





دانشگاه لرستان  
دانشکده علوم پایه  
گروه فیزیک

عنوان:

بررسی انتشار امواج سالیتمونی در محیطهای دی الکتریک غیرخطی از نوع کر حالت  
مختلط

نگارش:

مهتاب طهماسیان چگنی

استاد راهنما:

دکتر سالار باهر  
(دانشیار)

استاد مشاور:

دکتر علی بهاری  
(استادیار)

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد  
در رشته فیزیک ماده چگال (گرایش نظری)

اسفند ماه 87

## چکیده پایان نامه

نام خانوادگی: طهماسیان چگنی	نام: مهتاب
عنوان پایان نامه: بررسی انتشار امواج سالتونی در محیطهای دی الکتریک غیرخطی از نوع کر حالت مختلط	
استاد راهنما: دکتر سالار باهر	رشته: فیزیک
درجه تحصیلی: دکترای تخصصی	گرایش: حالت جامد
استاد مشاور: دکتر علی بهاری	رشته: فیزیک
درجه تحصیلی: دکتری	گرایش: مولکولی - اتمی
محل تحصیل (دانشگاه): دانشگاه لرستان	دانشکده: علوم پایه
گروه آموزشی: فیزیک	
تاریخ فارغ التحصیلی: 87/12/12	تعداد صفحه: 105
<b>چکیده :</b>	
<p>در این تحقیق انتشار امواج الکترومغناطیسی با قطبش <math>s</math> (مد <math>TE</math>)، در امتداد فصل مشترک دو محیط مختلف خود-متمرکز غیر خطی نوع کر، مورد بررسی قرار می گیرد. برای توصیف انتشار این مدها در چنین محیطی از معادله غیر خطی شرودینگر استفاده می شود. جوابهای مربوط به دامنه موج الکتریکی منجر به شکل مانای معادله غیر خطی شرودینگر می شود. با در نظر گرفتن دامنه میدان مختلط، معادله غیرخطی شرودینگر به معادله ای تبدیل می شود که در این پایان نامه مورد نظر است. برای استفاده از تحلیل کیفی و تعبیر مکانیکی معادلات دیفرانسیلی، روش صفحه فاز به کار برده شده است. امواج الکترومغناطیس <math>TE</math> می توانند در فصل مشترک بین دو محیط نیمه بینهایت منتشر شوند. چنانچه یکی از دو محیط، خود - متمرکز غیر خطی (نوع کر) باشد، در این صورت پاسخهای معادله ای که بازای دامنه میدان مختلط از معادله شرودینگر بدست می آید با اعمال شرایطی خاص، منجر به مدهای ویژه ای می شوند که سالتونهای فضایی نامیده می شوند.</p>	

## چکیده پایان نامه

## فهرست مطالب

صفحه

عنوان

1 ..... مقدمه

### فصل اول : مفاهیم و روابط اساسی

1-1 میدانهای ماکروسکوپی و معادلات ماکسول . ..... 3

2-1 معادله موج الکترومغناطیس ..... 5

3-1 بردار پویین تینگ ..... 7

4-1 محیط های دی الکتریک ..... 7

5-1 نظریه اپتیک غیر خطی ..... 8

1-5-1 اثر کر ..... 11

2-5-1 اثر خود متمرکز ..... 15

### فصل دوم : انتشار امواج $TE$ و $TM$ در موجرها

1-2 موجر چیست؟ ..... 18

2-2 امواج  $TE$  و امواج  $TM$  ..... 19

3-2 امواج در ناحیه های مرزدار ..... 20

1-3-2 انعکاس و شکست در مرز دو محیط نارسانا ..... 20

2-3-2 فرود مایل ..... 22

4-2 موجرها ..... 26

1-4-2 انتشار بین دو صفحه رسانا ..... 26

2-4-2 موجرهای مستطیلی ..... 29

3-4-2 موجرهای دی الکتریک ..... 35

### فصل سوم : نظریه عمومی سالیتونها

1-3 مدل های غیر خطی ..... 40

41	2-3	معادلات خطی و غیرخطی
47	3-3	امواج سولیتاری
51	4-3	سالتونها
53	5-3	روش پراکندگی وارون
57	1-5-3	تحول زمانی داده های پراکندگی
62	6-3	پاسخهای تک سالتونی و دو سالتونی
67	7-3	سالتونهای اپتیکی
69	8-3	سالتونهای اپتیکی فضایی
70	9-3	معادله غیرخطی شرودینگر
72	1-9-3	سالتونهای فضایی روشن و تاریک

### فصل چهارم : انتشار مدهای الکترومغناطیسی با قطبیدگی $s$ در لایه های نازک دی الکتریک غیر خطی از نوع کر

75	1-4	معادله موج در یک محیط غیر خطی از نوع کر
77	1-1-4	حالت حقیقی
83	2-1-4	حالت مختلط

### فصل پنجم

90	نتیجه گیری
92	پیوست A
94	پیوست B
104	منابع

## فهرست شکل ها

صفحه

عنوان

### فصل اول

- 2-1 تغییرات پرتولیزی در درون محیط غیر خطی ..... 16

### فصل دوم

- 1-2 بردارهای موج و میدانهای وابسته به آنها برای قطبش  $s$  و  $p$  ..... 19 و 18
- 2-2 بازتاب و شکست در فرود عمود ..... 21
- 3-2 بازتاب و شکست در فرود مایل (قطبیدگی  $p$ ) ..... 23
- 4-2 بازتاب و شکست در فرود مایل (قطبیدگی  $s$ ) ..... 25
- 5-2 موجبر صفحه ای موازی بی نهایت ..... 26
- 6-2 موجبر مستطیلی ..... 29
- 7-2 موجبر مستطیلی ..... 34
- 8-2 یک موجبر دی الکتریک ..... 36

### فصل سوم

- 1-3 نمایش پاکت موج و پوش آن ..... 44
- 2-3 یک موج غیر خطی ..... 45
- 3-3 آزمایش راسل ..... 48
- 4-3 پارامترها برای توضیح موج سولیتاری ..... 49
- 5-3 توازن بین اثر غیر خطی و پاشندگی ..... 52
- 6-3 بر هم کنش دو سالتون ..... 52
- 7-3 روش پراکندگی وارون ..... 54
- 8-3 پاسخ دو سالتونی ..... 67



69 ..... 9-3 طرحی از مقایسه عدسی ها برای سالیتهای فضایی

73 ..... 10-3 نمودار شدت فاز برای سالیتهای تاریک

## فصل چهارم

75 ..... 1-4 تصویری از ساختار دی الکتریک

78 ..... 2-4 انرژی پتانسیل نوسانگر دافینگ

79 ..... 3-4 نمودار فاز معادله دافینگ

84 ..... 4-4 نمودار فاز معادله 36-4

85 ..... 5-4 نمودار انرژی پتانسیل معادله 37-4

86 ..... 6-4 نمودار انرژی پتانسیل 39-4

## فصل پنجم

98 ..... 1-5 طرحی از گرافهای  $F(f)$

98 ..... 2-5  $F(f)$  یک ریشه مضاعف داشته باشد

99 ..... 3-5  $F(f)$  یک ریشه سه گانه داشته باشد

بررسی انتشار امواج الکترومغناطیسی در ماده به ویژه در جامدات، یکی از مباحث مهم، جالب و چالش برانگیز نور به حساب می آید. از جمله پدیده های نوری متعدد و گوناگونی که به وسیله جامدات ظاهر می شوند: پاشندگی، جذب، شکست دو گانه، قطبش و پدیده های اپتیکی و مغناطونوری را می توان نام برد.

بسیاری از ویژگی های جامدات با به کار بردن نظریه کلاسیک الکترومغناطیس قابل درک هستند. در این فصل انتشار امواج الکترومغناطیسی در جامدات با استفاده از نظریه ماکروسکوپی ماکسول بررسی می شود.

## 1-1 میدان های ماکروسکوپی و معادلات ماکسول

حالت الکترومغناطیسی ماده در یک نقطه به کمک چهار کمیت زیر توصیف می شود: [1,2]

1- چگالی حجمی بار الکتریکی  $r$

2- چگالی حجمی دو قطبی های الکتریکی (قطبیدگی یا قطبش  $\dot{p}$ )<sup>1</sup>

3- چگالی حجمی دو قطبی های مغناطیسی (مغناطیدگی یا مغناطش  $\dot{M}$ )<sup>2</sup>

4- جریان الکتریکی بر واحد سطح (چگالی جریان  $\dot{J}$ )

همه این کمیت ها به عنوان میانگین ماکروسکوپی در نظر گرفته می شوند تا تغییرات کوچک مربوط به ساختمان اتمی ماده هموار شود. این کمیت ها توسط معادلات ماکسول به میانگین ماکروسکوپی میدانهای  $\dot{E}$   $\dot{H}$  بستگی پیدا می کند.

$$\nabla \times \dot{E} = -m_0 \frac{\partial \dot{H}}{\partial t} - m_0 \frac{\partial \dot{M}}{\partial t} \quad (1-1 \text{ الف})$$

<sup>1</sup> -Polarization

<sup>2</sup> - Magnetization

## فصل اول

$$\nabla \times \vec{H} = e_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{J}_{ext} \quad (1-1 \text{ ب})$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = -\frac{1}{e_0} \nabla \cdot \vec{P} + \frac{r_{ext}}{e_0} \quad (1-1 \text{ ج})$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = -\nabla \cdot \vec{M} \quad (1-1 \text{ د})$$

اگر کمیت  $\vec{D} = e_0 \vec{E} + \vec{P}$  را به عنوان بردار جابجایی الکتریکی معرفی کنیم و کمیت  $\vec{B} = m_0 (\vec{H} + \vec{M})$  را بردار میدان مغناطیسی در نظر بگیریم آنگاه معادلات ماکسول به صورت زیر نوشته می شوند:

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (2-1 \text{ الف})$$

$$\nabla \times \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{J}_{ext} \quad (2-1 \text{ ب})$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = r_{ext} \quad (2-1 \text{ ج})$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad (2-1 \text{ د})$$

از طرفی پاسخ الکترونیهای رسانش به میدان الکتریکی با معادله جریان (قانون اهم) به صورت زیر تعریف می شود:

$$\vec{J} = s \vec{E} \quad (3-1)$$

که در آن  $s$  رسانندگی الکتریکی است و در حالت کلی یک کمیت تانسوری می باشد. رابطه  $\vec{D} = e\vec{E}$ ، پاسخ گروهی بارهای مقید را به میدان الکتریکی توصیف می کند و رابطه مغناطیسی متناظر با آن عبارت است از

$$\vec{B} = m\vec{H} \quad (4-1)$$

که در آن  $m = m_0(1 + c_M)$  است و کمیت  $c_M$  به عنوان پذیرفتاری مغناطیسی<sup>1</sup> معرفی می شود.

<sup>1</sup> - Magnetic Susceptibility

روش دیگر برای نشان دادن پاسخ بارهای مقید چنین است:

$$\vec{P} = (e - e_0)\vec{E} = ce_0\vec{E} \quad (5-1)$$

در اینجا ضریب تناسب

$$c = \frac{e}{e_0} - 1 \quad (6-1)$$

را پذیرفتاری الکتریکی<sup>1</sup> می نامند. که در بررسی اپتیکی ماده مهمترین پارامتر است. برای محیط های همسانگرد<sup>2</sup> مانند شیشه،  $c$  یک کمیت نرده ای بوده و مقدار آن برای هر جهتی که میدان الکتریکی بکار برده شود یکی است. برای محیط های ناهمسانگرد مانند بسیاری از بلور ها، بزرگی قطبش با جهت میدان بکار بسته تغییر می کند در نتیجه  $c$  باید به صورت یک تانسور نوشته شود.

### 1-2 معادله موج الکترو مغناطیسی

معادلات ماکسول انتشار امواج الکترومغناطیسی را در محیط های مادی توصیف می کنند. این امواج در حالت کلی شکل پیچیده ای دارند ولی در حالت خاص نسبتاً ساده هستند. معادله موجی که از معادلات ماکسول بدست می آید یک معادله دیفرانسیل با مشتقات جزئی بر حسب میدان الکتریکی یا مغناطیسی است. بررسی انتشار میدان ها در محیط مادی نیاز به بیان ویژگی های الکتریکی و مغناطیسی محیط در قالب روابطی بین بردارهای  $\vec{D}, \vec{B}, \vec{H}, \vec{E}$  است. که به این روابط قبلاً اشاره شد. در یک محیط غیر خطی ضرایب  $s, m$  و  $e$  به میدان الکتریکی  $\vec{E}$  یا شدت مغناطیسی  $\vec{H}$  بستگی دارند. در صورتی که در محیط های خطی این پارامتر ها ثابت اند و تابعی از میدان  $\vec{E}, \vec{H}$  نمی باشند. اگر ماده همسانگرد باشد قطبش  $\vec{P}$  در جهت میدان الکتریکی مولد خواهد بود. بنابر این، اندازه این ضرایب در تمام جهات یکسان و یک اسکالر (تانسور مرتبه صفر) است. اما در محیط ناهمسانگرد این پارامتر معمولاً تانسور است. در یک محیط همگن و خطی این ضرایب مستقل از مختصات فضا و زمان هستند.

<sup>1</sup> - Electric Susceptibility

<sup>2</sup> - Isotropic

## فصل اول

در بررسی های اپتیکی مواد جامد تنها با محیط های غیر مغناطیسی ( $m = m_0$ ) که از لحاظ الکتریکی خنثی هستند سر و کار داریم. از این رو کمیت های  $r$   $M$  هر دو صفرند و معادلات ماکسول به صورت زیر ساده می شوند: [1]

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -m_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \quad (7-1 \text{ الف})$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = e_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{\partial \vec{P}}{\partial t} + \vec{J}_{ext} \quad (7-1 \text{ ب})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = -\frac{1}{e_0} \vec{\nabla} \cdot \vec{P} \quad (7-1 \text{ ج})$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{H} = 0 \quad (7-1 \text{ د})$$

معادله کلی موج مربوط به میدان  $\vec{E}$  می شود:

$$\vec{\nabla} \times (\vec{\nabla} \times \vec{E}) + \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -m_0 \frac{\partial^2 \vec{P}}{\partial t^2} - m_0 \frac{\partial \vec{J}}{\partial t} \quad (8-1)$$

دو جمله سمت راست معادله 8-1 جملات چشمه هستند. این دو جمله به ترتیب در اثر وجود بارهای قطبشی و بارهای رسانشی در محیط ناشی می شوند.

در فضای آزاد ( $\vec{J}_{ext} = 0$   $r_{ext} = 0$ ) معادلات موج عبارتند از:

$$\nabla^2 \vec{E} = em \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad (9-1 \text{ الف})$$

$$\nabla^2 \vec{H} = em \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} \quad (9-1 \text{ ب})$$

که در آن  $c = \frac{1}{\sqrt{e_0 m_0}}$  سرعت انتشار موج و  $n = \frac{c}{v} = \sqrt{\frac{e}{e_0}}$  ضریب شکست محیط است.

از معادلات 9-1،  $\vec{E}$   $\vec{H}$  را می توان برای هر نقطه از فضا محاسبه کرد. این معادلات برداری در واقع به معادله موج نرده ای تفکیک می شوند. سه مولفه میدان  $\vec{E}$   $\vec{H}$  را می توان از حل معادله موج بدست آورد.

### 3-1 بردار پوین تینگ<sup>1</sup>

یکی از مشخصه های موج الکترومغناطیس این است که می تواند انرژی را از نقطه ای به نقطه دیگر منتقل کند. آهنگ شارش انرژی دریکای سطح یک موج الکترومغناطیسی تخت با بردار پوین تینگ  $\vec{S}$  توصیف می شود: [2]

$$\vec{S} = \frac{1}{m_0} \vec{E} \times \vec{B} \quad \text{یا} \quad \vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (10-1)$$

در دستگاه SI بردار  $\vec{S}$  بر حسب وات بر متر مربع بیان می شود و در همان جهتی است که انرژی حرکت می کند جهت  $\vec{E} \times \vec{H}$  همان جهت انتشار موج است. مقدار متوسط بردار  $\vec{S}$  برای یک موج الکترومغناطیسی نوسانی به صورت زیر است:

$$\langle \vec{S} \rangle = \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle = 1/2 \text{Re} \{ \langle \vec{E} \times \vec{H} \rangle \} \quad (11-1)$$

### 4-1 محیط های دی الکتریک

ماده دی الکتریک ایده آل به ماده ای گفته می شود که بار آزاد نداشته باشد. محیط های دی الکتریک از مولکول و مولکول ها نیز به نوبه خود از ذرات باردار (هسته های اتمی و الکترون ها) تشکیل شده اند. مولکول های دی الکتریک تحت تأثیر میدانهای الکتریکی قرار می گیرند و موجب می شوند که نیرویی به هر دو ذره باردار وارد شود. ذرات با بار مثبت در جهت میدان و ذرات با بار منفی در خلاف جهت آن حرکت می کنند، به گونه ای که قسمت های مثبت و منفی هر مولکول از مواضع حالت تعادل خود خارج و در دو جهت مخالف جابجا می شوند. اما مقدار این جابجایی که در بیشتر موارد از کسر کوچکی از قطر مولکول تجاوز نمی کند به علت ایجاد نیرو های قوی بازگرداننده ای که در اثر تغییر پیکربندی مولکول ها بوجود می آیند، محدود است. از این رو، بارهای مولکولی نمی توانند خیلی دور بروند یا از جسم دی الکتریک جدا شوند. در مقیاس ماکروسکوپی می توان این طور تجسم کرد که تمامی بارهای منفی دی الکتریک نسبت به بار مثبت آن جابجا شده است، در این صورت گفته می شود که دی الکتریک قطبیده شده است. با وجودی که دی الکتریک قطبیده از لحاظ الکتریکی خنثی است اما

<sup>1</sup> - Pointing vector

در نقاط داخل و خارج دی الکتریک میدان الکتریکی ایجاد می کند در نتیجه با وضعیتی روبرو می شویم که به ظاهر ناهنجار است. [3]

## 1-5 نظریه اپتیک غیر خطی<sup>1</sup>

فناوری لیزر که طی چندین دهه توسعه یافته نشان داده است که تعمیم و کنترل تابش اپتیکی شدید نسبت به قبل به سطح بالاتری ارتقاء یافته و در مقایسه با منابع نوری معمولی گوناگون، دستگاه های لیزری می توانند پرتوهای نوری قوی ایجاد کنند. وقتی که صحبت از اپتیک خطی است فرض می شود که نوعی آشفتگی اپتیکی در محیط اپتیکی منتشر می شود که می توان آن را با معادله موج خطی توصیف کرد. به عنوان پیامدی از این فرض، دو موج هماهنگ در این محیط از اصل برهم نهش پیروی می کنند. یعنی شدت نور هر چه باشد این دو موج بدون واپیچش، ناشی از خود محیط یا از تداخل امواج، حرکت می کنند. تنها طول موج و سرعت باریکه نور در ماده شفاف برای توصیف آن لازم هستند.

اپتیک غیر خطی مطالعه اثرات اپتیکی گوناگون ناشی از برهم کنش نور با ماده را در بر می گیرد. دلایل تاریخی وجود دارد که چرا این شاخه جدید از فیزیک، اپتیک غیر خطی نامیده می شود تا قبل از 1960 طبق نظریه اپتیکی بسیاری از فرمولهای اساسی ریاضی یا فرمول های دیگر ویژگی خطی داشتند. نقطه شروع اپتیک خطی، رابطه بین بردارهای  $\dot{E}$ ،  $\dot{P}$ ،  $\dot{D}$  تبدیلات فوریه آنهاست که به صورت زیر نوشته می شوند [4, 5, 6, 7]

$$P_i(\vec{r}, t) = e_0 \int d^3 r' \int_{-t}^{\infty} dt' c_{ij}(\vec{r} - \vec{r}', t - t') E_j(\vec{r}', t') \quad (12-1)$$

$$D_i(\vec{r}, t) = e_0 \int d^3 r' \int_{-\infty}^t dt' e_{ij}(\vec{r} - \vec{r}', t - t') E_j(\vec{r}', t') \quad (13-1)$$

$$P_i(\vec{q}, w) = e_0 c_{ij}(\vec{q}, w) E_j(\vec{q}, w) \quad (14-1)$$

$$\dot{D}_i(\vec{q}, w) = e_0 e_{ij}(\vec{q}, w) E_j(\vec{q}, w) \quad (15-1)$$

که در آن  $c_{ij}(\vec{q}, w)$  پذیرفتاری خطی و  $e_{ij}(\vec{q}, w)$  تانسور دی الکتریک ماده است.

<sup>1</sup> -Nonlinear optics

## فصل اول

از سال 1960 که نخستین وسیله لیزری کشف شد، متوجه شدند که این فرضیات و نتایج ساده خطی برای شرایطی که یک پرتو لیزری شدید بر انواع محیط اپتیکی فرود می آید کافی نیست. با ایجاد نورشدیدتر و همدوس توسط لیزرها مشاهده می شود که خواص اپتیکی محیط مانند ضریب شکست آن، تابعی از شدت نور است. وقتی دو یا چند موج نور در این محیط تداخل می کنند اصل بر هم نهش دیگر برقرار نیست. این پدیده های غیر خطی مستلزم گسترش و تعمیم نظریه خطی اند به طوری که بتوان پاسخ غیرخطی مواد اپتیکی را به تابش الکترومغناطیسی در نظر گرفت. اپتیک غیر خطی در نهایت از ناتوانی دو قطبیهای محیط اپتیکی برای پاسخ خطی به میدان متناوب  $E$  ی وابسته به باریکه نور ناشی می شوند. هسته های اتمی و الکترونها درونی به ترتیب سنگین تر و مقید تر از آن هستند که به میدان متناوب  $E$  در بسامد نور (در حدود  $10^{15}$  تا  $10^{14}$  هرتز) پاسخ دهند. بنابراین الکترونها بیرونی اتمهای ماده عمدتاً باعث قطبش محیط اپتیکی توسط میدان  $E$  ی باریکه می شوند. وقتی نوسانهای این الکترونها در پاسخ به میدان کوچک باشند، قطبیدگی متناسب با  $\vec{E}$  است. اما وقتی میدان  $\vec{E}$  با شدت باریکه افزایش می یابد تناسب دقیق شروع به از بین رفتن می کند، درست همانطور که نوسانهای هماهنگ یک فنر ساده با افزایش دامنه نوسان دائماً ناهماهنگ تر می شوند. [5]

قطبیدگی خطی ناشی از میدان الکتریکی  $\vec{E}$  به صورت زیر نوشته می شود

$$\vec{P} = e_0 c \vec{E} \quad (16-1)$$

که در آن  $c$  پذیرفتاری خطی  $e_0$  گذردهی خلاء است.

وقتی انحراف از حالت خطی بودن کوچک باشد، می توان تغییر پذیرفتاری در محیط غیر خطی را با یک رشته توانی به صورت زیر نمایش داد

$$c = c^{(1)} + c^{(2)} \vec{E} + c^{(3)} \vec{E}^2 \quad (17-1)$$

در این بسط،  $c$  تانسور پذیرفتاری معمولی است. ضریب  $c^{(3)}$ ،  $c^{(2)}$  و... تانسورهای مراتب بالاترند. با جایگذاری در معادله 16-1 قطبیدگی به صورت زیر در می آید

$$\vec{P} = e_0 (c^{(1)} \vec{E} + c^{(2)} \vec{E}^2 + c^{(3)} \vec{E}^3) \quad (18-1)$$



اغلب بسط فوق به صورت حاصل جمع دو جمله زیر نوشته می شود

$$\vec{P} = \vec{P}^L + \vec{P}^{NL} \quad (19-1)$$

که در آن قطبیدگی خطی عبارت است از

$$\vec{P}^L = e_0 c^{(1)} \vec{E} \quad (20-1)$$

جمله باقی مانده غیر خطی است و به صورت زیر بیان می شود

$$\vec{P}^{NL} = e_0 c^{(2)} \vec{E}^2 + e_0 c^{(3)} \vec{E}^3 + \mathbf{K} \quad (21-1)$$

ضرایب پذیرفتاری خطی و غیرخطی خواص اپتیکی محیط را مشخص می کنند. رابطه بین  $\vec{E}$  و  $\vec{P}$  پاسخ محیط اپتیکی به میدان را کاملاً مشخص می کند. اولین جمله در معادله 1-18 یا  $\vec{P}^L$  نمایانگر اپتیک خطی است که در آن قطبیدگی محیط صرفاً متناسب با  $\vec{E}$  است. اگر میدان  $\vec{E}$  زیاد بزرگ نباشد ضرایب جمله های بالاتر به اندازه ای کوچک اند که نمی گذارند این جمله ها تأثیر قابل ملاحظه ای روی قطبیدگی داشته باشند. در صورتی که نور شدید همدوس موجود باشد این جمله های مرتبه بالاتر مهم می شوند. همدوسی زیاد نور لیزر باعث می شود که باریکه در لکه های کوچکی با اندازه ای از مرتبه یک طول موج متمرکز شود و در نتیجه میدان های  $\vec{E}$  با شدتی حدود  $(\frac{V}{M} \approx 10^{10})$  به وجود می آیند که از مرتبه میدان های هستند که الکترونها رادر محیط اپتیکی به هسته مقید می کنند.

مؤلفه فوریه  $n$  امین مرتبه قطبش به صورت زیر است: [6]

$$\vec{p}^{(n)}(w) = e_0 c^{(n)}(w_1, \mathbf{K}, w_n) \vec{E}(w_1) \mathbf{K} \vec{E}(w_n) \quad (22-1)$$

که در آن  $c^{(n)}(w_1, \mathbf{K}, w_n)$  نشان دهنده  $n$  امین مرتبه پذیرفتاری است. طبق معادله 1-22، مؤلفه فوریه قطبش خطی برای یک محیط عبارت است از

$$\vec{p}^{(1)}(w) = e_0 c^{(1)}(w) \vec{E}(w) \quad (23-1)$$

مؤلفه های فوریه دومین و سومین مرتبه قطبش غیر خطی به صورت زیر نوشته می شوند

$$\vec{P}^{(2)}(w = w_1 + w_2) = e_0 c^{(2)}(w_1, w_2) \vec{E}(w_1) \vec{E}(w_2) \quad (24-1)$$

$$\vec{P}^{(3)}(w = w_1 + w_2 + w_3) = e_0 c^{(3)}(w_1, w_2, w_3) \vec{E}(w_1) \vec{E}(w_2) \vec{E}(w_3) \quad (25-1)$$

صورت مؤلفه ای معادلات فوق می شود

$$\vec{P}_i^{(1)}(w) = e_0 \sum_j c_{ij}^{(1)}(w) \vec{E}_j(w) \quad (i, j, = x, y, z) \quad (26-1)$$

$$\vec{P}_i^{(2)}(w = w_1 + w_2) = e_0 \sum_{jk} c_{ijk}^{(2)}(w_1, w_2) \vec{E}_j(w_1) \vec{E}_k(w_2) \quad (i, j, k = x, y, z) \quad (27-1)$$

$$\vec{P}_i^{(3)}(w) = e_0 \sum_{jkl} c_{ijkl}^{(3)}(w_1, w_2, w_3) \vec{E}_j(w_1) \vec{E}_k(w_2) \vec{E}_l(w_3) \quad (28-1)$$

$$(i, j, k, l = x, y, z)$$

با استفاده از معادلات فوق می توان پذیرفتاری مراتب مختلف یک محیط، که پارامترهای کلیدی برای تشریح اتصال غیر خطی بودن بین امواج فرودی مختلف هستند را مشاهده نمود. متناسب با ترکیبات مختلف بسامد اثرات فیزیکی متفاوتی ایجاد می شود که از آن جمله می توان به تولید همافنگ<sup>1</sup>، یکسوسازی نور<sup>2</sup>، تولید بسامد مجموع<sup>3</sup>، تولید بسامد تفاضل<sup>4</sup>، اشاره کرد. [8]

### 1-5-1 اثر کر<sup>5</sup>

**اثر کر** یا **اثر الکترواپتیکی درجه دوم** تغییر ضریب شکست ماده در پاسخ به یک میدان الکتریکی است. همه مواد اثر کر را نشان می دهند، اما مایعات این اثر را نسبت به مواد دیگر قویتر نشان می دهند.

اثر کر در سال 1875 بوسیله جان کر کشف شد. [6]

اثر کر شامل دو حالت خاص است:

1- اثر الکترواپتیکی کر یا اثر DC

<sup>1</sup> - Second generation generation

<sup>2</sup> - Rectification optical

<sup>3</sup> - Sum frequency

<sup>4</sup> - Difference frequency generation

<sup>5</sup> - Kerr effect

2- اثر کراپتیکی یا اثر AC

اکنون این دو حالت را بررسی می کنیم:

1- اثر الکترواپتیکی کر یا اثر DC:

این اثر حالتی را که میدان الکتریکی به کندی با میدان خارجی اعمالی تغییر می کند نشان می دهد. ماده تحت تأثیر میدان اعمالی دو شکستی می شود. ضریب شکست های ماده متناسب با نور قطبیده موازی یا عمود بر میدان اعمالی هستند. تغییر ضریب شکست به صورت زیر است

$$\Delta n = I K E^2 \quad (29-1)$$

که در آن  $I$  طول موج نور،  $K$  ثابت کر و  $E$  دامنه میدان الکتریکی است. هنگامی که نور در جهت عمود بر میدان الکتریکی بتابد، این تغییر ضریب شکست باعث می شود که ماده شبیه به یک صفحه موج عمل کند. همانطور که قبلاً اشاره شد برای یک ماده غیر خطی قطبش الکتریکی  $\vec{P}$  به میدان الکتریکی  $\vec{E}$  به صورت زیر بستگی دارد

$$\vec{P} = \epsilon_0 (c^{(1)} \vec{E} + c^{(2)} \vec{E}^2 + c^{(3)} \vec{E}^3)$$

که در آن  $\epsilon_0$  گذردهی خلأ و  $c^{(n)}$   $n$  امین مرتبه از پذیرفتاری الکتریکی محیط است صورت مؤلفه ای معادله بالا به صورت زیر است

$$P_i = \epsilon_0 \sum_{j=1}^3 c_{ij}^{(1)} E_j + \epsilon_0 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 c_{ijk}^{(2)} E_j E_k + \epsilon_0 \sum_{j=1}^3 \sum_{k=1}^3 \sum_{l=1}^3 c_{ijkl}^{(3)} E_j E_k E_l \quad (30-1)$$

که در آن  $i = 1, 2, 3$  است.

که برای یک محیط خطی تنها نخستین عبارت مهم است. و قطبش به طور خطی با میدان الکتریکی تغییر می کند. اما برای موادی که از اثر کر صرف نظر نمی شود، عبارت شامل  $c^{(3)}$  مهم است و از بقیه جملات مرتبه زوج به دلیل وجود تقارن وارون محیط کر صرف نظر می شود.

اکنون یک میدان الکتریکی  $E$ ، که با یک موج نوری با فرکانس  $w$  و میدان خارجی  $E_0$  تولید می شود در نظر می گیریم

$$E = E_0 + E_w \cos(\omega t) \quad (31-1)$$

که در آن  $E_w$  بردار دامنه موج است.  
با جایگذاری رابطه 31-1 در معادله 18-1 خواهیم داشت

$$\vec{P} \cong e_0 \left( c^{(1)} + 3c^{(3)} |E_0|^2 \right) E_w \cos(\omega t) \quad (32-1)$$

معادله 32-1 رابطه خطی بین قطبش و میدان الکتریکی از یک موج، با عبارت اضافی پذیرفتاری غیر خطی متناسب با مربع دامنه میدان خارجی را نشان می دهد.  
برای محیط غیر متقارن، تغییر القایی پذیرفتاری یک تغییر در ضریب شکست در جهت میدان الکتریکی ایجاد می کند.  
بنابراین خواهیم داشت

$$\Delta n = I_0 K |E_0|^2$$

که در آن  $I_0$  طول موج خلاء و  $K$  ثابت کرمحیط است.  
میدان اعمالی در محیط یک دوشکستی در جهت میدان الکتریکی القاء می کند. بنابراین سلول کر با یک میدان عمودی مانند یک صفحه موج که قطبش موج با صفحه ای دوار از میان آن عبور می کند، عمل می کند.  
مقادیر  $K$  به مشخصات محیط بستگی دارد، برای آب حدود  $9.4 \times 10^{-14} \text{ m/V}^2$  است.  
به طور کلی پذیرفتاری محیط برای جامدات یک تانسور خواهد بود، و اثر کر در این تانسور یک تغییر ایجاد می کند.

2- اثر کر AC

در این حالت یک پرتو شدید از نور بدون نیاز به میدان خارجی اعمالی، خود یک میدان اصلاح شده فراهم می کند. بنابراین میدان الکتریکی به صورت زیر نوشته می شود

$$E = E_w \cos \omega t \quad (33-1)$$

باجایگذاری رابطه 33-1 در معادله 18-1 خواهیم داشت