به نام خدایی که در این نزدیکی است

دانشکده مهندسی

گروه برق

مدلسازی کلاسی از سیستمهای غیرخطی نامعین پارامتری بصورت قطعه ای آفین نامعین

ارائه شده جهت اخذ درجه‌ی دکتری در رشته مهندسی برق – گرایش کنترل

اساتید راهنما:

جناب آقای دکتر ناصر پریز

جناب آقای دکتر علی کریم پور

تهیه کننده:

نجمه اقبال

زمستان 1391

تقدیم به پدرم و مادرم،

که هرچه دارم، به برکت وجودشان است.

تقدیر و سپاس

این صفحه فرصت بسیار کوچکی است برای قدردانی از عزیزانی که در دوره تحصیل در دانشگاه فردوسی مشهد، از حمایت بی‌دریغشان بهره‌مند بوده‌ام. با این حال، در این مجال کوتاه می‌خواهم از دکتر ناصر پریز یاد کنم، استادی که برای همیشه مدیون راهنمایی‌ها، تشویق‌ها و حمایت‌هایش خواهم ماند. همچنین، از دکتر علی کریم‌پور تشکر می‌کنم که در دوره دکتری مسئولیت راهنمایی و هدایت من را به عهده گرفتند.

قدردان اساتید برجسته، آقایان دکتر علی خاکی صدیق، دکتر محمدرضا جاهد مطلق، دکتر رجب اصغریان یزدی و دکتر علی وحیدیان کامیاد، که زحمت مطالعه و داوری پایان‌نامه من را متقبل شدند نیز می‌باشم.

همراهی و همفکری دانشجویان دکتری آزمایشگاه کنترل دیجیتال و غیرخطی موهبتی بود که از آن سود بسیار بردم. از تک‌تک این عزیزان سپاسگزارم.

همچنین از خانم لیلا دهقانی متشکرم که مهربانانه من را در برگزاری جلسه دفاع یاری کردند.

و در آخر از خانواده‌ام تشکر می‌کنم، از پدر و مادرم که در این مسیر بزرگ‌ترین مشوقم بودند و از خواهران و برادرانم بخاطر حضور امیدبخششان، بخصوص از فریده و بهزاد که با حضور پررنگشان سختی‌های راه را برایم کم‌رنگ کردند.

* فرم ارزشیابی پایان نامه دکترا *

دفتر مدیریت تحصیلات تکمیلی

۱-

نام و نام خانوادگی دانشجو: [illegible] رشته و گرایش تحصیلی: برق - کنترل تاریخ شروع به تحصیل:

نام دانشکده: فردوسی گروه آموزشی: برق استاد راهنما: دکتر پرویز - دکتر ناصر پور

۲ - مشخصات مقاله چاپ شده یا پذیرفته شده برای چاپ (حداقل یک مقاله مستخرج از پایان نامه جهت چاپ در مجلات علمی - پژوهشی معتبر)

عنوان مقاله: دومقاله D ZUSC

نام مجله: D Mathematical Analysis and Applications محل انتشار: سال انتشار: ۲۰۱۲ ۲۰۱۴

۳ -

عنوان پایان نامه: مدل سازی کلاسی از سیستمهای غیرخطی نامعین پارامتری بصورت قطعه ای آفین نامعین

۴ -

معیارهای ارزشیابی		حداکثر نمره	نمره کسب شده	ملاحظات
کیفیت نگارش	انسجام در تنظیم و تدوین مطالب، حسن نگارش و رعایت دستورالعمل	۳		
	کیفیت تصاویر، اشکال و منحنی‌های استفاده شده			
کیفیت علمی	بررسی تاریخچه موضوع و بیان سابقه پژوهش در موضوع	۱۱		
	ابتکار و نوآوری			
	ارزش علمی و یا کاربردی			
	استفاده از منابع و مؤاخذ به لحاظ کمی و کیفی (به روز بودن)			
	کیفیت نظرات و پیشنهادات برای ادامه تحصیل			
کیفیت ارائه	تسلط موضوع و توانایی در پاسخگویی به سئوالات در جلسه دفاع نحوه ارائه (رعایت زمان - تفهیم موضوع، کیفیت ترانس پرنسی و...)	۳		
مقاله	کیفیت مقاله چاپ شده فوق الذکر	۲		
اتمام به موقع	اتمام به موقع دوره و تحویل گزارش ها	۱		
	نمره پایان نامه	۲۰	۱۹/۷۵	

۵ - اعضاء هیأت داوران جلسه دفاع (و نیز نماینده شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه)

ردیف	نام و نام خانوادگی	مرتبه علمی	سمت	نام دانشگاه محل خدمت	امضاء
۱	ناصر پرویز	دانشیار	راهنما	فردوسی مشهد	
۲	علی کرم پور	دانشیار	راهنما	"	
۳	رحیم اصغریان	استاد	داخل	"	
۴	علی خاکی صدیق	استاد	داخل	صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی	
۵	محمد جعفر مظلق	دانشیار	ناظر	علم و صنعت	
۶	حسین ادهمی زاده	استادیار	نماینده ی تحصیلات تکمیلی	فردوسی مشهد	
۷	شعله رحیمیان گلمادر	استاد	خارجی	فردوسی مشهد	

- سمت در پایان نامه منظور استاد راهنما، استاد مشاور، عضو دفاع داخلی، عضو دفاع خارجی (مدعو)، نماینده تحصیلات تکمیلی می باشد.
- لطفاً جهت تکمیل بقیه فرم، مصوبات شورای تحصیلات تکمیلی دانشگاه، ارائه شده در پشت برگ، رعایت شود.

جلسه دفاع در تاریخ ۹۱/۱۱/۶ با حضور هیئت داوران تشکیل و پایان نامه:

☒ مورد قبول واقع شد و با اخذ نمره حرف لیست و هفت و پنج صدم / عدد ۱۹/۷۵ بادرجه عالی ارزشیابی شد

☐ مردود شناخته شد.

نام و نام خانوادگی استاد راهنما
امضاء

نام و نام خانوادگی مدیر گروه
امضاء

بسمه تعالی .

مشخصات رساله/پایان نامه تحصیلی دانشجویان .

دانشگاه فردوسی مشهد

عنوان رساله/پایان نامه: مدلسازی کلاسی از سیستمهای غیرخطی نامعین پارامتری بصورت قطعه ای آفین نامعین

نام نویسنده: نجمه اقبال

نام استاد(ان) راهنما: دکتر ناصر پریز و دکتر علی کریم‌پور

دانشکده : مهندسی	گروه: برق	رشته تحصیلی: برق- گرایش کنترل
تاریخ تصویب: ۱۳۸۷/۱۰/۷		تاریخ دفاع: ۱۳۹۱/۱۱/۶
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد ○ دکتری ●		تعداد صفحات: ۱۱۰

چکیده رساله/پایان نامه : سیستم‌های هایبرید، سیستم‌هایی دینامیکی هستند که رفتار آنها بر اساس تعامل بین متغیرهای پیوسته و دینامیک‌های رخداد گسسته تعیین می‌شود. از نقطه نظر تئوری نشان داده شده است که قدرت سیستم‌های هایبرید در مدلسازی سیستم‌های واقعی، بیشتر از معادلات دیفرانسیل معمولی است که اغلب برای توصیف دینامیک‌های متغیر پیوسته بکار می رود. کلاس سیستم‌های قطعه‌ای آفین، کلاس خاصی از سیستم‌های هایبرید است که هم‌ارزی آن با چند کلاس دیگر از سیستم‌های هایبرید نشان داده شده است. سیستم‌های قطعه‌ای آفین قالب مناسبی را برای مدلسازی سیستم‌های دینامیکی پیچیده و غیرخطی در اختیار می‌گذارد. بعلاوه بسیاری از سیستم‌های موجود، شامل غیرخطی‌هایی هستند که بطور طبیعی در قالب قطعه‌ای آفین مدل می‌شوند. لذا این کلاس ابزاری قدرتمند برای تقریب سیستم‌های غیرخطی است. از طرف دیگر تحلیل پایداری و عملکرد سیستم قطعه‌ای آفین را می‌توان در قالب مسائل محدب که بطور مؤثری توسط روش‌های عددی قابل حل هستند، فرمول‌بندی کرد که این مزیت از نقطه نظر تئوری و کاربرد، اهمیت این کلاس را دو چندان می‌کند. در سال‌های اخیر روش-های گوناگونی برای مدلسازی یک سیستم غیرخطی در قالب یک مدل قطعه‌ای آفین ارائه شده است که تحت شرایط تعریف شده، نتایج حاصل از تحلیل و طراحی مدل تقریبی، برای سیستم اصلی نیز معتبر می‌باشد. اما تا کنون مطالعات اندک و پراکنده‌ای در رابطه با مدلسازی سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر در قالب سیستم‌های هایبرید انجام شده است. هدف این رساله، ارائه روشی سیستماتیک برای مدلسازی کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی نامعین پارامتری در قالب کلاس سیستم‌های قطعه‌ای آفین نامعین وابسته به پارامتر است. نشان داده می‌شود که برای کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر، رفتار سیستم قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر می‌تواند به اندازه دلخواه به رفتار سیستم اصلی نزدیک شود. سپس شرایط کافی برای پایداری این سیستم تقریبی مورد بحث قرار می‌گیرد و در نهایت، پایداری سیستم اصلی بر اساس پایداری سیستم تقریبی تحلیل می‌گردد.

کلید واژه:

۱. سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر

۲. مدلسازی

۳. سیستم‌های قطعه‌ای آفین

۴. پایداری

امضای استاد راهنما:

تاریخ:

اظهارنامه

اینجانب **نجمه اقبال** دانشجوی دوره **دکتری** رشته **برق-گرایش کنترل** دانشکده **مهندسی** دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده رساله/پایان نامه **مدلسازی کلاسی از سیستمهای غیرخطی نامعین پارامتری بصورت قطعه ای آفین نامعین** تحت راهنمایی **جناب آقای دکتر ناصر پریز و جناب آقای دکتر علی کریم‌پور** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این رساله/پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در رساله/پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه فردوسی مشهد » و یا « Ferdowsi University of Mashhad » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی رساله/پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از رساله/ پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این رساله/پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این رساله/پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ

امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله/پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

چکیده:

سیستم‌های هایبرید، سیستم‌هایی دینامیکی هستند که رفتار آنها بر اساس تعامل بین متغیرهای پیوسته و دینامیک‌های رخداد گسسته تعیین می‌شود. از نقطه نظر تئوری نشان داده شده است که قدرت سیستم‌های هایبرید در مدلسازی سیستم‌های واقعی، بیشتر از معادلات دیفرانسیل معمولی است که اغلب برای توصیف دینامیک‌های متغیر پیوسته بکار می رود. کلاس سیستم‌های قطعه‌ای آفین، کلاس خاصی از سیستم‌های هایبرید است که هم‌ارزی آن با چند کلاس دیگر از سیستم‌های هایبرید نشان داده شده است. سیستم‌های قطعه‌ای آفین قالب مناسبی را برای مدلسازی سیستم‌های دینامیکی پیچیده و غیرخطی در اختیار می‌گذارد. بعلاوه بسیاری از سیستم‌های موجود، شامل غیرخطی‌هایی هستند که بطور طبیعی در قالب قطعه‌ای آفین مدل می‌شوند. لذا این کلاس ابزاری قدرتمند برای تقریب سیستم‌های غیرخطی است. از طرف دیگر تحلیل پایداری و عملکرد سیستم قطعه‌ای آفین را می‌توان در قالب مسائل محدب که بطور مؤثری توسط روش‌های عددی قابل حل هستند، فرمول‌بندی کرد که این مزیت از نقطه نظر تئوری و کاربرد، اهمیت این کلاس را دو چندان می‌کند. در سال‌های اخیر روش‌های گوناگونی برای مدلسازی یک سیستم غیرخطی در قالب یک مدل قطعه‌ای آفین ارائه شده است که تحت شرایط تعریف شده، نتایج حاصل از تحلیل و طراحی مدل تقریبی، برای سیستم اصلی نیز معتبر می‌باشد. اما تا کنون مطالعات اندک و پراکنده‌ای در رابطه با مدلسازی سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر در قالب سیستم‌های هایبرید انجام شده است. هدف این رساله، ارائه روشی سیستماتیک برای مدلسازی کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی نامعین پارامتری در قالب کلاس سیستم‌های قطعه‌ای آفین نامعین وابسته به پارامتر است. نشان داده می‌شود که برای کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر، رفتار سیستم قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر می‌تواند به اندازه دلخواه به رفتار سیستم اصلی نزدیک شود. سپس شرایط کافی برای پایداری این سیستم تقریبی مورد بحث قرار می‌گیرد و در نهایت، پایداری سیستم اصلی بر اساس پایداری سیستم تقریبی تحلیل می‌گردد.

فهرست

خلاصه

1 مقدمه 1

1.1 انگیزه تحقیق 2

2.1 پیشینه تحقیق 3

1.2.1 مدلسازی در قالب سیستم‌های قطعه‌ای آفین 3

2.2.1 آنالیز سیستم‌های قطعه‌ای آفین 6

3.2.1 آنالیز سیستم‌های قطعه‌ای آفین دارای عدم قطعیت پارامتر 8

3.1 ساختار رساله 8

4.1 مقالات 10

2 **مدلسازی قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر** 11

1.2 مقدمه 12

2.2 تعاریف اولیه 14

3.2 فرمول‌بندی مساله 16

4.2 سادک حاصلضربی 17

5.2 روش مدلسازی قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر 18

6.2 خطای مدلسازی 24

7.2 شبیه‌سازی 26

8.2 نتیجه‌گیری 31

3 **پایداری سیستم‌های قطعه‌ای هموار** 32

1.3 مقدمه 33

2.3 سیستم‌های قطعه‌ای هموار 35

3.3 مد لغزشی 36

4.3 تابع لیاپانوف مشترک 38

5.3 تابع لیاپانوف چندگانه 38

1.5.3 سیستم قطعه‌ای هموار پیوسته دوبعدی 40
2.5.3 کاهش توابع لیاپانوف ناپیوسته در لحظات کلیدزنی 41
3.5.3 آنالیز پایداری 46
6.3 نتیجه‌گیری 48

4 **پایداری سیستم‌های قطعه‌ای آفین** 49
1.4 مقدمه 50
2.4 سیستم‌های قطعه‌ای آفین 53
3.4 تابع لیاپانوف مشترک مجذوری 54
4.4 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری 55
5.4 سیستم‌های قطعه‌ای آفین نامعین 61
6.4 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری وابسته به پارامتر 63
7.4 شبیه سازی 70
8.4 نتیجه‌گیری 76

5 **آنالیز پایداری سیستم‌های قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر** 78

1.5 مقدمه 79

2.5 توصیف چندوجهی سیستم قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر 80

3.5 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری پیوسته 81

4.5 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری تعمیم یافته پیوسته 83

5.5 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری تعمیم یافته وابسته به پارامتر 85

6.5 پایداری سیستم غیرخطی وابسته به پارامتر 90

7.5 شبیه‌سازی 93

8.5 نتیجه‌گیری 95

6 **نتیجه‌گیری** 96

1.6 مروری بر نتایج 97

2.6 پیشنهادات 98

مراجع 99

لیست جداول

1.2 Φ_M و Ψ_M برای مدلسازی بر اساس سادَک حاصلضربی 27

2.2 Φ_Mو Ψ_M برای مدلسازی بر اساس سادَک ساده 27

3.2 نتایج حاصل از بهینه‌سازی برای مقادیر مختلف d 30

1.4 سیستم‌های پایدار شناسایی شده با توابع لیاپانوف مختلف 73

2.4 کمترین و بیشترین مقدار پارامتر با روشهای مختلف 74

1.5 بازه تغییرات پارامتر بدست آمده برای سیستم تقریبی متناظر با سیستم (40.2) 94
که به ازای آن پایداری سیستم تقریبی با تابع لیاپانوف ذکر شده اثبات می‌گردد

لیست شکل‌ها

1.2 مسیرهای حالت سیستم رابطه (40.2) و سیستم‌های تقریبی متناظر با آن بر اساس افرازهای A_1, A_2 و A_3 28

2.2 مسیرهای حالت سیستم رابطه (40.2) و سیستم‌های تقریبی متناظر با آن بر اساس افرازهای B_1, B_2 و B_3 . . . 29

3.2 مسیرهای حالت نوسان‌گر کولپیتس 30

1.3 مد لغزشی جاذب 37

2.3 مد لغزشی دافع 37

3.3 مرز خطی $\overline{X}_i$ **I** $\overline{X}_j$ و ابر صفحه متناظر با آن 41

4.3 رفتار مسیر حالت روی مرز خطی 42

5.3 رفتار مسیر حالت در نقطه مرزی 44

6.3 زاویه بین میدان برداری و بردار نرمال مرز 45

1.4 افراز چندوجهی فضای حالت 71

2.4 پرتره فاز و منحنی‌های تراز تابع لیاپانوف سیستم (83.4) . . . . . 72.

3.4 تابع ناحیه مرده . . . . . 74.

4.4 مسیرهای حالت سیستم (87.4) برای $q=1$ . . . . . 75.

5.4 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری برای $q=1$ 75

6.4 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری وابسته به پارامتر پیوسته برای $q=1$ . . . . . 76.

7.4 تابع لیاپانوف قطعه‌ای مجذوری وابسته به پارامتر ناپیوسته برای $q=1$ 76

1.5 محافظه‌کاری روش‌های مختلف آنالیز سیستم قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر 92

2.5 دیاگرام انشعاب سیستم (40.2) برگرفته شده از [42] 93

فصل 1

مقدمه

1.1 انگیزه تحقیق

2.1 پیشینه تحقیق

3.1 ساختار رساله

4.1 مقالات

1.1 انگیزه تحقیق

آنالیز و کنترل سیستم‌های غیرخطی از پیچیده‌ترین و البته جذاب‌ترین مباحث حوزه کنترل سیستم‌ها است. از آنجاییکه سیستم‌های غیرخطی بر خلاف سیستم‌های خطی، ساختار جامعی ندارند، ارائه روشی یکپارچه برای آنالیز و کنترل این کلاس از سیستم‌ها کاربردی نمی‌باشد. بنابراین غالب نتایج بدست آمده تنها برای کلاس خاصی از سیستم‌های غیرخطی ارائه شده است. یک روش غیرمستقیم برای برخورد یکپارچه با سیستم‌های غیرخطی، مدلسازی این کلاس از سیستم‌ها در قالبی واحد و سپس جایگزینی این مدل تقریبی به جای مدل اصلی ،که همان مدل غیرخطی سیستم است، می‌باشد. در این روش، نکته حائز اهمیت، توانایی مدل تقریبی در حفظ خصوصیات مدل اصلی است، زیرا آنالیز و کنترل سیستم تقریبی در صورتی معتبر است که به نتایج صحیحی در رابطه با آنالیز و کنترل مدل اصلی سیستم برسد. در این راستا، سیستم‌های هایبرید به عنوان ساختاری بسیار توانا در مدلسازی انواع سیستم‌ها شناخته شده‌اند [5-1]. یکی از زیرکلاس‌های سیستم‌های هایبرید، به نام سیستم‌های قطعه‌ای آفین[1] (PWA)، قالبی رایج برای مدلسازی سیستم‌های غیرخطی می‌باشد [9-6]. در دو دهه اخیر، آنالیز و کنترل سیستم‌های قطعه‌ای آفین، به دلیل شباهت ساختاری بالایی که با سیستم‌های خطی دارند، گسترش بسیاری یافته است و این گسترش هم در تئوری [22-10] و هم در ابزار حل مسائل محدب [25-23] بوده است. از طرف دیگر، اخیراً، آنالیز و کنترل سیستم‌های هایبرید و قطعه‌ای آفین دارای عدم قطعیت پارامتر، توجه بسیاری از محققین را به خود معطوف کرده است [32-26]. با توجه به روش یکپارچه توصیف شده برای آنالیز و کنترل سیستم‌های غیرخطی، و وجود روش‌ها و ابزار گوناگون برای آنالیز و کنترل سیستم‌های قطعه‌ای آفین دارای عدم قطعیت پارامتر، در اینجا این ایده مطرح می‌گردد که با مدلسازی سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر[2] (PD-NL) در قالب قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر[3] (PD-PWA) می‌توان روشی یکپارچه را برای آنالیز و کنترل سیستم‌های غیرخطی نامعین پارامتریک ارائه نمود. آنچه در این رساله آورده شده است حول

[1] Piecewise Affine
[2] Parameter Dependent Nonlinear
[3] Parameter Dependent Piecewise Affine

این ایده مرکزی ساخته و پرداخته شده است، و آن مدلسازی سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر در قالب قطعه‌ای آفین وابسته به پارامتر جهت آنالیز یکپارچه سیستم‌های غیرخطی وابسته به پارامتر می‌باشد.

2.1 پیشینه تحقیق

1.2.1 مدلسازی در قالب سیستم‌های قطعه‌ای آفین

یکی از روش‌های رایج آنالیز سیستم‌های غیرخطی، خطی سازی سیستم حول نقطه کار و آنالیز سیستم خطی حاصل به جای سیستم اصلی است [33]. این تقریب در صورتی معتبر است که ناحیه تغییرات حالات سیستم در همسایگی کوچکی حول نقطه کار باشد. چنانچه ناحیه کار سیستم وسیع باشد، این نوع مدلسازی اعتبار ندارد. در اینجا نیاز به مدلی داریم که در کل ناحیه کاری سیستم معتبر باشد. در این شرایط، توابع قطعه‌ای آفین به عنوان ابزار بسیار قدرتمندی جهت مدلسازی و آنالیز سیستم‌های غیرخطی مطرح می‌گردد. در تقریب خطی حول نقطه کار، پیچیدگی مدل تقریبی و همچنین دقت مدل پایین است، بر خلاف آن، در سیستم غیرخطی، پیچیدگی و دقت مدل بالا است. مدل تقریبی قطعه‌ای آفین، مصالحه‌ای بین دقت و پیچیدگی مدل است. در مدلسازی قطعه‌ای آفین، ناحیه کاری سیستم به مجموعه‌ای از سلول‌ها تقسیم می‌شود و در هر سلول، سیستم غیرخطی با یک تابع آفین تقریب زده می‌شود.

سیستم‌های قطعه‌ای خطی[4] (PWL) اولین بار در [34] معرفی شدند. سپس این سیستم‌ها به شدت مورد توجه محققین حوزه مدارها و سیستم‌ها قرار گرفت و مقالات بسیاری در رابطه با توسعه تئوری سیستم‌های قطعه‌ای خطی برای شبکه‌های غیرخطی ارائه شد [37-35]. این اقبال به دلیل ساختار مداری ساده‌ای است که سیستم‌های قطعه‌ای خطی در توصیف معادلات یک سیستم غیرخطی فراهم می‌کنند.

[4] Piecewise Linear

تفاوت روش‌های مختلف تقریب قطعه‌ای آفین در سه مورد می‌باشد:

1- افراز فضا

2- تقریب آفین تابع در هر سلول

3- توصیف مدل قطعه‌ای آفین

- افراز فضا

دو روش عمده برای افراز ناحیه کاری سیستم وجود دارد که شامل شبکه‌بندی منظم[5] و شبکه‌بندی نامنظم[6] می‌باشد. در شبکه‌بندی منظم، تمام فضا به شکل یک‌دست به سلول‌های مشابه تقسیم می‌گردد، اما در شبکه‌بندی نامنظم، ابعاد سلول‌ها متفاوت از یکدیگر است. غالبا در خطای مدلسازی یکسان، شبکه‌بندی نامنظم به تعداد سلول کمتری برای توصیف سیستم غیرخطی منجر می‌شود.

- تقریب آفین تابع در هر سلول

تقریب تابع در هر سلول می‌تواند به گونه‌ای باشد که تابع قطعه‌ای آفین بر روی مرزهای سلول‌ها پیوسته یا ناپیوسته باشد. از نقطه‌نظر آنالیز، مدلسازی قطعه‌ای آفین بصورت ناپیوسته، مدلسازی مطلوبی نمی‌باشد.

[5] Uniform grid
[6] Non-uniform grid

- توصیف سیستم قطعه‌ای آفین

دو روش برای توصیف سیستم قطعه‌ای آفین پیوسته وجود دارد: روش مرسوم[7] و روش کانونی[8]. در روش مرسوم، در هر سلول، معادلات آفین سیستم بطور مستقل بیان می‌گردد، اما در روش کانونی، با استفاده از شرط پیوستگی تابع قطعه‌ای آفین بر روی مرزها، از حداقل تعداد پارامتر لازم برای توصیف سیستم استفاده می‌شود. در روش کانونی، معادلات آفین سلول‌ها به یکدیگر وابسته است. توصیف سیستم در روش مرسوم نسبت به روش کانونی به تعداد پارامتر بیشتری نیاز دارد، بنابراین توصیف مرسوم مدل، حافظه بیشتری برای ذخیره اطلاعات اشغال می‌کند و زمان بیشتری نیز برای محاسبه لازم دارد.

در همه روش‌های ارائه شده جهت توصیف کانونی، فضا بصورت منظم شبکه‌بندی می‌شود و تقریب پیوسته است. ابتدا توصیف کانونی سیستم قطعه‌ای خطی در [38] و [39] برای سیستم‌های یک بعدی و سپس در [40] برای سیستم‌های با بعد دو ارائه شد. در [41] روشی برای توصیف کانونی سیستم قطعه‌ای خطی با بعد دلخواه مطرح گشت. مقالات [46-42] تعمیمی از روش ارائه شده در [41] می‌باشند. در روش ارائه شده در [47]، مدلسازی و توصیف کانونی سیستم قطعه‌ای آفین به کمک الگوریتم ژنتیک ارائه شده است که در آن افراز فضا با کمترین تعداد سلول صورت گرفته است. در برخی از روش‌های تقریب قطعه‌ای آفین با شبکه‌بندی نامنظم، مجموعه‌ای از نقاط در ناحیه کاری سیستم غیرخطی انتخاب می‌گردد، سپس سیستم غیرخطی حول آن نقاط خطی‌سازی می‌شود. بر همین اساس، برای مجموعه‌ای از نقاط مشخص، در [48] و [49]، روشی برای تقریب قطعه‌ای آفین ارائه شده است. روش ارائه شده در [48] تنها برای سیستم‌های با بعد یک و دو کاربرد دارد. در [49] تعیین توابع قطعه‌ای آفین به کمک شبکه عصبی انجام شده است و نسبت به روش ارائه شده در [48]، تعداد نقاط خطی‌سازی کاهش یافته است. در [50] تعیین نقاط خطی‌سازی بر اساس انحنای تابع غیرخطی انجام شده است. در این روش، تعداد سلول‌های توصیف‌کننده سیستم کاهش چشم‌گیری در مقایسه با روش‌های مبتنی بر شبکه‌بندی منظم دارد. از مشکلات

[7] Conventional
[8] Canonical