بسم الله الرحمن الرحیم
©www.rasekhoon.net

پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته فوتونیک- مخابرات

عنوان

مطالعه حالت های درهمتنیده کوانتومی از طریق تداخل کوانتومی

استاد راهنما

دکتر مصطفی صحرایی

استاد مشاور

دکتر محمد محمودی

پژوهشگر

هاجر نوشاد

نام خانوادگی دانشجو: نوشاد **نام:** هاجر

عنوان پایان نامه: مطالعه حالت های درهمتنیده کوانتومی از طریق تداخل کوانتومی

استاد راهنما: دکتر مصطفی صحرایی **استاد مشاور:** دکتر محمد محمودی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** فوتونیک **گرایش:** مخابرات

دانشگاه: تبریز **دانشکده:** : پژوهشکده فیزیک کاربردی و ستاره شناسی

فارغ التحصیل: **تعداد صفحه:**۹۲

کلید واژه: درهمتنیدگی کوانتومی، آنتروپی کوانتومی، سیستم سه ترازی، تداخل کوانتومی

چکیده

همبستگی کوانتومی که بین بخش های مختلف یک سیستم وجود دارد به یک پدیده کوانتومی بسیار مهم به نام درهمتنیدگی منجر می شود. این مفهوم برای اولین بار در سال ۱۹۳۵ در مقاله معروف *EPR* مطرح شد.درهمتنیدگی به عنوان یکی از اساسی ترین منابع فیزیک در تئوری کوانتومی است که از اصل برهم نهی ناشی می شود و به عنوان فاکتور کلیدی در زمینه تشخیص فرآیند های اطلاعاتی در کوانتوم می باشد. بنابراین میزان در همتنیدگی حالت مربوطه از جمله ویژگی های اساسی یک حالت کوانتومی می باشد. برای آشکار سازی در همتنیدگی، خالص یا مرکب بودن سیستم بسیار مهم است و از طرفی دیگر، تعیین کمی درهمتنیدگی یک حالت در نظریه اطلاعات کوانتومی نیز مساله بسیار مهمی است. تابعی که مقدار کمی درهمتنیدگی کوانتومی را مشخص می کند سنجه در همتنیدگی نامیده می شود. برای حالت خالص دو قسمته فقط یک سنجه وجود دارد و آن آنتروپی وان- نویمن می باشد. در این پایان نامه درهمتنیدگی کوانتومی سیستم‌های اتمی و گسیل خود به خودی آن سیستم، تحت تاثیر میدان الکترومغناطیسی مورد بررسی قرار می‌گیرد و اثر پارامترهای مؤثر درهمتنیدگی کوانتومی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اثر پارامترهایی نظیر فرکانس رابی میدان اعمالی، نامیزانی اتمی واختلاف فاز نسبی میدانهای محرک بر درهمتنیدگی اتم- میدان از طریق آنتروپی کوانتومی بررسی می شود.

فهرست **صفحه**

مقدمه ۸

فصل اول

مقدمه ۸

۱-۱ کامپیوترهای کوانتومی ۸

۱-۲ درهمتنیدگی کوانتومی ۹

۱-۳ آزمایش فکری EPR ۱۲

۱-٤ بیت و کیوبیت ۱۳

۱-٤-۱ نمایش فیزیکی کیوبیت ۱۵

۱-۵ فرم ریاضی درهمتنیدگی کوانتومی ۱٦

۱-٦ حالت های خالص و آمیخته ۱۸

۱-۷ ویژگی‌های آنتروپی وان نیومن ۲۰

۱-۸ کیوبیتهای دو گانه و حالتهای بل ۲۳

۱-۹ ارتباط از راه دور کوانتومی ۲٦

۱-۱۰ ایجاد در همتنیدگی اتم- فوتون با استفاده از روش گذار بی درو کسری ۳۰

۱-۱۰-۱ استیرپ: ۳۰

۱-۱۰-۲ تولید درهمتنیدگی اتم- فوتون ۳۲

۱-۱۰-۳ ساختار هامیلتونی موثر ۳٤

فصل دوم

مقدمه ٤۱

۲-۱ بر هم کنش اتم با میدان الکترومغناطیس ٤۱

۲-۱-۱ هامیلتونی اندرکنش اتم- میدان (نظریه کوانتومی) ٤۲

۲-۱-۲ اندرکنش اتم دو ترازی و میدان تک مد ٤٥

۲-۱-۳ روش دامنه احتمال ٤٦

۲-۲ اندرکنش اتم سه ترازی نوع V که با یک میدان تک مد ٤۹

۲-۲-۱ آنتروپی کوانتومی معیاری برای در همتنیدگی کوانتومی ٥۲

۲-۲-۱-۱ جمع پذیر بودن ٥۳

۲-۲-۱-۲ نامساوی آراکی- لیب ٥٤

۲-۲-۳ محاسبه آنتروپی کوانتومی مربوط به اندرکنش اتم سه ترازی نوع V و میدان تک مد ٥٥

۲-۳ گسیل خود به خود و همدوسی ناشی از آن ٥٦

۲-۳-۱ همدوسی ناشی از گسیل خود به خود ٥۷

۲-۳-۲ ماتریس چگالی برای یک اتم دو ترازی ۵۸

۲-۳-۳ معادلات حرکت برای ماتریس چگالی ۵۹

۲-٤ درهمتنیدگی اتم و میدان از طریق تداخل کوانتومی در یک اتم سه ترازی نوع Λ ٦١

۲-٤-۳ بررسی درهمتنیدگی در حالت پایا ٦٤

فصل سوم

مقدمه ٦٦

۳-۱ درهمتنیدگی اتم سه ترازی V شکل و میدان تک مدی ٦٦

۳-۲ درهمتنیدگی اتم – میدان یک سیستم سه ترازی Λ شکل ۷۱

۳-۲-۱ تحولات زمانی درهمتنیدگی ۷۱

۳-۲-۲ بررسی حالت اولیه اتم ۷۳

۳-۲-۳ اثر فرکانس رابی بر حالت اولیه اتم ۷۵

۳-۲-٤ بررسی اثر پارامترهای اتمی روی درهمتنیدگی اتم- گسیل خود به خود ۷٦

۳-۳ نتایج و پیشنهادات ۸٤

منابع ۸۷

فهرست شکل ها **صفحه**

شکل (۱-۱) نمایش هندسی یک کیوبیت.....۱٤

شکل (۱-۲) اصول ارتباط از راه دور کوانتومی.....۲۹

شکل(۱-۳) اتم Λ شکل برای روش استیرپ.....۳۱

شکل(۱-٤) (a) ترتیب پالس ها پمپ و استوکس (b) نمودار انتقال بی درو جمعیت.....۳۱

شکل (۱-۵) ساختار آزمایشی و الگوی جفت شدگی سیستم اتم- کاواک- لیزر.....۳٤

شکل (۱-٦) هندسه مد کاواک و میدان لیزری.....۳۷

شکل (۱-۷) فرکانس رابی مد کاواک و میدان لیزری برای اتم اول.....۳۹

شکل (۲-۱) وارونگی اختلاف جمعیت برای یک حالت همدوس اولیه با $\langle n \rangle = 25$.....٤۸

شکل (۲-۲) سیستم اتمی سه ترازی V شکل.....۵۰

شکل (۲-۳) دو سیستم بر همکنش کننده توسط یک پتانسیل V_{AB} به یکدیگر جفت شده اند.....۵۳

شکل(۲-٤) اتم سه ترازی نوع Λ.....٦۲

شکل(۳-۱)تحول زمانی آنتروپی میدان برای سیستم سه ترازی V شکل با $\Delta/g = 0$.....٦۸

شکل(۳-۲) نمودار وارونی جمعیت برای اتم سه ترازی Vشکل با $\Delta/g = 0$.....٦۹

شکل(۳- ۳) تحول زمانی آنتروپی میدان برای سیستم سه ترازی V شکل با $\Delta/g = 5$ ٦٩

شکل(۳-٤) نمودار وارونی جمعیت برای اتم سه ترازی Vشکل با $\Delta/g = 5$ ۷۰

شکل(۳-۵) مربوط تحول زمانی درهمتنیدگی اتم- گسیل خود به خود..... ۷۳

شکل(۳-٦) تحول زمانی درهمتنیدگی برای $\gamma_1 = \gamma_2 = .1, \Omega_1 = \Omega_2 = 0, \Delta_1 = 0, \Delta_2 = 0, \eta = 0$ ۷٤

شکل(۳-۷) تحول زمانی درهمتنیدگی $\gamma_1 = \gamma_2 = .1, \Omega_1 = \Omega_2 = 2, \Delta_1 = 0, \Delta_2 = .5, \eta = 0$ ۷۵

شکل(۳-۸) تحول زمانی درهمتنیدگی $\gamma_1 = \gamma_2 = .1, \Omega_1 = \Omega_2 = 2, \Delta_1 = 0, \Delta_2 = .5, \eta = 0.99$ ۷٦

شکل (۳-۹) نمودار درهمتنیدگی بر حسب نا میزانی اتمی $\Delta\phi = 0$ ۷۷

شکل (۳-۱۰) نمودار درهمتنیدگی بر حسب نامیزانی با $\Delta\phi = \pi$ ۷۸

شکل(۳-۱۱) اثر فرکانس رابی بر درهمتنیدگی..... ۷۹

شکل(۳-۱۲) درهمتنیدگی بر حسب شدت تداخل کوانتومی برای $\Delta\phi = 0,\ \Delta\phi = \pi$ ۸۰

شکل (۳-۱۳) درهمتنیدگی بر حسب اختلاف فاز دو میدان اعمالی..... ۸۱

شکل(۳-۱٤)جمعیت تراز بر انگبیخته بر حسب $\Delta\phi, \eta$ ۸۲

شکل (۳-۱۵) نمودار جمعیت تراز برانگیختگی بر حسب Δ_2, g_2 ..... ۸۳

مقدمه

در اوایل سال ۱۹۳۵ در هتنیدگی کوانتومی به عنوان نوعی همبستگی میان حالت های کوانتومی مطرح شد. در همتنیدگی کوانتومی در پردازش اطلاعات کوانتومی نظیر محاسبات کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی و ارسال کوانتومی مورد استفاده قرار می گیرد.

درهمتنیدگی کوانتومی یک پدیده کوانتومی است که در آن حالت دو یا چند شی با ارجاع به همدیگر توصیف می شوند، ولو اینکه اشیا از نظر فضایی جدا از یکدیگر باشند. در حالت درهمتنیده، حالت‌های هر شی به حالت سایر اشیا وابسته است. در همتنیدگی کوانتومی نقش اساسی در نظریه اطلاعات کوانتومی ایفا می کند [٤-١]. در سال های اخیر، در همتنیدگی اتم- اتم [٦و٥]، اتم- فوتون [٧] و فوتون- فوتون [١٠-٨] توجه زیادی را به خود جلب کرده است. در بررسی درهمتنیدگی اتم- فوتون درهمتنیدگی حالت اتم با گسیل خود به خود اش مورد مطالعه قرار می گیرد. در سیستم‌های اتمی مختلف، مطالعات زیادی بر پایه تداخل کوانتومی در زمینه کاهش یا افزایش گسیل خود به خود صورت گرفته است[١٢و١١]. گسیل خود به خود یکی از عوامل نامطلوب در بسیاری از فرآیندهای همدوس به شمار می رود، این اثر در نتیجه اندرکنش اتم و مدهای میدان الکترومغناطیسی خلا است. به طوری که کاهش آن به بسیاری از فرآیندهای مهم فیزیکی مانند اندازه گیری با دقت بالا، لیزر زایی بدون وارونی جمعیت و محاسبات کوانتومی منجر می شود [١٣]. معیارهای متعددی به منظور تشخیص حالت های درهمتنیده کوانتومی از بقیه حالاتی که در همتنیده نیستند ارائه شده است .آنتروپی کوانتومی یکی از معیارهای تعیین میزان درهمتنیدگی یک سیستم کوانتومی است. آنتروپی کوانتومی میزان عدم اطلاعات یا فقدان اطلاعات ما از سیستم را محاسبه می‌کند.

هنگامی که با حالت های درهمتنیده سروکار داشته باشیم مشاهده می‌شود که آنتروپی زیرسیستم‌ها می‌تواند بزرگتر از آنتروپی کل سیستم باشد، به این معنی که زیرسیستم‌ها اصطلاحاً بی‌نظمی بیشتری نسبت به کل سیستم از خود نشان می‌دهد. در جهان کلاسیکی هیچ‌گاه چنین اتفاقی نمی‌افتد. بنابراین با محاسبهٔ آنتروپی وان نویمان کل سیستم و زیرسیستم‌ها اطلاعاتی در مورد درهم تنیدگی به دست می‌آوریم [۱٤].

بر پایه گسیل خود به خود، سیستم های اتمی می توانند به صورت یک سیستم کوانتومی دو مولفه ای اتم و میدان های گسیل خود به خود در نظر گرفته شوند. در این پایان نامه میزان درهمتنیدگی اتم و گسیل خود به خود سیستم با استفاده از معیار آنتروپی کوانتومی مورد بررسی قرار می گیرد. در قسمت اول اندرکنش اتم و تک مد میدان را با استفاده از معادله شرودینگر و قسمت بعد اندرکنش اتم و میدانی با k مد خلا را مطالعه می کنیم. همچنین اثر پارامترهای اتمی مانند اختلاف فاز بین دو میدان اعمالی، نامیزانی اتمی، فرکانس رابی... را بررسی می کنیم.

فصل اول

بررسی منابع

مقدمه

دراین فصل به معرفی کلی حالت‌های درهمتنیده و آنتروپی وان نیومن خواهیم داشت. در ادامه به یکی از کاربردهای درهمتنیدگی که به آن انتقال اطلاعات از راه دور گفته می شود، می پردازیم و در نهایت یک روش تولید حالت های درهمتنیده اتم- فوتون را بررسی می کنیم.

۱-۱ کامپیوترهای کوانتومی

یک کامپیوتر کوانتومی دستگاهی است که از پدیده‌ها و قوانین فیزیک کوانتومی برای انجام محاسباتش استفاده می کند. (پدیده هایی مانند برهم‌نهی[1] و درهمتنیدگی[2]). کامپیوترهای کوانتومی با کامپیوترهای فعلی که با ترانزیستور کار می کنند تفاوت اساسی دارند. ایده اصلی که در پس کامپیوترهای کوانتومی نهفته است این است که می توان از خواص و قوانین فیزیک کوانتوم برای ذخیره سازی و انجام عملیات روی داده‌ها استفاده کرد [۱۵]. یک مدل نظری و انتزاعی از این ماشین ها، ماشین تورینگ کوانتومی[3]است که کامپیوتر کوانتومی جهانی[4] نیز نامیده می شود.

تحقیقات در محاسبات کوانتومی هنوز در ابتدای راه است وتحقیقات نظری و عملی در این زمینه ادامه دارد. بسیاری از موسسات دولتی و نظامی از تحقیقات در زمینه کامپیوترهای کوانتومی چه برای اهداف غیرنظامی و

[1] Superposition
[2] Entanglement
[3] Quantum Turing Machine
[4] Quantum Computer Universal

چه برای اهداف امنیتی (مثل تجزیه و تحلیل رمز[1]) حمایت می کنند. اگر کامپیوترهای کوانتومی در مقیاس بزرگ ساخته شوند، می توانند مسائل خاصی را با سرعت خیلی زیاد حل کنند (برای مثال الگوریتم شُور[2]). البته باید توجه داشت که توابعی که توسط کامپیوترهای کلاسیک محاسبه پذیر[3] نیستند، توسط کامپیوترهای کوانتومی نیز محاسبه پذیر نخواهند بود. کامپیوترهای کوانتومی تنها سرعت محاسبات را بیشتر می کنند [۱۶].

۱-۲ درهمتنیدگی کوانتومی

خواص در همتنیدگی کوانتومی بطور عجیبی متفاوت از آن چیزی است که ما در فیزیک کلاسیک با آن آشنا هستیم به طوری که ویژگی‌های آن درک کامل درهمتنیدگی را برای ما غیر ممکن ساخته است. با توسعه غیر قابل تصور درهمتنیدگی در فیزیک می توان گفت که امروزه کمتر پدیده‌ای در کلاسیک وجود دارد که درهمتنیدگی در آن مطرح نباشد. ارسال پیام کوانتومی، کپی سازی کوانتومی، رمزنگاری کوانتومی همگی نتیجه نفوذ این کمیت در دنیای پیرامون ما هستند. تعاریف متنوعی برای درهمتنیدگی وجود دارد، در واقع هر شخصی براساس دیدگاه و نوع برخورد که با درهمتنیدگی داشته تعابیر مختلفی برای آن ارائه داده است. بل[4] درهمتنیدگی کوانتومی را یک نوع همبستگی معرفی می کند که قوی تر از هر گونه همبستگی کلاسیکی است. بنت[5] درهمتنیدگی را به عنوان منبعی می داند که ارسال اطلاعات کوانتومی را برای ما قادر می سازد. مطابق تعریف شور[6] درهمتنیدگی یک ساختار است که اجازه انجام الگوریتم هایی را با سرعت بالاتر می دهد. آنچه در

[1] Cryptanalysis
[2] Shor's Algorithm
[3] Computable
[4] Bell
[5] Bennet
[6] Shor

تمام این تعابیر یکسان است این واقعیت است که درهمتنیدگی می تواند به عنوان همبستگی بین زیر سیستم های مجزایی تعبیر شود.

در واقع می توان گفت وقتی دو سیستم فیزیکی با هم بر هم کنش دارند، همبستگی خاصی از ماهیت کوانتومی بین آن دو ایجاد می شود که حتی وقتی برهم کنش را قطع و دو سیستم را از هم جدا می کنیم باز هم همبستگی باقی می ماند. اگر یک اندازه گیری بر روی سیستم اول انجام شود حالتش تغییر می کند (به حالتی که ویژه حالت مشاهده پذیر باشد) و حالت سیستم دوم بلافاصله دچار تغییر می شود. عامل انجام این کنش از راه دور همبستگی کوانتومی و غیر موضعی است که به عنوان درهمتنیدگی شناخته می شود. این پدیده معمولا در زیر سیستم هایی وجود دارد که تنها در گذشته به یکدیگر برهم کنش دارند و اکنون هیچ بر هم کنشی با هم ندارند. بنابراین اگر دو سیستم در گذشته با یکدیگر برهم کنش داشته باشند عموما این امکان وجود ندارد که حالت هر یک از زیر سیستم ها مستقل از دیگری معین نمود.

یک حالت درهمتنیده دو کیوبیتی را در نظر می گیریم، فرض می کنیم که کیوبیت اول دست آلیس و دومی در دست باب است. نام های آلیس و باب به طور معمول در زمینه های رمزنگاری کوانتومی، انتقال از راه دور کوانتومی و ... به کار می روند. این اسامی اولین بار در سال ۱۹۷۸ توسط Ron Rivest در مقاله ای مربوط به رمز نگاری کوانتومی استفاده شد. حالت های $|0\rangle,|1\rangle$ را برای نشان دادن ویژه حالت های اسپین در راستای z به کار می بریم. اگر آلیس روی ذره خود یک اندازه گیری در راستای z انجام دهد و مقدار صفر بدست آورد، می تواند به طور قطع نتیجه اندازه گیری باب را پیشگویی کند، زیرا باب در صورت اندازه گیری در همین پایه به طور قطع مقدار یک را بدست خواهد آورد. بالعکس اگر آلیس مقدار یک را بدست آورد، می تواند به طور قطع بگوید که باب نتیجه صفر را در اندازه گیری خود بدست خواهد آورد. این قدرت پیش بینی نتیجه توسط آلیس

حتی در وضعیتی که اندازه گیری های آلیس و باب فاصله فضاگونه با هم دارند نیز برقرار است. از آنجا که دو رویداد با فاصله فضاگونه هیچ گونه رابطه علی با یکدیگر ندارند، به نظر می رسد که یک نوع اثر غیر موضعی در مکانیک کوانتومی وجود دارد که هیچ نوع سابقه ای در فیزیک کلاسیک ندارند. حالت های درهمتنیده خصلت های منحصر به فردی دارند که آنها را شایسته مطالعه وسیعی می کند. در دو دهه اخیر که موضوع کامپیوترها و اطلاعات کوانتومی گسترش یافته است، نتایج فراوانی در مورد این نوع حالت ها بدست آمده است. موضوع درهمتنیدگی اولین بار در سال ۱۹۳۵ توسط انیشتین، پودولسکی و روزن[1] طرح شده است [۱۷]. انیشتین به علت علاقه و اعتقاد عمیقی که به نظریه فیزیکی به عنوان توصیف کننده جهان خارج داشت، یعنی جهانی واقعی که مستقل از مشاهدات و تصورات عینی ما وجود دارد هرگز نتوانست مکانیک کوانتومی را به عنوان یک نظریه کامل و همچنین دقیق ارائه کند و بنابراین نشان دهد که مکانیک کوانتومی یک نظریه کامل نیست. ایشان بر این عقیده بودند که وجود چنین پدیده هایی در مکانیک کوانتومی دلیل بر نقص آن است (آزمایش فکری EPR در قسمت بعد آورده خواهد شد). ولی معتقد بودند که با استفاده از متغیرهای پنهانی[2] می توان نظریه کاملی بدون اثرات غیر موضعیت بوجود آورد. در این راستا تلاش های زیادی برای توسعه متغیر پنهانی صورت گرفت که برجسته ترین آنها توسط بوهم[3] انجام شد[۱۸]. از طرفی بل در سال ۱۹٦٤ نشان داد که تمامی تلاش ها برای توسعه نظریه متغیر پنهانی به شکست مواجه می شود. بل نشان داد که وجود مدلی مبتنی بر متغیر پنهانی برای مکانیک کوانتومی مستلزم برقراری یک نامساوی (نامساوی بل) است [۱۹]. در حالی که مکانیک کوانتومی پیش بینی حالت هایی را می کند که نامساوی را نقض می کنند. بعد از ارئه نامساوی بل ویژگی های کمی درهمتنیدگی مورد توجه قرار گرفت. در حقیقت نامساوی بل از جمله تلاش های اولیه برای

[1] Einstein, Podolsky and Rosen
[2] Hidden variable
[3] Bohm

تعیین میزان همبستگی کوانتومی محسوب می شود. در آن زمان چنین همبستگی هایی که بتواند در محیط های کنترل شده میان سیستم های کوانتومی ایجاد شود غیر قابل تصور بود اما با پیشرفت تکنولوژی در دهه اخیر اکنون بشر قادر است که ضمن اندازه گیری سیستم های کوانتومی با دستکاری آنها همبستگی های کوانتومی قابل کنترل ایجاد کند. هم زمان با این پیشرفت ها، همبستگی کوانتومی به سمتی پیش رفتند که به عنوان سرچشمه انجام کارهایی که در ناحیه کلاسیک غیر ممکن بود در نظر گرفته شدند.

۱-۳ آزمایش فکری EPR

انیشتین به منظور ناقص نشان دادن نظریه کوانتومی با کمک دو تن از همکارانش آزمایش مشهور EPR را طراحی کردند که در تحولات بعدی فیزیک جدید در قرن بیستم تاثیر زیادی داشت. حالت اسپینی $|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle + |1,0\rangle)$ را در نظر بگیرید. این یک حالت اسپین صفر است به این معنا که اسپین کل دو ذره در آن صفر است. چنین حالتی را اگر در هر پایه‌ای بسط دهیم به معادله زیر منجر می شود:

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|n+,n-\rangle - |n-,n+\rangle), \qquad (۱-۱)$$

این موضوع را می توان با یک محاسبه ساده نشان داد. کافی است دقت کنیم که:

$$\begin{aligned} |z+\rangle &= a|n+\rangle + b|n-\rangle, \\ |z-\rangle &= -b|n+\rangle + a|n-\rangle, \end{aligned} \qquad (۲-۱)$$

که در آن $a^2 + b^2 = 1$. حال فرض کنیم که آلیس اسپین ذره را در راستای z اندازه گیری کند در این صورت با احتمال ۱/۲ مقدار آن برابر $\hbar/2$ بدست خواهد آورد و حالت $|\psi\rangle$ تبدیل می شود به $|z+,z-\rangle$ که در نتیجه

آن آلیس می تواند بگوید که باب در صورت اندازه گیری اسپین ذره خود را در راستای z حتما مقدار $-\hbar/2$ بدست می آورد. اما آلیس می توانست اندازه گیری اش را در هر راستای دیگری نیز انجام دهد و با توجه به رابطه(۱-۲) و همان استدلال بالا مولفه اسپین ذره باب در آن راستا (قبل از اندازه گیری باب) با دقت پیش گویی کند. بنابراین مولفه اسپین این ذره در راستای n یعنی S_n نیز واقعی است. اما این امر بوضوح با مکانیک کوانتومی در تناقض است زیرا در مکانیک کوانتومی امکان اینکه هر سه مولفه اسپین در راستای x,y,z قبل از اندازه گیری مقادیر معین داشته باشند وجود ندارد. در واقع در مکانیک کوانتوم مولفه اسپین x,y,z غیر جا به جا پذیرند. به این معنی که عدم قطعیت برای تعیین مقدار هر دو مولفه از آنها که در نظر گرفته شود، وجود دارد و نمی توان از مقدار هر سه آنها قبل از اندازه گیری به طور دقیق اطلاع یافت. به این ترتیب انیشتین، پودولسکی و روزن نتیجه گرفتند که مکانیک کوانتومی یک نظریه کامل نیست زیرا این نظریه نتوانست است، سه مولفه اسپین که کمیت های واقعی و عینی هستند را توصیف کند. پاردوکس دیگری که با آن مواجه بودند انتقال اطلاعات با سرعتی بسیار بیشتر از سرعت نور بود که این پدیده با نظریه نسبیت انیشتین در تضاد بود بنابراین انیشتین مکانیک کوانتومی را یک نظریه کامل نمی دانست.

۱-٤ بیت[1] و کیوبیت[2]

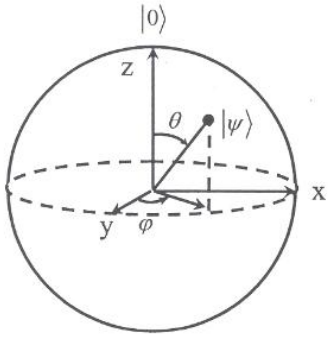
بیت یک پایه محاسبات و اطلاعات کلاسیکی است. که می تواند یکی از دو مقدار ۰ یا ۱ را شامل شود. در حالی که کیوبیت هم مفهوم پایه ای محاسبات کوانتومی را تشکیل می دهد. اما تفاوت بیت و کیوبیت در این است که حالت های کوانتومی می توانند از اصل برهم نهی کوانتومی پیروی می کنند بنابراین یک کیوبیت

[1] Bite
[2] Qubite

ممکن است به طور هم زمان هم در حالت $|0\rangle$و هم در حالت $|1\rangle$ یافت شود، که این برای بیت کلاسیکی غیر قابل دسترسی است. یعنی برای کیوبیت می توان نوشت:

$$|\psi\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle\,, \qquad (۳-۱)$$

که در آن αو βاعداد مختلط هستند. از نقطه نظر ریاضی می توان گفت که حالت یک کیوبیت یا همان $|\psi\rangle$ یک بردار در فضای دو بعدی مختلط است که در آن حالت های $|0\rangle$و $|1\rangle$ بردارهای پایه‌ای این فضای دو بعدی ریاضی را تشکیل می دهند. این دو بردار پایه های متعامد[1] برای فضای هیلبرت دو بعدی اند. از طرفی دیگر می توان با اندازه گیری حالت بیت مشخص کرد که یک بیت در حالت $|0\rangle$ است یا در حالت $|1\rangle$، همانطوری که در کامپیوترها در برررسی محتوای حافظه خود از این کار بهره می گیرند. اما در کیوبیت فقط احتمال وجود در حالات $|0\rangle$و $|1\rangle$ برای ما مشخص می شود به طوری که $|\alpha|^2 + |\beta|^2 = 1$است. برای فهم بهتر این موضوع، می توان یک کیوبیت را به صورت هندسی نمایش داد:



شکل (۱-۱) نمایش هندسی یک کیوبیت [۲۰]

[1] Orthonormal

از آنجاییکه $|\alpha|^2+|\beta|^2=1$ است، می توان معادله (۱-۳) را به صورت زیر نوشت:

$$|\psi\rangle = e^{i\gamma}(\cos(\frac{\theta}{2})|0\rangle + e^{i\phi}\sin(\frac{\theta}{2})|1\rangle)\ , \qquad (٤-١)$$

θ و ϕ نشان دهنده یک نقطه در فضای سه بعدی کروی اند که این کره "کره بلاخ[1]" نام دارد. دراین کره، حالت $|\psi\rangle$ نشان دهنده حالت یک تک کیوبیت است [۲۰]. یک بیت کلاسیکی فقط در راستای محور Z می تواند قرار بگیرد یعنی در مکان هایی از کره بلاخ که با $|0\rangle$ و $|1\rangle$ نشان داده شده است و در جای دیگری روی کره را نمی تواند قرار بگیرد. اما طبق رابطه (۱-۳) یا (۱-٤)، یک کیوبیت می تواند در برهم نهی از دو حالت $|0\rangle$ و $|1\rangle$باشد.

یک تمایز مهم بین بیت کلاسیکی و کیوبیت در آن است که کیوبیت چندگانه می تواند با درهمتنیدگی کوانتومی نشان داده شود. برای مثال، دو کیوبیت در همتنیده در حالت بل به این صورت $\frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle+|11\rangle)$نشان داده می شوند. در این حالت احتمال ۱/۲ برای اندازه گیری هر یک از حالت های $|00\rangle$ و $|11\rangle$ وجود دارد.در همتنیدگی به حالت های چندگانه امکان می دهد که در یک زمان بیشتر از یک مقدار داشته باشند.

۱-٤-۱ نمایش فیزیکی کیوبیت

هر سیستم دو ترازی می تواند به عنوان یک کیوبیت در نظر گرفته شود (جدول۱-۱). هر چند سیستم های چند ترازی هم به شرطی که دارای دو حالت کاملا مجزا باشند، قابل استفاده هستند (مثلا حالت پایه و اولین حالت برانگیخته). در طراحی کامپیوترهای کوانتومی از ترکیبات گوناگون کیوبیت ها می توان بهره گرفت.

[1] Bloch Sphere