

## سپاس‌گزاری... پ

سپاس بی‌پایان مخصوص خدایی است که بشر را آفریده و به او قدرت اندیشیدن داده و توانایی‌های بالقوه را در وجود انسان قرار داده و او را امر به تلاش و کوشش نموده و راهنمایی را برای بشر فرستاده است. پس از ارادت خاضعانه به درگاه خداوند بی‌همتا، از استاد با کمالات و گرانقدرم، آقای دکتر رجالی که در کمال سعه صدر، با حسن خلق و فروتنی زحمت راهنمایی این پایان‌نامه را در حالی متقبل شدند که بی‌تردید بدون مساعدت‌های همه جانبه و دلسوزانه ایشان، به انجام رساندن این مهم میسر نبود، از اساتید شایسته آقای دکتر حقیقی و خانم دکتر هاشمی که زحمت مشاوره‌ی این پایان‌نامه را بر عهده گرفتند، از اساتید فرزانه آقای دکتر خاتون آبادی و آقای دکتر پرورده که زحمت داوری این پایان‌نامه را متقبل شدند، از استاد صبور و با تقوا، آقای دکتر دانایی مدیریت محترم گروه، از پدر و مادر عزیزم، این دو معلم بزرگوام کمال تشکر و قدردانی را دارم.



دانشگاه شیخ بهایی

دانشکده علوم ریاضی و کامپیوتر

پایان نامه کارشناسی ارشد ریاضی مالی

استراتژی بهبود وام: یک واکنش مبنی بر اختیار معامله با توجه به  
استراتژی قرارداد

پژوهشگر

آذر حلمی سیاسی فریمانی

استاد راهنما

دکتر علی رجالی

اساتید مشاور

دکتر مریم هاشمی

دکتر حسن کارنامه حقیقی

بهمن ۹۳

## چکیده

در این پایان نامه یک مدل برای تعیین دوباره‌ی سرمایه بهینه در یک بهبود وام ارائه می‌شود، به نحوی که ارزش وام برای بانک وام دهنده را به حداکثر برساند و از سوی دیگر احتمال سلب حق مالکیت از طرف وام گیرنده (مالک) را حداقل کند. یک تجزیه‌ی اختیار معاملاتی بدون محدودیت ارزش وام ارائه می‌شود که اجرای بهینه‌سازی را آسان می‌کند. نشان داده می‌شود که بسط این مدل، فرض‌های نرخ‌های رشد مختلف برای قیمت‌ها را توجیه می‌کند. مدل موجود در این پایان نامه تمایل مالک به پرداخت را شرح می‌دهد، و از این چهارچوب برای وام‌های مشترک استفاده می‌کند. در اینجا دو جواب (یک معادله‌ی فرم بسته و یک مدل درختی) برای بهینه‌سازی بهبودهای وام در حضور استراتژیک قرارداد ارائه می‌شود. این مدل عدم نقدینگی و توانایی و تمایل پرداخت از طرف وام‌گیرنده را هم توجیه می‌کند. از این مدل استفاده می‌شود تا حساسیت ارزش‌ها به پارامترهای مختلف وام بررسی شود. نشان داده می‌شود که بهبودهای روش‌های وام به اشتراک گذاشته شده، ریسک‌های استراتژیک قرارداد را کاهش می‌دهند و با این وجود ارزش وام از طریق مولفه افزایش به اشتراک گذاشته شده را به حداکثر می‌رسانند. بنابراین نشان داده می‌شود که بهبودهای وام به اشتراک گذاشته از طرف وام‌دهنده، توصیه می‌شوند. این پایان نامه تحلیلی جامع فراهم می‌کند که چشم‌پوشی از سرمایه را چگونه می‌توان برای حل بهینه‌ی بحران سهام منفی مسکن به‌کار برد.

کلمات کلیدی:

استراتژیک قرارداد، سلب حق مالکیت، بهبود وام، اختیار معامله بدون محدودیت.

# فهرست مطالب

۸	۱ تعاریف و پیش‌نیازها
۸	۱.۱ معرفی فصل
۸	۲.۱ مفاهیم مالی
۲۷	۳.۱ مفاهیم آماری و تصادفی
۵۱	۲ مدل مساله
۵۱	۱.۲ معرفی فصل
۵۱	۲.۲ کار وام مسکن به اشتراک گذاشته شده
۵۶	۳ قرارداد بدون محدودیت D و سهم $\theta$
۵۶	۱.۳ معرفی فصل
۵۶	۲.۳ تاریخچه‌ی اختیار معاملات بدون محدودیت
۵۹	۳.۳ قرارداد بدون محدودیت
۶۵	۴ تجزیه اختیار معامله بدون محدودیت از ارزش وام مسکن
۶۵	۱.۴ معرفی فصل
۶۶	۲.۴ سه مولفه ارزش وام مسکن
۶۸	۳.۴ اختیار معاملات دوتایی

۶۹	جبرانی اختیار معاملات	۴.۴
۷۲	نرخ رشد مسکن، غیر نقدینگی و مقدار پاداش (صرف)	۵.۴
۷۴	راه حل	۶.۴
۷۸	پیاده‌سازی	۵
۷۸	معرفی فصل	۱.۵
۷۸	مثال‌های عددی برای نشان دادن پیاده‌سازی مدل	۲.۵
۸۶	نرخ‌های رشد مختلف	۳.۵
۸۸	فرمول ارزش‌گذاری اختیار معامله با استفاده از درخت دو جمله‌ای	۱.۳.۵
	فرمول ارزش‌گذاری اختیار معامله با استفاده از درخت دو جمله‌ای	۲.۳.۵
۹۴	برای سهامی که سود می‌پردازد	۹۴
۹۷	روش به‌دست آوردن ارزش‌های $u$ ، $d$ و $q$	۳.۳.۵
۱۰۱	مثال‌های عددی برای نشان دادن پیاده‌سازی بسط مدل	۴.۵
۱۰۴	جزئیات پیاده‌سازی و مسائل مربوط به آن	۵.۵
۱۰۵	اسناد خزانه	۱.۵.۵
۱۰۸	تلاطم ضمنی	۲.۵.۵
۱۱۱	نتیجه‌گیری	۶
۱۱۴	مراجع	
۱۲۲	واژه‌نامه انگلیسی به فارسی	
۱۳۰	پیوست	

# لیست تصاویر

- ۱.۱ مفهومی از بازگشت به میانگین . . . . . ۲۵
- ۱.۳ رابطه‌ی بین تمایل به پرداخت و محدود کردن سهام منفی . . . . . ۶۱
- ۱.۵ متفاوت بودن ارزش وام به صورت نسبت وام به ارزش برای وام‌ها با و بدون اشتراک گذاشته شده . . . . . ۷۹
- ۲.۵ متفاوت بودن ارزش وام به صورت نسبت وام به ارزش و نرخ بهبود یافته‌ی سلب حق مالکیت برای وام‌هایی با وام مسکن به اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۰
- ۳.۵ متفاوت بودن ارزش وام، به صورت نسبت وام به ارزش و تلاطم قیمت مسکن، برای وام‌هایی با وام مسکن اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۲
- ۴.۵ متفاوت بودن ارزش وام، به صورت نسبت وام به ارزش و نرخ رشد ارزش مسکن، برای وام‌هایی با وام مسکن اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۳
- ۵.۵ متفاوت بودن ارزش وام، به صورت نسبت وام به ارزش و تمایل به پرداخت، برای وام‌هایی با وام مسکن اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۴
- ۶.۵ متفاوت بودن ارزش وام، به صورت نسبت وام به ارزش و تمایل به پرداخت، برای وام‌هایی با وام‌های مسکن به اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۵

- ۷.۵ متفاوت بودن ارزش وام به صورت نسبت وام به ارزش و سهم اشتراک گذاشته شده، برای وام‌هایی با وام مسکن اشتراک گذاشته شده . . . . . ۸۶
- ۸.۵ بررسی متفاوت بودن ارزش وام به صورت نسبت وام به ارزش برای وام‌ها با و بدون اشتراک گذاشته شده در مدل دو دوره‌ای . . . . . ۱۰۲
- ۹.۵ بررسی متفاوت بودن ارزش وام به صورت نسبت وام به ارزش برای وام‌ها با وجود دوره‌هایی از نرخ رشد مثبت و منفی در ارزش مسکن در مدل دو دوره‌ای . . . . . ۱۰۳
- ۱۰.۵ لگاریتم نرمال شاخص قیمت مسکن ۲۰ شهر مورد شیلر . . . . . ۱۰۵



# لیست جداول

۱.۱ یک نوع معاوضه سهام ..... ۱۷

## مقدمه

در این پایان‌نامه از استراتژی بهبود وام، به مفهوم یک واکنش با استفاده از اختیار معامله در رابطه با استراتژی قرارداد را که داس و میدوز در [۲۱] در سال ۲۰۱۳ بررسی کردند، استفاده شده است. بدین منظور لازم است تاریخچه‌ای از بحران مسکن در ایالات متحده آمریکا ارائه شود. بحران مسکن از سال ۲۰۰۸ تا ۲۰۰۹ در ایالات متحده بی سابقه بوده است. در پایان سال ۲۰۰۹، بازار مسکن از ۳/۲ میلیون مسکن‌های جدید فروخته نشده و تک خانواری اشباع شده بود. قیمت‌های مسکن در طی بحران و بعد از آن افت کرده بودند و از ژوئیه ۲۰۱۲، ۱/۵ میلیون مسکن در فهرست سلب حق مالکیت قرار گرفته بود، که قیمت‌ها را بیش‌تر پایین برده بود. میانگین کاهش ملی در ارزش مسکن با استفاده از شاخص ۲۰ شهر مورد شیلر از ژانویه ۲۰۰۶ تا مارس ۲۰۱۲، ۳۲ درصد بوده است که این کاهش به ۷ تریلیون دلار خسارت منجر شده است. به نظر می‌رسد تلاش‌های متوقف کردن موج سلب مالکیت‌ها نتایج مختلفی دارد. این سوال که ”آیا بهبود وام پادزهر مشکل است یا نه” را فوته و همکاران در [۲۵] در سال ۲۰۰۹ مورد مطالعه و بررسی قرار دادند. از ماه می سال ۲۰۱۲، از تقریباً ۳/۲ میلیون وام واجد شرایط بهبود، خزانه‌داری ۸۱۰۴۴۳ بهبودهای دائمی یعنی ۲۷ درصد تغییر، گزارش کرده است. اقدام به بهبود وام‌ها در سال ۲۰۱۲ رونق گرفته و ارزیابی وام‌ها با بهبودها مهم است که هدف این پایان‌نامه نیز همین است. در نیمه اول همان سال، ۳۸۵۰۰۰ بهبود دائمی وام صورت گرفته است. حدود ۹۸ درصد بهبودها، کاهش نرخ، و ۳۱ درصد کاهش سرمایه را در بر می‌گیرند. از ماه می سال ۲۰۱۲، میانه‌ی کاهش

سرمایه در بهبودها ۲۵/۶ درصد است. وقتی بهبود مناسب باشد تعیین طرح بهبود دارای اهمیت است و این پایان نامه مدلی ارائه می‌کند که در آن بهبود بهینه سرمایه تعیین می‌گردد. در یک مقاله اخیر داس [۱۶] در سال ۲۰۰۹ با استفاده از مدلی به نتایجی رسیده است تا نشان دهد که رویکرد فعلی وام‌دهندگان و تنظیم‌کنندگان، یعنی کاهش پرداخت‌های ماهانه از طریق کاهش نرخ‌های بهره، تمدید موعد پرداخت یا چشم‌پوشی از سرمایه، اغلب تمایل مالکان را به قرارداد بستن افزایش می‌دهد، که این امر منجر به هزینه‌های اجتماعی سنگین سلب حق مالکیت می‌شود. برآورد کاهش سلب حق مالکیت را پنیگتون-کراس [۴۱] در سال ۲۰۰۴ ارائه دادند و کامپیل و همکاران [۱۱] در سال ۲۰۱۱، این برآورد را محاسبه کردند. راه حل دیگر کاهش ارزش دفتری سرمایه است که منجر به نرخ‌های پایین‌تر سلب حق مالکیت، کاهش خسارت‌های وام‌دهنده در سلب حق مالکیت، و ارزش اقتصادی بالاتر وام برای وام‌دهنده، پس از در نظر گرفتن قرارداد اختیار معامله وام‌گیرنده می‌شود. یک تحلیل پیشرفته برای حل مساله سهام منفی از راه بهبودهای سرمایه را گودمن [۲۹] در سال ۲۰۱۰ ارائه داد. طرح برنامه بهبود مسکن-جایگزین کاهش سرمایه<sup>۱</sup> از اول اکتبر ۲۰۱۰ توسط دولت مرکزی آمریکا، جنبش بهبود سرمایه را با هدف متوقف کردن سلب حق مالکیت بوجود آورد. صرف نظر کردن از سرمایه بر مبنای تجزیه و تحلیل قرارداد اختیار معامله است، که مالک مسکن را به تعویق انداخته است. این اختیار، یک اختیار فروش آمریکایی است که به وام‌گیرنده امکان می‌دهد تا مسکن فروخته شده را به وام‌دهنده بازگرداند. این اختیار معامله زمانی سودآور است که ارزش مسکن (دارایی پایه) کمتر از موجودی وام (اختیار توافقی) باشد، یعنی زمانی که سرمایه منفی در مسکن وجود دارد. برای ثابت نگه‌داشتن پرداخت ماهانه در سطح کاهش یافته معمولاً ارجح است که ارزش دفتری سرمایه را کاهش داد. زیرا این کار این اختیار معامله را کمتر سودآور می‌کند (مگر این که نرخ بالاتر از نرخ بازار باشد، که

<sup>۱</sup>Home Affordable Modification Program-Principal Reduction Alternative: (HAMP-PRA)

در این حالت کاهش نرخ منطقی به نظر می‌رسد). رویکردهای دیگر مثل کاهش نرخ وام زیر قیمت بازار، مستلزم موجودی‌های سرمایه بالاتر است، با فرض این‌که پرداخت ماهانه ثابت نگاه داشته شود، که اختیار معامله را بیش‌تر سودآور می‌سازد. همچنین تمدید موعد پرداخت، اختیار معامله را هم با ارزش‌تر می‌سازد، زیرا ارزش اختیار معاملات وقتی موعد پرداختشان افزایش یابد، معمولاً افزایش می‌یابند، مخصوصاً وقتی قرارداد اختیار معامله سودآور باشد. با فرض هزینه‌های کلان سلب حق مالکیت برای وام‌دهنده، به حداقل رساندن تمایل مالک مسکن به قرارداد بستن، ارزش وام را حتی بعد از کم کردن ارزش دفتری سرمایه، افزایش می‌دهد. اگر فقدان تمایل به پرداخت با فقدان توان پرداخت همراه باشد، شاید کاهش سهام منفی همیشه موثر نباشد، گرچه داس در [۱۶] در سال ۲۰۰۹ شواهدی تجربی ارائه می‌کند که کاهش سرمایه، نرخ‌های قرارداد بستن مجدد را به طور قابل توجهی بیش از کاهش نرخ می‌کاهد. با این وجود، برای بهینه کردن ارزش اقتصادی وام، به مدلی برای تعیین میزان کاهش نیاز است که در این پایان‌نامه چنین مدلی برای تنظیم دوباره‌ی بهینه‌ی سرمایه، در یک بهبود وام ارائه می‌شود. تمرکز بر تعیین نسبت وام به ارزش<sup>۲</sup> برای سطحی است که ارزش وام را برای وام‌دهنده بعد از بهبود به حداکثر می‌رساند. مسکن‌های دارای سهام منفی *LTV* بزرگتر از یک دارند و این بدان دلیل است که نیاز است *LTV* به کم‌تر از یک کاهش داده شود و یا حداقل به اندازه‌ی کافی به *LTV*ی نزدیک شود که هزینه‌ی قرارداد بستن وام‌گیرنده از مازاد *LTV* بیش‌تر از یک فراتر می‌رود. کاهش *LTV* ارزش فعلی پرداخت‌های آتی وام را کاهش می‌دهد، اما احتمال قرارداد را هم کم می‌کند و از این‌راه از خسارت‌های وارده بر وام‌دهنده به دلیل سلب حق مالکیت جلوگیری می‌شود. تعادل بهینه‌ی این دو اثر تعدیل‌کننده، *LTV* بهینه را که در آن وام‌بایستی دوباره تعیین شود، مشخص می‌کند. در این پایان‌نامه

<sup>۲</sup>نسبت وام به ارزش یا *LTV* به صورت نسبتی از مقدار وام به ارزش دارایی‌های در گرو گذاشته شده به صورت وثیقه است [۱۲].

یک تجزیه اختیار معامله بدون محدودیت فرم کاهش یافته برای ارزش وام، به فرم بسته ارائه می‌شود، که اجرای بهینه‌سازی *LTV* را آسان می‌سازد. مدل موجود در این پایان‌نامه، توانایی مالک مسکن برای پرداخت و تمایل آن را به پرداخت را شرح می‌دهد. سرانجام بسیاری از وام‌گیرندگان که توان مالی را دست کم می‌گیرند، به سلب مالکیت کشیده می‌شود که این امر منجر به توانایی اندکی برای پرداخت تعهدات ماهانه‌ی وام آن‌ها می‌شود. این مورد قرارداد بستن "ناشی از درماندگی" نامیده می‌شود. فوته و همکارانش در [۲۵] در سال ۲۰۰۹ یک سری تمهیدات پرداخت اشتراکی دولت را پیشنهاد می‌کنند که با وام مسکن موجود مالکان مناسب است، و پرداخت‌های ماهانه را وقتی مالک بی‌کار است به‌طور چشمگیری کاهش می‌دهد. این تمهیدات قرارداد بستن‌ها "ناشی از درماندگی" را قطعاً کاهش خواهند داد. اما وام‌گیرندگان دیگری که توان مالی پرداخت را دارند، ولی انتخابشان عدم پرداخت است، نیز وجود دارند. بانک‌داران قراردادهایی را که توانایی پرداخت آن‌ها وجود دارد، اما تمایل به پرداخت نیست، استراتژیک یا ظالمانه می‌نامند. برآورد سلب حق مالکیت در استراتژیک قرارداد، در مقاله‌ی گایسو و همکاران [۲۸] در سال ۲۰۰۹ دیده می‌شود. مدل بهبود بهینه، هر دو موقعیت قرارداد بستن ناشی از درماندگی و استراتژیک را شرح می‌دهد. برای وام‌دهندگان تمایز بین درخواست‌های بهبود وام از طرف مالکانی که توان مالی کم یا تمایل کمی به پرداخت دارند، آسان نیست. همچنین وام‌دهندگان نسبت به کاهش سرمایه بی‌میل هستند. به‌منظور کاهش این مسائل، یک ساختار بهبود وام ابتکاری رواج می‌یابد که به وام مسکن به اشتراک گذاشته شده<sup>۳</sup> معروف است. در یک *SAM*، وام‌دهنده سرمایه را کم می‌کند، اما در عوض سهمی از افزایش قیمت مسکن را بر می‌دارد. نشان داده می‌شود که *SAM* به سه مولفه تجزیه می‌شود، که از این‌راه ارزش‌گذاری آن آسان می‌گردد. اولین مولفه ارزش وام، مشروط به عدم بستن قرارداد یعنی ارزش غیر قراردادی وام است. این بخش از

<sup>۳</sup>Shared-appreciation mortgages:(SAM)

وام اختیار خرید با بازدهی نقد یا صفر از پایین بی ارزش است. دومین مولفه ارزش مورد انتظار وام مشروط به قرارداد بستن، یعنی بهبود ارزش قراردادی وام است. این بخش از وام معادل با پاداش اختیار معامله خرید از پایین بی ارزش<sup>۴</sup> است. سومین مولفه ارزش وام، مولفه‌ای برای افزایش به اشتراک گذاشته شده است که به وسیله‌ی *SAM* ارائه می‌شود. این بخش معادل با اختیار معامله خرید متعارف از پایین بی ارزش است. فرمول ارزش‌های هر سه مولفه به راحتی و به فرم بسته به دست می‌آید و در نتیجه ارزش‌گذاری *SAM* است. علاوه بر راه حل فرم بسته، یک مدل درختی نیز ارائه می‌شود که انعطاف‌پذیر است و مشاهدات مرحله‌ای تکامل قیمت‌های مسکن را به کار می‌برد، به طوری که با تغییر مدل، نظرات شرکت کنندگان در بازار منعکس می‌شود. البته یک مورد خاص از هر دو مدل برای *SAM* ها، مدلی برای وام مسکن بدون افزایش به اشتراک گذاشته شده است. کارهای این پایان‌نامه به دو صورت تخصصی و کاربردی در زیر آمده است. در زمینه‌ی تخصصی دو مدل (معادله فرم بسته و مدل درختی) برای بهینه‌سازی بهبودهای وام در زمانی که استراتژیک قرارداد وجود دارد، ارائه می‌شود. این مدل‌ها همچنین عدم نقدینگی دارایی پایه و توانایی و تمایل به پرداخت وام‌گیرنده را توجیه می‌کنند. با استفاده از این مدل حساسیت ارزش‌های مسکن با پارامترهای مختلف وام بررسی می‌شوند. مدل‌ها در این پایان‌نامه به فرم کاهش یافته (در دوفی و سینگلتون [۲۴] در سال ۱۹۹۹) هستند، و در دسته‌ی مدل‌های ساختاری (در مرتون در [۳۸] در سال ۱۹۷۴) نیستند. این مدل شبیه به مدل کامپبل و کوکو در [۸] در سال ۲۰۱۰ است که در آن سهام منفی باعث قرارداد می‌شود. در زمینه‌ی کاربردی بهبودهای وام با افزایش به اشتراک گذاشته شده، نشان داده می‌شود تا ریسک‌های استراتژیک قرارداد را

<sup>۴</sup> پاداش اختیار معامله خرید از پایین بی ارزش یا *down and out call option rebate* پاداش غیر معوق یا به تعویق افتاده هم نامیده می‌شود و بر این موضوع دلالت دارد که پرداخت آن، در زمان رسیدن به مانع است به طوری که مانع پایین‌تر از قیمت دارایی در زمان انعقاد قرارداد باشد در واقع این پاداش به محض این‌که مانع لمس شود پرداخت می‌شود [۵۱].

کاهش دهد، زیرا وام‌دهندگان وام را با *SAM* های پایین‌تر نسبت به زمانی که هیچ افزایش به اشتراک گذاشته شده‌ای نباشد، بهبود می‌بخشند و با این وجود ارزش وام را از طریق مولفه‌ی افزایش به اشتراک گذاشته شده به حداکثر می‌رسانند. نشان داده می‌شود که بهبودهای وام با افزایش به اشتراک گذاشته شده به وسیله‌ی وام‌دهنده توصیه می‌شود. این مدل‌ها برای دامنه‌ی از حالت‌های رشد قیمت مسکن استفاده می‌شود، به‌ویژه بازگشت به میانگین در قیمت‌های مسکن و نرخ‌های رشد متفاوت برای دوره‌های متفاوت، که از این‌راه به مدل‌ساز این امکان را می‌دهند که بهینه‌سازی بهبود وام را تحت فرض‌های مختلف قیمت آینده در بازار مسکن انجام دهد. به‌طور خلاصه، این پایان‌نامه تجزیه و تحلیل جامعی ارائه می‌دهد در این‌باره که چشم‌پوشی از سرمایه را چگونه می‌توان برای حل بهینه‌ی بحران سهام منفی مسکن به‌کار برد. این پایان‌نامه به ترتیب در فصل‌های زیر ادامه می‌یابد. در فصل دوم چهارچوب به‌کار رفته برای پویایی ارزش‌های مسکن و علامت‌گذاری‌های این پایان‌نامه معرفی می‌شوند. در فصل سوم فرمول مدل بدون محدودیت ارائه می‌شود. در این رویکرد با بررسی تمایل وام‌گیرنده به پرداخت، استراتژیک قرارداد توصیف می‌شود. این رویکرد همچنین افزایش سهم در *SAM* و تاثیر آن بر قرارداد بدون محدودیت را توجیه می‌کند. فصل چهارم شهودهای اصلی برای تجزیه‌ی ارزش وام با استفاده از فرمول‌های بدون محدودیت و ارزش وام به فرم بسته را که در بند قبل توصیف می‌شود، ارائه می‌دهد. این فصل همچنین قیمت‌گذاری مدل معادله دیفرانسیل جزئی‌دارایی پایه را مورد بحث قرار می‌دهد. در فصل پنجم مثال‌های عددی برای نشان دادن پیاده‌سازی مدل و بررسی استاتیک‌های مقایسه‌ای به‌صورت گرافیکی ارائه می‌شود. در این فصل، بهبود بهینه با و بدون افزایش به اشتراک گذاشته شده مقایسه می‌شود. بخش نرخ‌های رشد مختلف در این فصل، فرم بسته مدل با فرض نرخ رشد تنها به مدل درختی با نرخ‌های رشد متفاوت در هر دوره بسط داده می‌شود تا امکان تغییرات در بازار مسکن و بازگشت به میانگین در قیمت‌های مسکن را در مدل جای دهد. این بسط نرخ

---

کوپن روی وام را نیز کنترل می‌کند و در بخش جزئیات پیاده‌سازی به جزئیات پیاده‌سازی مدل پرداخته می‌شود و در فصل ششم بحث‌های آتی و بسط‌های مدل ارائه می‌شود.



# فصل ۱

## تعاریف و پیش‌نیازها

### ۱.۱ معرفی فصل

در این پایان‌نامه برای درک بهتر مطالبی که تا آخر ارائه می‌شود، لازم است که ابتدا مفاهیم مورد نیاز مطرح شود. بدین منظور مجموعه‌ای از تعاریف در دو قسمت مجزای مفاهیم مالی و آماری و تصادفی در این بخش ارائه می‌شود.

### ۲.۱ مفاهیم مالی

#### بازار مالی

بازار مالی<sup>۱</sup> بازاری است که نوع خاصی از دارائی‌های مالی در آن مورد داد و ستد قرار می‌گیرد. دارایی مالی مانند: سهام، اوراق مشترک یا حتی چک و پول، دارایی است که ارزش آن متکی به خودش نیست و نیازمند تضمین و اعتبار شخص دیگری است و بدون اعتبار بخشی شخص یا نهادهای دیگر، این دارایی ارزشمند نخواهد بود [۵۲].

---

<sup>۱</sup>Market finance

### تعریف ۲.۲.۱. سرمایه‌گذاری

تعاریف‌های گوناگون و در عین حال مشابهی از مفهوم واژه‌ی سرمایه‌گذاری<sup>۲</sup> ارائه شده است. می‌توان گفت سرمایه‌گذاری عبارت است از تبدیل وجوه مالی به یک یا چند نوع دارایی دیگر که با هدف به‌دست آوردن سود، به‌کار می‌رود. به بیان دیگر، منظور از سرمایه‌گذاری، صرف نظر از هزینه کردن پول یا دیگر منافع مالی، در زمان حاضر، به همراه پذیرفتن ریسک (خطر)، برای کسب سود در آینده می‌باشد. مهم‌ترین هدف سرمایه‌گذاری، کسب سود و کاهش فرصت‌های از دست رفته می‌باشد، به این معنی که ممکن است فرد، پول مازاد را کدی داشته باشد که بتواند آن را در محلی برای سرمایه‌گذاری و کسب سود به‌کار گیرد، اما به علت عدم آگاهی، آن فرصت کسب سود را از دست می‌دهد [۵۲].

### تعریف ۳.۲.۱. ریسک

زیان بالقوه‌ی قابل اندازه‌گیری یک سرمایه‌گذاری را ریسک<sup>۳</sup> می‌نامند. در فرهنگ وبستر<sup>۴</sup>، ریسک به معنی شانس و احتمال آسیب و یا زیان و ضرر تعریف شده است. در ادبیات مالی، به هر گونه نوسان احتمالی بازده اقتصادی یک سرمایه‌گذاری ریسک گفته می‌شود. هر نوع سرمایه‌گذاری با عدم اطمینان‌هایی مواجه می‌گردد که بازده سرمایه‌گذاری را در آینده مخاطره آمیز می‌سازد. ریسک یک دارایی سرمایه‌ای بدین خاطر است که این احتمال وجود دارد که بازده حاصل از دارایی، کمتر از بازده مورد انتظار باشد. بنابراین به بیان دیگر ریسک عبارت است از احتمال متفاوت بودن بازده واقعی و بازده مورد انتظار. می‌توان گفت ریسک یک دارایی عبارت است از تغییر احتمالی بازده آتی ناشی از آن دارایی. بنابراین با معیار پراکندگی بازده دارایی، ریسک را می‌توان انحراف معیار نرخ بازده تعریف کرد. پس می‌توان پراکندگی

<sup>۲</sup>Investment

<sup>۳</sup>Risk

<sup>۴</sup>Webster

بازده‌های حاصل از بازده مورد انتظار را با واریانس محاسبه و به عنوان یک معیار از ریسک تلقی نمود. به‌طور کلی با اندازه‌گیری پراکندگی بین بازده واقعی و بازده مورد انتظار، می‌توان ریسک را با ابزارهای آماری نظیر واریانس، نیمه واریانس شیب خط رگرسیون و واریانس مقادیر باقی‌مانده رگرسیون به‌دست آورد [۵۳].

### تعریف ۴.۲.۱. مشتق مالی

مشتق مالی<sup>۵</sup> یک ابزار مالی است که ارزش آن از ارزش یک دارایی متمایز مانند سهام، شاخص‌های سهام<sup>۶</sup>، ارزش‌های خارجی و سایر دارایی‌های مالی که دارایی پایه گفته می‌شوند، گرفته شده است لذا تغییرات قیمت هر یک از آن‌ها، تابعی از تغییرات قیمت دارایی پایه آن‌ها است. قراردادهای اختیار معامله، قرارداد معاوضه، پیمان آتی<sup>۷</sup> و قراردادهای آتی<sup>۸</sup> انواع مشتقات مالی هستند [۲۹].

### تعریف ۵.۲.۱. اختیار معامله

اختیار معامله<sup>۹</sup> نوعی اوراق بهادار است که به دارنده‌ی آن، حق خرید یا فروش یک دارایی خاص را با قیمت تعیین شده در یک تاریخ معین و یا تا قبل از یک تاریخ معین اعطا می‌کند. زمان  $T$  که در آن خرید یا فروش می‌تواند انجام پذیرد را زمان سررسید یا تاریخ انقضا یا

<sup>۵</sup>Derivative

<sup>۶</sup>شاخص، یک معیار آماری است که تغییر حرکت و جهت یک اقتصاد یا یک بازار سهام را نشان می‌دهد. در بازارهای مالی، اساساً شاخص، یک بعد فرضی از اوراق بهادار است که شامل کل بازار مربوطه یا بخشی از آن است [۵۸].

<sup>۷</sup>پیمان آتی یا forward contract موافقت‌نامه‌ای است که به موجب آن، طرفین معامله بر روی یک دارایی پایه بنا بر قیمتی از پیش تعیین شده (توافقی) که در سررسیدی مشخص در آینده انجام شود، موافقت می‌کنند. این قراردادها در بازار فرابورس معامله می‌شوند [۵۳].

<sup>۸</sup>قرارداد آتی یا futures contract نیز شبیه به پیمان‌های آتی موافقت‌نامه‌ای است که به موجب آن، طرفین موافقت می‌کنند معامله بر سر یک دارایی پایه را بنا بر قیمتی از پیش تعیین شده در سررسیدی مشخص در آینده انجام دهند. این قراردادها در بازار بورس معامله می‌شوند [۵۳].

<sup>۹</sup>Option

تاریخ اعمال<sup>۱۰</sup> می‌نامند. قیمت  $K$  که باید با آن، خرید یا فروش انجام پذیرد و این قیمت در قرارداد، تعیین شده است را قیمت توافقی یا قیمت اعمال<sup>۱۱</sup> می‌نامند [۳۱].

به‌طور کلی دو نوع قرارداد اختیار معامله وجود دارد: قرارداد اختیار معامله‌ی خرید و قرارداد اختیار معامله‌ی فروش.

قرارداد اختیار معامله‌ی خرید<sup>۱۲</sup>:

یک قرارداد اختیار خریدی است که به دارنده‌ی آن این حق (و نه الزام) را می‌دهد تا دارایی پایه را با قیمت معین و در تاریخ مشخص یا قبل از آن خریداری نماید.

قرارداد اختیار معامله‌ی فروش<sup>۱۳</sup>:

یک قرارداد اختیار فروشی است که به دارنده‌ی آن، حق فروش دارایی پایه را با قیمت معین و در تاریخ مشخص و یا قبل از آن می‌دهد [۳۱].

دو نوع مشتقات در مورد اختیار معاملات وجود دارد:

(۱) مشتقات یا محصولات متعارف<sup>۱۴</sup> (۲) مشتقات یا محصولات غیرمتعارف<sup>۱۵</sup> [۳۱]

مشتقات متعارف دارای ویژگی‌های متعارف و معین است و معاملات آن‌ها از گرمی و روانی خوبی برخوردار می‌باشد همچنین قیمت آن‌ها و میزان نوسان پذیری‌های ضمنی توسط بورس یا کارگزاران مطابق مقررات و قوانین اعلام می‌شود. این نوع محصولات دو دسته اند: آمریکایی یا اروپایی (تفاوت این دو نوع اختیار معامله ربطی به منطقه‌ی جغرافیایی ندارد) [۳۱].

اختیار معامله آمریکایی<sup>۱۶</sup> در هر زمانی قبل از تاریخ سررسید یا در تاریخ سررسید قابل

<sup>۱۰</sup> Exercise date or expiration date or maturity

<sup>۱۱</sup> Exercise price

<sup>۱۲</sup> Call options

<sup>۱۳</sup> Put options

<sup>۱۴</sup> Plain vanilla products

<sup>۱۵</sup> Exotic options

<sup>۱۶</sup> American option