.

با یادی از پدرم که گرچه در کنارم حضور نداشتند، اما دعایشان همواره راه‌گشایم بوده است. روحشان شاد و یادشان گرامی.

از سرپرست تحصیلات تکمیلی دانشکده ی عمران جناب آقای دکتر کبیری و دوستانم که به نوعی مرا در به سرانجام رساندن این تحقیق یاری نمودند، متشکرم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به:

خانواده‌ام

فهرست مطالب

عنوان **صفحه**

فهرست مطالب.....هشت

چکیده..... ۱

فصل اول: مقدمه و کلیات

۱-۱ مقدمه..... 2

۱-۲ سیستم‌های میکروالکترومکانیکال(MEMS)..... ۳

۱-۳ سیستم‌های نانوالکترومکانیکال(NEMS)..... ۵

۱-۴ میکروسکوپ نیروی اتمی(AFM)..... ۶

۱-۵ روش‌های بررسی رفتار مواد در مقیاس کوچک ۶

۱-۶ مروری بر مطالعه‌های پیشین..... ۸

۱-۷ هدف وتشریح مسئله..... ۱۰

۱-۸ محتوای فصل‌های آینده..... ۱۱

فصل دوم: آشنایی با مواد ناهمسان در ضخامت

۲-۱ مقدمه..... ۱۳

۲-۲ تعریف موادناهمسان در ضخامت(FGM)..... ۱۴

۲-۳ تاریخچه‌ی موادFGM..... ۱۵

۲-۴ فرآیندهای تولید ۱۵

۲-۵ کاربردهای موادFGM..... ۱۵

۲-۶ مدل‌سازی موادFGM..... ۱۶

فصل سوم:تئوری اصلاح‌شده‌ی جفت‌تنش و گرادیان‌کرنش

۳-۱ مقدمه..... ۱۸

۳-۲ تاریخچه..... ۱۹

۳-۳ تئوری اصلاح شده‌ی جفت تنش (MCST) ۲۰

۱-۳-۳ بررسی روابط تعادل در محیط پیوسته‌ی کلاسیک و غیرکلاسیک ۲۰
۲-۳-۳ معادله‌های حاکم در MCST ۲۱
۴-۳ تئوری اصلاح شده‌ی گرادیان‌کرنش(MSGT) ۲۴
فصل چهارم: تئوری‌های ورق
۱-۴ مقدمه ۲۷
۲-۴ تاریخچه‌ی تئوری ورق ۲۸
۳-۴ تئوری های ورق ۲۹
۱-۳-۴ تئوری ورق نازک(کیرشهف) ۲۹
۲-۳-۴ تئوری برشی مرتبه اول(FSDT) ۳۱
۳-۳-۴ تئوری برشی مرتبه سوم(TSDT) ۳۳
فصل پنجم: روش عددی نوار محدود
۱-۵ مقدمه ۳۷
۲-۵ تاریخچه‌ی روش عددی نوارمحدود ۳۸
۳-۵ رویکرد تحلیل با روش عددی نوارمحدود ۳۸
۴-۵ توابع شکل در روش نوارمحدود ۳۹
۱-۴-۵ توابع شکل طولی ۳۹
۲-۴-۵ توابع شکل عرضی ۴۲
۵-۵ ورق نازک ۴۲
۱-۵-۵ ماتریس سختی ۴۳
۲-۵-۵ ماتریس سختی هندسی ۴۴
۶-۵ ورق نیمه‌ضخیم ۴۵
۱-۶-۵ ماتریس سختی ۴۶
۲-۶-۵ ماتریس سختی هندسی ۴۷

۵-۷ ارتعاش آزاد ۴۷
۵-۸ پایداری حرارتی ۴۸
۵-۸-۱ تغییرات یکنواخت دما ۴۸
۵-۸-۲ تغییرات خطی دما ۴۸
۵-۸-۳ تغییرات غیرخطی دما ۴۹
۵-۸-۴ حل مسئله ۴۹
فصل ششم: پایداری مکانیکی، حرارتی و ارتعش آزاد میکروورق FGM نازک
۶-۱ مقدمه ۵۱
۶-۲ پایداری مکانیکی ۵۲
۶-۲-۱ صحت سنجی نتایج تئوری اصلاح‌شده‌ی گرادیان کرنش (MSGT) ۵۲
۶-۲-۲ صحت سنجی نتایج تئوری MCS ۵۲
۶-۲-۳ مطالعات عددی ۵۳
۶-۲-۴ اندرکنش نیروها 57
۶-۳ پایداری حرارتی ۵۹
۶-۳-۱ صحت سنجی نتایج ۵۹
۶-۳-۲ مطالعات عددی ۵۹
۶-۴ ارتعاش آزاد ۶۳
۶-۴-۱ صحت سنجی نتایج ۶۳
۶-۴-۲ مطالعات عددی ۶۴
۶-۵ جمع‌بندی ۶۷
فصل هفتم: پایداری مکانیکی، حرارتی و ارتعش آزاد میکروورق FGM نیمه‌ضخیم
۷-۱ مقدمه ۶۸
۷-۲ تئوری برشی مرتبه‌اول ۶۹

۷-۲-۱ صحت سنجی نتایج ۶۹
۷-۲-۲ پایداری مکانیکی ۷۰
۷-۲-۳ اندرکنش نیروهای محوری ۷۲
۷-۲-۴ پایداری حرارتی ۷۳
۷-۲-۵ ارتعاش آزاد ۷۶
۷-۳ تئوری برشی مرتبه سوم ۷۷
۷-۳-۱ صحت سنجی نتایج ۷۷
۷-۳-۲ پایداری مکانیکی ۷۸
۷-۳-۳ اندرکنش نیروهای محوری ۸۰
۷-۳-۴ پایداری حرارتی ۸۱
۷-۳-۵ ارتعاش آزاد ۸۴
۷-۴ جمع‌بندی ۸۵
فصل هشتم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات
۸-۱ مقدمه ۸۶
۸-۲ نتیجه‌گیری ۸۷
۸-۳ پیشنهادات ۸۷
پیوست یک ۸۹
پیوست دو ۹۰
مراجع ۹۲

چکیده

تغییرات پیوسته وتدریجی خواص مواد دریک یا چند بعد موجب پیدایش ویژگی‌های منحصر به فردی درآن‌ها می‌شود. ورق‌های FGM از جمله‌ی این مواد هستند که ازدو فاز، فلزی و غیر فلزی، تشکیل شده‌اند. کاهش تمرکز تنش ، بهبود توزیع آن وکنترل بهتر تنش‌های حرارتی بخشی از مزیت‌های مواد FGM هستند که باعث علاقه مندی محققین به استفاده از آن‌ها در بسیاری از ساختارهای مهندسی گردید. در سال‌های اخیراز تیر و ورق FGM درمقیاس میکرو ونانو، به عنوان یک قطعه‌ی اساسی درساخت سیستم‌های میکرو الکترومکانیکال، نانوالکترومکانیکال، میکروسکوپ اتمی و دیگر ساختارهای کوچک استفاده شده است. بهره‌گیری از این ساختارها در وسایل، ابزارها وسازه‌ها قابلیت‌های متنوعی در آن‌ها ایجاد می‌کند و هم‌چنین منجر به کاهش ابعاد ، وزن وافزایش کارایی درآن‌ها خواهد شد، به همین علت آزمایش‌ها ومطالعه‌های گسترده‌ای در تحلیل اجزای آن‌ها صورت گرفته است. رفتار مواد در مقیاس کوچک، ابتدا از طریق آزمایش بررسی گردید. عدم تطابق نتایج آزمایشگاهی و تئوری کلاسیک محیط پیوسته، حاکی از ناتوانی این تئوری در تحلیل ساختارهای کوچک بود. دانشمندان برای حل این مشکل به توسعه‌ی تئوری‌هایی پرداختندکه بتوانند اثرکاهش اندازه را درنظربگیرند. تئوری‌های مرتبه بالاتر جابجایی به‌عنوان یکی از این نظریه‌ها،که می‌توان آن‌ها را در دو دسته‌ی کلی جفت‌تنش و گرادیان‌کرنش دسته‌بندی نمود، به‌خوبی تاثیر کاهش مقیاس را در محاسبات وارد می‌کنند.

در مطالعه‌ی حاضر پایداری مکانیکی، حرارتی وارتعاش آزاد میکرووِرق FGM بر پایه‌ی تئوری‌های اصلاح‌شده‌ی جفت‌تنش و گرادیان‌کرنش مورد بررسی قرارمی‌گیرد. در مدل‌سازی ورق نازک از تئوری کیرشهف و در ورق نیمه‌ضخیم از تئوری‌های برشی مرتبه اول وسوم استفاده می‌شوند. از میان روش‌های عددی موجود در تحلیل ورق‌ها، روش عددی مناسب واقتصادی نوارمحدود به منظور حل معادله‌های حاکم بر ورق به‌کارگرفته خواهد شد. روابط لازم در میکرووِرق نازک با استفاده از روش نوارمحدود اسپلاین و در میکرووِرق نیمه‌ضخیم با روش نوارمحدود کلاسیک استخراج می‌گردند. در نتایج تاثیر بارگذاری و شرایط مرزی گوناگون، ابعاد میکرووِرق و اثر کاهش اندازه لحاظ می‌شوند. هم‌چنین چگونگی تغییر اندرکنش نیروها تحت تاثیر مقادیر مختلف پارامتر مقیاس طول بررسی خواهد شد. بسیاری از نتایج برای نخستین‌بار ارائه شده‌اند.

کلمات کلیدی: میکرووِرقFGM- تئوری اصلاح‌شده‌ی گرادیان‌کرنش- تئوری اصلاح‌شده‌ی جفت‌تنش- پایداری مکانیکی- پایداری حرارتی- ارتعاش آزاد- روش عددی نوارمحدود.

فصل اول
مقدمه و کلیات

۱-۱ مقدمه

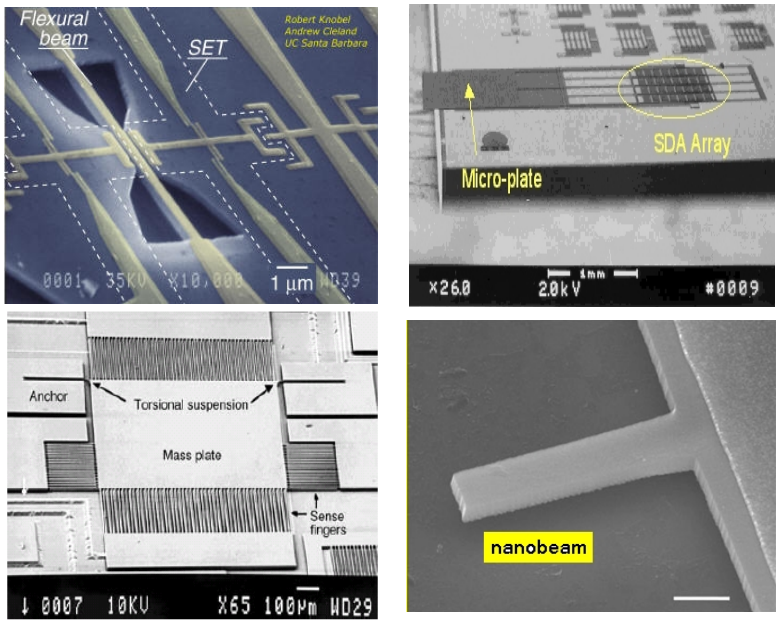
پیشرفت تکنولوژی نیازمند ابزار و وسایل با ابعاد کوچک‌تر، دقت و کارایی بیشتر است. همین علت منجر به تلاش برای ساخت تجهیزات در مقیاس‌های غیرماکروسکوپیک شد. سیستم‌های میکروالکترومکانیکال[1](MEMS)، سیستم‌های نانوالکترومکانیکال[2](NEMS)، و میکروسکوپ نیروی اتمی[3](AFM) نمونه‌هایی از این ساختارها هستند که با بهره‌گیری ازآن‌ها قابلیت‌هایی متنوعی در ابزار، وسایل و سازه‌ها ایجاد می‌شود. وجود مزایای بسیار زیاد این سیستم‌ها توجه محققین را به خود معطوف نموده وتاکنون آزمایش‌ها ومطالعه‌های گسترده‌ای در بررسی اجزای آن‌ها صورت گرفته است.

تیر و ورق در اندازه‌ی میکرو و نانو و با خواص ناهمسان درضخامت یکی از اجزای اصلی ساختارهای مذکور می‌باشند. تغییرات پیوسته وتدریجی خواص مواد دریک یا چند بعد موجب پیدایش ویژگی های منحصر به فردی درآن‌ها می شود. مواد با خواص ناهمسان در ضخامت[4] (FGM) از جمله ی این مواد هستند که ازدو فاز، فلزی و غیر

---

[1] Micro Electro Mechanical
[2] Nano Electro Mechanical
[3] Atomic ForceMicroscope
[4] Functionally Graded Materials

فلزی، تشکیل شده اند. کاهش تمرکز تنش، بهبود توزیع آن وکنترل بهتر تنش های حرارتی بخشی از مزیت های مواد FGM هستند که باعث علاقه مندی محققین به استفاده از آن‌ها در بسیاری از ساختارهای مهندسی گردیده است.

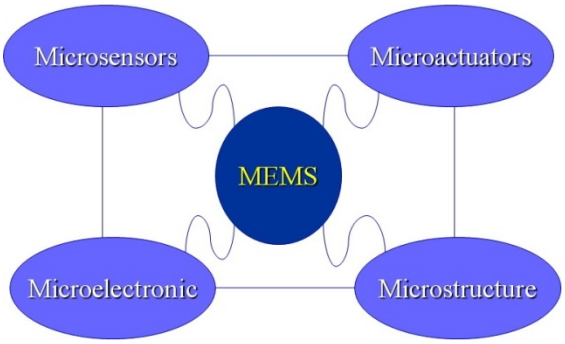


شکل ۱-۱:کاربرد تیر و ورق در ساختارهای کوچک[۱]

در ادامه‌ی به معرفی و بیان کاربرد سیستم‌های میکرو و نانوالکترومکانیکال و میکروسکوپ اتمی به اختصار، با هدف درک اهمیت بررسی تیر، ورق وپوسته درمقیاس میکرو و نانو به عنوان یکی از اجزای اصلی تشکیل‌دهنده‌ی این ساختارها پرداخته خواهد شد.

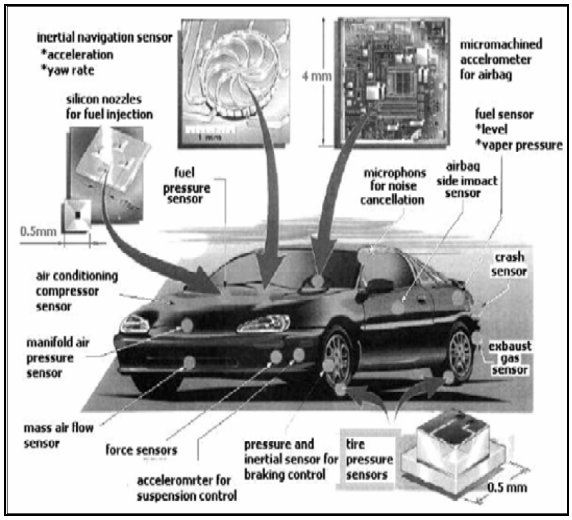
۱-۲ سیستم‌های میکروالکترومکانیکال(MEMS)

MEMS تکنولوژی ساخت قطعات وسیستم‌های کوچک مجتمع می‌باشد که از ترکیب تجهیزات و قطعات الکترونیکی و مکانیکی بوجود می‌آیند. درتولید آن‌ها، مباحث طراحی، مهندسی و ساخت (گستره وسیعی از تکنیک‌ها مانند تکنولوژی ساخت مدار مجتمع، مهندسی مکانیک، علم مواد، مهندسی برق، فیزیک، شیمی و مهندسی شیمی و ...) استفاده می‌شوند. از سال ۱۹۷۰میلادی تحقیقات گسترده‌ای برای تولید این محصولات صورت گرفت و در نهایت با پیشرفت دانش مورد نیاز ازسال ۱۹۹۰میلادی به عرضه‌ی تجاری رسیدند. در بیشتر موارد، MEMS مطابق شکل ۱-۲ شامل میکروساختار، میکروحسگر، میکروعملگر و مدارهای میکروالکترونیک می‌باشد که همه بر روی یک تراشه سیلیکونی قرارداده شده‌اند.



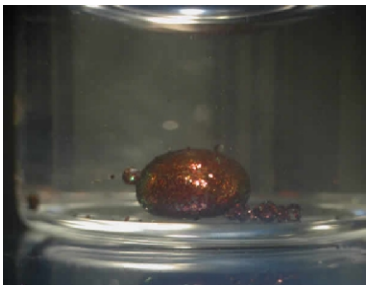
شکل ۱-۲:اجزای موجود در یک قطعه‌ی MEMS [۲]

میکروحسگر تغییرات محیط اطراف سیستم را ازطریق اندازه‌گیری پدیده‌ها و اطلاعات مکانیکی، حرارتی، مغناطیسی، شیمیایی و یا الکترومغناطیسی شناسایی می‌کند. بخش میکروالکترونیک این اطلاعات را پردازش کرده و سیگنال کنترلی را به عملگر می‌فرستد تا تغییرات لازم انجام گیرد. معمولا قطعات MEMS در ابعاد میکرو ساخته می‌شوند. بخشی از کاربردهای MEMS در صنایع مختلف عبارتند از: حسگر سیلیکونی یک‌بار مصرف فشار خون، کیسه‌ی هوا، فیوزموشک، روبات‌های هوشمند، جوهرافشان چاپ‌گر، ریز موتورها، چرخ دنده‌های انتقال، پمپ‌های سیال و گرد هوشمند. البته همان‌طور که درشکل ۱-۳ مشاهده می‌شود، این اجزا در قسمت‌های دیگر خودرو به غیر از کیسه‌ی هوا نیز کاربرد دارند. گرد هوشمند برای نخستین‌بار در دانشگاه برکلی به منظوراستفاده در سیستم‌های نظامی ساخته شده است.



شکل ۱-۳:کاربردMEMS در صنعت خودرو

کاهش اندازه، جرم واتلاف انرژی مصرفی، افزایش سرعت و دقت، تابع پذیری بالا و افزایش ضریب اطمینان از مزیت‌های سیستم‌های میکروالکترومکانیکال هستند. درکنار مزایایMEMS، موانع و مشکلات زیادی بر سر راه فناوری کوچک‌سازی وجود دارد،که می‌بایست بر آن‌ها غلبه کرد.



شکل ۱-۴:گرد هوشمند

۱-۳ سیستم‌های نانوالکترومکانیکال(NEMS)

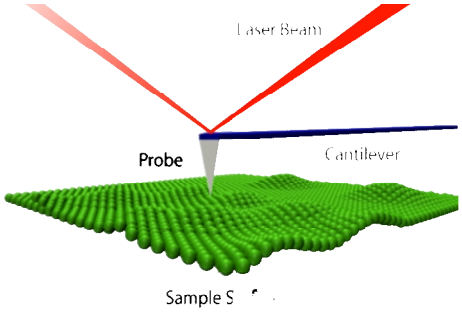
اولین کسی که مفاهیم نانوفناوری را پیشنهاد نمود، ریچارد فاینمن، برنده جایزه نوبل فیزیک در سال ۱۹۶۵ بود. او در سخنرانی تاریخی خود با بیان جمله‌ی معروف "در آن پایین فضاهای بسیاری وجود دارد" چشم انداز جالبی را از ساخت و ساز در مقیاس اتمی و مولکولی ایجاد کرد. نانوفناوری قابلیت تولید مواد، ابزارها و سامانه‌های جدید با کنترل آن‌ها در مقیاس اتمی وایجاد ترکیبات کاملا جدید است. نانو کاربردهای گسترده‌ای در عرصه‌ی غذا، دارو، پزشکی، الکترونیک، رایانه، زیست‌فناوری، حمل‌ونقل و هواوفضا دارد.

سیستم‌های نانوالکترومکانیکال(NEMS) ابزارهای فوق‌العاده کوچکی هستند که نوید انقلابی جدید در اندازه‌گیری جابجایی‌های فوق‌العاده کوچک و نیروی‌های فوق‌العاده ضعیف، به‌خصوص در مقیاس مولکولی را می‌دهند، زیرا می‌توانند با تغییرات بسیار اندک، منحرف یا مرتعش گردند. جرم و اندازه‌ی کوچک آن‌ها منجر به ایجاد پتانسیل زیادی برای کاربردهای جدید می‌شود. با توسعه‌ی علم نیاز به ساخت حسگرهایی دقیق‌تر،کوچک‌تر وبا توانمندی بیشتر احساس شد. نانوحسگرها به دلیل ابعاد کوچک از دقت و واکنش‌پذیری بسیار بالایی برخوردارهستند، به‌گونه‌ای که حتی نسبت به حضور چند اتم گاز هم عکس العمل نشان می‌دهند. هم اکنون از این نانوحسگرها در بسیاری علوم از جمله ارتباطات، حمل و نقل، صنایع غذایی و دارویی استفاده می شود و بنا برگفته محققان در صنایع صنعتی ساخت وسازی نیز این نانوحسگرها می‌توانند بسیار سودمند باشند. گروهی از محققین دانشگاه بوستن با همکاری دانشگاه تگزاس درتلاش برای ایجاد فشارسنج‌هایی هستند که در آن‌ها از ورق گرافین به عنوان حسگر مکانیکی استفاده شود. گرافین اولین ماده‌ی دوبعدی پایدارجهان، از یک لایه اتم کربن تشکیل شده است. برخی دیگر از دانشمندان بر این اعتقادند که ساخت حسگر بر اساس فناوری نانو و نصب آن‌ها بر روی ساختمان ها و پل‌های در حال ساخت می‌تواند به مهندسان و سازندگان این سازه‌ها در تشخیص انواع شکاف و یا آسیب کمک کند. این ابزارها به نحوی طراحی شده‌اند که درجه دما و رطوبت سازه‌های بتونی را اندازه بگیرند. هرگونه تغییر در میزان این شاخص‌ها می‌تواند نشانه‌ای از وجود مشکل در انسجام سازه باشد. اطلاعات به دست آمده

از طریق این حسگرها می‌تواند به مهندسان سازه ها در اندیشیدن تدابیر لازم و به موقع در خصوص رفع مشکلات کمک کند.

۴-۱ میکروسکوپ نیروی اتمی(AFM)

تلاش برای دیدن مواد بسیار کوچک، از مهم‌ترین فعالیت‌های علمی آزمایشگاه‌های جهان محسوب می‌شود. میکرسکوپ نیروی اتمی (AFM) دستگاهی است که برای بررسی خواص سطحی مواد درابعاد نانومتر به‌کارمی‌رود. سطح نمونه دراین دستگاه توسط پیمایش‌گری[1] که به انتهای یک میکروتیر متصل است روبش(پردازش) می‌شود. نیروهای بین پیمایش‌گر و سطح نمونه باعث خم شدن یا انحراف تیر می‌گردند. یک آشکارساز میزان انحراف تیر را در حالی که پیمایش‌گرسطح نمونه را روبش می‌کند، اندازه می‌گیرد. اندازه‌گیری این انحرافات به رایانه امکان تولید تصویر توپوگرافی سطح را می‌دهد. این دستگاه در بررسی سطوح رسانا یا عایق، نرم یا سخت، منسجم یا پودری، بیولوژیک وآلی یا غیرآلی استفاده می‌شود.



شکل ۱-۵:اجزای شماتیک میکروسکوپ نیروی اتمی[۳]

از مزایای این نوع میکروسکوپ می‌توان به سرعت بالا، سادگی آماده سازی نمونه، اطلاعات دقیق ارتفاع و قابلیت عملکرد در محیط‌خلاء، هوا ومایع اشاره نمود. بازه‌ی بزرگ‌نمایی و مطالعه‌ی عمودی محدود، وابستگی اطلاعات بدست آمده به نوع پیمایش‌گر، امکان آسیب دیدن نمونه وپیمایش‌گر نیز از جمله معایب آن هستند.

۵-۱ روش‌های بررسی رفتار مواد در مقیاس کوچک

بررسی رفتار مواد در مقیاس کوچک، ابتدا از طریق آزمایش صورت گرفت. آزمایش‌های انجام شده درتحلیل اجزای سیستم‌های غیرماکروسکوپیک نشان دادکه کاهش اندازه، مقاومت و سختی مواد را تغییر می‌دهد. به عنوان مثال، فلک و همکارانش[۴] با آزمایشMicro-Torsion بر روی مفتول مسی نازک دریافتند که با کاهش

[1] Probe

قطر، مقاومت برشی افزایش می یابد. با استفاده از تست Micro-Bending، استلکن[1] و ایوانز[۵] به بالارفتن اثر سختی کرنشی با کاهش ضخامت در تیرهای نازک نیکل پی‌بردند. لام وهمکارانش[۶] نیز به افزوده شدن صلبیت خمشی بر اثر کم شدن ضخامت در تیرهای پلیمریک اپوکسی از طریق همین آزمایش اشاره کرده‌اند. هزینه‌ی بالای آزمایش‌ها ودشواری کنترل فرآیند آن، سبب به‌کارگیری مدل‌سازی‌های تئوری در تحلیل رفتار مواد درمقیاس‌های کوچک شد.

تئوری‌های مورد استفاده‌ی تحلیل مواد درمقیاس غیرماکروسکوپیک را می‌توان در دو دسته‌ی کلی اتمی و محیط‌پیوسته‌ی تعمیم‌یافته دسته‌بندی نمود. مدل‌های اتمی نیز به دو زیر مجموعه‌ی تئوری‌های مولکولی و نیمه‌اتمی-محیط‌پیوسته تقسیم‌بندی می‌شوند. دینامیک مولکولی کلاسیک، تئوری تابع چگالی و دینامیک مولکولی پیوندقوی از جمله تئوری‌های اتمی هستند. در مدل نیمه‌اتمی-محیط‌پیوسته انرژی پتانسیل بین مولکولی، با معادل‌سازی انرژی پتانسیل مولکولی با انرژی کرنشی تئوری محیط‌پیوسته به صورت مستقیم وارد محاسبات می‌شود. محاسبات مدل‌های اتمی با حل حجم بسیار زیادی از معادله‌ها همراه است که باعث افزایش زمان تحلیل می‌گردند وهم‌چنین در مواردی خطاهای عددی قابل توجهی خواهند داشت. به همین منظور از تئوری‌های محیط‌پیوسته برای بررسی رفتار مواد در اندازه‌ی کوچک استفاده شد.

عدم تطابق نتایج آزمایشگاهی و تئوری کلاسیک محیط‌پیوسته حاکی از ناتوانی آن در تحلیل رفتار مواد غیر ماکروسکوپیک بود. دراین تئوری جسم به صورت کاملا یکپارچه در نظرگرفته می‌شود و ازفضاهای خالی بین مولکول‌ها و تاثیرآن‌ها بر یکدیگر صرف نظر می‌گردد. این در حالی است که در مقیاس کوچک نمی‌توان از این موارد چشم‌پوشی کرد. دانشمندان برای حل مشکل موجود به توسعه‌ی تئوری‌هایی پرداختندکه اثرکاهش اندازه را درنظربگیرند. تئوری کُسِرات[2][۷]، میکروپولار[۸]، میکرومورفیک[۹]، غیرمحلی ارینگن[۱۰]، جفت‌تنش[3][۱۱-۱۳]، گرادیان‌کرنش[۱۴] از جمله‌ی این تئوری‌ها هستند. در تئوری کُسِرات فرض بر آن است که هر محیط‌پیوسته‌ی کلاسیک از ریزساختارهایی تشکیل شده که می‌توانند به صورت مستقل از محیط اطراف خود، دچار تغییرشکل شوند. البته در این تئوری ریزساختارها تنها دارای حرکت دورانی صلب هستند. به همین دلیل برای هرذره علاوه بر سه درجه‌ی آزادی انتقالی، سه درجه‌ی آزادی دورانی نیز لحاظ شده است. ارینگن تئوری کُسِرات را بازنویسی نمود وآن را میکروپولار نامید. در تئوری میکرومورفیک ریزساختارها تغییرشکل و دوران مستقل از محیط احاطه کننده‌ی خود دارند. تئوری غیرمحلی ارینگن در ابتدا جهت حل مسائلی به‌کار می‌رفت که در آن‌ها تنش به بی‌نهایت میل می‌کرد(مانند محدوده‌ی اعمال بارنقطه‌ای یا نوک‌ترک). مطالعه‌های بعدی نشان داد که این تئوری برای بررسی

[1] Stolken
[2] Cosserat
[3] Couple stress theory

ساختارهای کوچک نیز مناسب است. اثر اندازه در تئوری ذکرشده با این فرض که تنش در یک نقطه تابعی از کرنش همه‌ی نقاط محیط خواهدبود، وارد روابط تنش-کرنش می‌شود.

اگر در تئوری کُسِرات چرخش ریزساختارها با چرخش محیط پیوسته‌ی اطراف آن‌ها یکسان در نظرگرفته شود، تئوری جفت‌تنش حاصل می‌گردد. در این تئوری، تابع چگالی انرژی کرنشی علاوه بر قسمت متقارن گرادیان مرتبه‌اول جابجایی به گرادیان‌چرخش نیز وابسته است. چگالی‌انرژی کرنش در تئوری‌گرادیان‌کرنش، تابعی ازگرادیان‌های مرتبه اول ودوم جابجایی می‌باشد. درنظرگرفتن گرادیان‌های مرتبه بالاتر جابجایی باعث بوجودآمدن ثابت‌هایی با بعدطول در انرژی‌کرنشی می‌شود. این ثابت‌هاکه اثرکاهش اندازه را درروابط ومحاسبات واردمی‌کنند، پارامترهای مقیاس‌طول[1] نامیده شده‌اند. تئوری‌های جفت‌تنش وگرادیان کرنش به ترتیب شامل دو و پنج پارامتر مقیاس طول هستند. درتئوری‌های مطرح شده، تنها روابط تعادل محیط پیوسته‌ی‌کلاسیک ارضا شده بودند وشرط تعادلی برای تنش‌های مرتبه بالاتر وجود نداشت. یانگ و همکارانش[۱۵] با معرفی رابطه‌ی تعادلی جدید، تئوری اصلاح شده‌ی جفت‌تنش[2] (MCST) را پیشنهاد کردند. برقراری همین رابطه باعث کاهش پارامتر مقیاس طول از دو درتئوری کلاسیک جفت‌تنش به یک شد. پس از آن‌ها تئوری اصلاح‌شده‌ی گرادیان‌کرنش[3](MSGT)[۳] با لحاظ کردن همین شرط جدید ارائه گردید. کاهش تعداد پارامترمقیاس طول از پنج به سه وتبدیل شدن به تئوری اصلاح شده‌ی جفت‌تنش از مزیت‌های این تئوری می‌باشد.

تاکنون تحقیقات گسترده‌ای با بهره‌گیری از این تئوری‌ها بر روی تیر، ورق وپوسته انجام شده است. در پایان‌نامه‌ی حاضر از تئوری‌های اصلاح شده‌ی جفت تنش و گرادیان‌کرنش برای بررسی میکروورق FGM استفاده می‌شود. به همین علت در ادامه‌ی این فصل به مرور مطالعه‌های انجام شده با تئوری‌های مذکورپرداخته خواهدشد.

۱-۶ مروری بر مطالعه‌های پیشین

با اثبات عدم توانایی تئوری کلاسیک محیط‌پیوسته در لحاظ کردن تاثیرات کاهش اندازه، تئوری‌های مرتبه بالاتر محیط‌پیوسته درگستره‌ی وسیعی ازمسائل مهندسی مانند مدل‌سازی سازه‌ها درمقیاس میکرو ونانو، تحلیل سیستم‌های میکرو و نانوالکترومکانیکال، مدل‌کردن نانوتیوب‌کربنی و بررسی میکروسکوپ نیروی اتمی به‌کارگرفته شده‌اند. تئوری‌های جفت‌تنش و گرادیان‌کرنش ازجمله تئوری‌های محیط‌پیوسته‌ی تعمیم یافته هستندکه با واردکردن پارامتر مقیاس طول مواد در محاسبات، قابلیت تحلیل آن‌ها را در اندازه‌های کوچک دارند. به علت آن‌که تخمین و محاسبه‌ی پارامتر مقیاس طول دشوار می‌باشد، تئوری اصلاح شده‌ی جفت تنش با دارابودن یک پارامترکاهش اندازه

[1] Length scale parameter
[2] Modified Couple Stress Theory
[3] Modified Strain Gradient Theory

توجه محققین بسیاری را به خود معطوف نموده است. بر اساس این تئوری مدل‌های گوناگون تیر و ورق گسترش یافته‌اند. ازتئوری تیر اویلر-برنولی با درنظرگرفتن اثر کاهش اندازه [۱۶]، توسط کانگ وهمکارانش[۱۷] و کهربائیان[۱۸] در بررسی ارتعاش آزاد و از مدل ارائه شده برای تیرتیموشنکو[۱۹] درمسئله‌ی پایداری‌و ارتعاش‌آزاد میکروتیوب‌ها[۲۰] استفاده‌شد. نخستین‌بارتسیاتاس[۲۱] فرمول‌بندی جدیدی برای تئوری کیرشهف بر پایه‌ی تئوری‌MCS پیشنهاد کرد. در این مقاله تاثیر پارامتر مقیاس طول در جابجایی ورق با شکل دلخواه بررسی گردید و مشخص شد که با افزایش این پارامتر میزان جابجایی کاهش می‌یابد. مدل وی در تحلیل ارتعاش آزاد میکروورق‌ها بدون بستر ارتجاعی [۲۲و۲۳] و همراه با آن [۲۴] نیز به‌کار رفت. در ادامه‌ی تحقیقات به‌منظور لحاظ نمودن اثر تغییرشکل‌های برشی در اندازه‌ی کوچک تئوری‌های برشی مرتبه‌اول [۲۵] و سوم [۲۶] بر اساس MCST توسعه داده شدند. ژانگ و همکارانش[۲۷] با بهره‌گیری از تئوری تعمیم‌یافته‌ی میندلین و روش اجزای محدود، مباحث مختلف ورق را بررسی نمود. نتیجه‌ی مشترک مطالعات انجام شده، اثر مثبت کاهش اندازه در مقاومت وسختی مواد بود.

در تحقیقات مذکور میکروتیر و میکروورق دارای خواص همگن بودند، ولی با توجه به کاربرد نوع FGM آن‌ها در ساختارهای کوچک[۲۸-۳۲] تحلیل رفتارمیکروتیر ومیکرو ورق با خواص ناهمسان در ضخامت ضرورت پیدا کرد. ردی[۳۳]، اصغری[۳۴] وچِن[۳۵] از جمله افرادی بودند که تئوری‌های مختلف تیرFGM را به منظور وارد نمودن تاثیر اندازه تعمیم دادند. تای و همکارش[۳۶] روابط میکروورقFGM را در ورق نازک و نیمه‌ضخیم با تئوری‌MCS توسعه دادند. دراین تحقیق از تئوری برشی مرتبه اول در بررسی ورق نیمه‌ضخیم استفاده شده بود. آن‌ها مقدارجابجایی، باربحرانی کمانش و فرکانس ورق مفصلی را تحت اثر تغییرات مقیاس با حل دقیق ناویر ارائه کردند. بسط تئوری برشی مرتبه‌سوم ورق FGM[۳۷] و تحلیل میکروورق‌های حلقوی[۳۸] و آنالیز غیرخطی تیر[۳۹و۴۰] از دیگر مطالعه‌های انجام شده هستند. علاوه بر به‌کارگیری تئوری MCS در بررسی تیر و ورق، از آن دربررسی میکروسکوپ اتمی و نانولوله‌های کربنی نیز استفاده شده است[۴۱-۴۳].

در تئوری اصلاح‌شده‌ی گرادیان کرنش سه پارامتر مقیاس طول برای درنظرگرفتن تاثیر اندازه وجود دارد. این تئوری با ارائه‌ی نتایج مناسب در سال‌های اخیر مورد توجه قرارگرفته است. کانگ وهمکارنش [۴۴]تئوری تیر تیموشنکو و ونگ وهمکارانش[۴۵] تیر اویلر-برنولی را بر پایه‌ی MSGT برای درنظرگرفتن تغییرات اندازه توسعه دادند. در این مقاله‌ها تاثیر نسبت ضخامت تیر به پارامترکاهش مقیاس مطالعه شد. رفتار غیرخطی تیر اویلر-برنولی [۴۶] براساس این تئوری نیز موردتحلیل قرارگرفت. انصاری وهمکارانش[۴۷] با فرض تغییرشکل‌های بزرگ، مدل تیر ساخته شده از موادFGM را ارائه کردند. رفتارارتعاشی غیرخطی تیرتیموشنکو [۴۸] نیزتوسط همین افرادگسترش یافت. در سال ۲۰۱۱ مدل تئوری ورق کیرشهف بر پایه‌یMSGT بسط داده شد [۴۹]. دو سال بعد، عاشوری

وهمکارش [۵۰] در پژوهشی مشابه برای ورق نازک، به نادرست بودن نتایج پیشین در بررسی استاتیکی ورق نازک، اشاره کردند.

همان‌طورکه مشاهده شد، پژوهش‌های اندکی در تحلیل رفتارمیکرووورق بر اساس تئوری‌های اصلاح‌شده‌ی جفت‌تنش وگرادیان‌کرنش انجام گرفته است، در حالی‌که از آن‌ها به صورت گسترده در ساختارهای کوچک استفاده می‌شود. بنابراین به منظور تکمیل مطالعه‌های انجام شده، در پایان‌نامه‌ی حاضر با روش نوارمحدود به تحلیل کمانش مکانیکی، حرارتی وارتعاش آزاد میکروورق FGM بر پایه‌ی تئوری‌های مذکور پرداخته خواهدشد و تاثیر شرایط مرزی، توان مدول حجمی و مقادیر مختلف پارامتر کاهش اندازه مورد بررسی قرارمی‌گیرد. اندرکنش نیروها نیز مطالعه می‌گردد. بسیاری از نتایج برای اولین‌بار ارائه می‌شوند.

۱-۷ هدف وتشریح مسئله

ایجاد توانمندی‌های متنوع درعلوم مختلف با بهره‌گیری از ساختارهای غیرماکروسکوپیک سبب علاقه‌مندی محققین به توسعه‌ی آن‌ها شده است. تیر، ورق و پوسته در مقیاس میکرو و نانو یکی از اجزای اصلی این ساختارها می‌باشند. آزمایش‌ها نشان داد، که کاهش اندازه در مواد خواص آن‌ها را تغییر می‌دهد. دشواری وپیچیدگی‌های استفاده از روش‌های آزمایشگاهی و تئوری‌های اتمی در بررسی رفتار مواد، باعث توجه به تئوری‌های محیط‌پیوسته شد. مدل‌سازی جسم به صورت پیوسته و لحاظ نکردن فاصله‌ی بین مولکول‌ها و اتم‌ها، مشکل اصلی این تئوری بود که با ارائه‌ی نظریه‌های وابسته به مقیاس برطرف گردید. تئوری‌های مرتبه بالاتر جابجایی به‌عنوان یکی از این نظریه-ها،که می‌توان آن‌ها را در دو دسته‌ی کلی جفت‌تنش و گرادیان‌کرنش دسته‌بندی نمود، به‌خوبی اثر کاهش اندازه را در محاسبات وارد کردند.

مسئله‌ی کمانش مکانیکی، حرارتی و ارتعاش آزاد در ورق FGM از مباحث مهم در طراحی‌آن‌ها می‌باشند. کمانش مکانیکی از دیرباز مقوله‌ای مهم و تاثیرگذار در ورق‌ها بوده است. ورق در ابتدای بارگذاری فشاری وبرشی در حالت تعادل پایدار می‌باشد ولی با افزایش نیروها به‌تدریج تغییرشکل‌های داخل‌صفحه در آن ایجاد می‌شود و در نهایت زمانی که بار وارده از حد معینی فراتر رود، با وقوع تغییرشکل‌های خارج‌صفحه، ناپایدار می‌گردد. این پدیده، کمانش و باری که باعث وقوع آن است، باربحرانی کمانش نامیده می‌شود. برای دست‌یابی به طراحی بهینه وکارآمد میکروورق‌ها چگونگی تغییر بارکمانش در اثر کاهش اندازه امری ضروری به نظرمی‌رسد. اگر در ورق تغییرات دما وجود داشته باشد، مسئله‌ی پایداری حرارتی مطرح است. پیش از کمانش، با افزایش دما به علت مقیدبودن لبه‌های ورق، تنش‌های درون‌صفحه به تدریج افزایش خواهندیافت. در این مرحله فرض می‌شود که ورق مسطح باقی می‌ماند که البته این فرض تطابق مناسبی با مطالعه‌های تجربی دارد. هنگامی‌که تنش‌های توسعه یافته به مقداربحرانی می‌رسند،