



دانشگاه بیرجند

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد فیزیک اتمی و مولکولی (پلاسما)

عنوان پایان نامه:

اثرات کوانتومی در شتاب دادن ذرات باردار توسط باریکه‌ی الکترونی

استاد راهنما:

دکتر سید محمد خراشادی زاده

استاد مشاور:

دکتر علیرضا نیکنام

نگارش:

حسن آکی

تاریخ دفاع: شهریور 1390

بِسْمِ اللّٰهِ الرَّحْمٰنِ الرَّحِیْمِ

پیشکش به روح بلند و ملکوتی پدر بزرگوارم

و تقدیم به مادرمهربان و همسر فداکارم.

تقدیر و تشکر

خداوند را شاکر و سپاسگزارم که توفیق تفکر و تدبر در آفریده‌های شگفت خویش را به ما عنایت فرموده و از این طریق شناخت ما از آن وجود بی همتا بیشتر شده و بر اطمینان قلبیمان افزون گردیده است. بر خود لازم می‌دانم از کلیه‌ی کسانی که در تدوین این پایان‌نامه همکاری صمیمانه داشته‌اند تقدیر و تشکر کنم. نخست از استاد راهنمای عزیز و بزرگوارم جناب آقای دکتر سید محمد خراشادی زاده که همواره با گشاده رویی مشکلاتم را برطرف نموده و استاد علم و اخلاقم بوده‌اند، کمال تشکر و قدردانی را دارم. از استاد مشاور گرانقدر و عزیزم جناب آقای دکتر علیرضا نیکنام که از راهنمایان و ارشادات ایشان بهره‌مند بوده‌ام صمیمانه سپاسگزارم. از آقایان دکتر نفیسی و دکتر عابدی که داوری پایان‌نامه‌ام را برعهده گرفتند، تقدیر و تشکر می‌نمایم. از مادر مهربان و فداکارم که همواره دعایشان آرامش خاطر برایم فراهم آورده بی‌نهایت سپاسگزارم. از همسر مهربانم که در طول دوران تحصیل محیط مناسبی برای مطالعه و تحقیق فراهم نموده و بسیاری از مشکلات را صبورانه تحمل نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارم. جا دارد از همدلی و همراهی همکلاسی‌های عزیزم آقایان طاهری و رضایی و اکبریان و سرکار خانم سبزی نژاد سپاسگزاری نمایم و برای همه‌ی این عزیزان از درگاه خداوند متعال آرزوی سلامتی و موفقیت دارم.

چکیده‌ی پایان نامه

در این پایان نامه با مروری بر مبانی عمومی نظریه‌ی امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های پلاسما و باریکه- پلاسما، معادله‌ی پاشندگی کلاسیکی و کوانتومی این محیط‌ها به دست آورده شده و از تحلیل معادله‌ی پاشندگی، آهنگ رشد و آستانه‌ی لازم برای توسعه‌ی ناپایداریها، به صورت کلاسیکی و کوانتومی استخراج شده و با استفاده از آنها ناپایداریهای جریانی در بر همکنش باریکه‌های الکترونی و پوزیترونی و بحث شتاب دادن کلاسیکی و کوانتومی پوزیترون‌ها و پروتون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی بررسی شده است. در نهایت نتایج روش کلاسیکی با کوانتومی مقایسه شده است.

1----- مقدمه

فصل اول: مبانی عمومی نظریه‌ی امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های پلازما و باریکه

3----- پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی

4----- 1-1 معادله‌ی پاشندگی عمومی امواج الکترومغناطیسی در پلاسمای همگن

9----- 2-1 تانسور گذردهی دی‌الکتریک پلاسمای همگن همسانگرد غیربرخوردی

12----- 3-1 تانسور گذردهی دی‌الکتریک پلاسمای مغناطیده‌ی غیربرخوردی همگن

17----- 1-3-1 تانسور گذردهی دی‌الکتریک پلاسمای سرد مغناطیده‌ی غیر برخورداری

18----- 4-1 تانسور گذردهی دی‌الکتریک پلاسمای سرد مغناطیده به روش سیالی

19----- 5-1 مقدمه‌ی بر پلاسمای کوانتومی

20----- 6-1 مجموعه‌ی معادلات سیالی کوانتومی

22----- 7-1 تانسور گذردهی پلاسمای کوانتومی مغناطیده

23----- 8-1 تبدیل لورنتس تانسور گذردهی دی‌الکتریک

فصل دوم: شتاب دادن کلاسیکی پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی

25----- نسبیتی

26----- 1-2 مقدمه‌ی بر پلاسمای الکترون-پوزیترون

27----- 2-2 بیان عمومی کلاسیکی شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی

29----- 3-2 معادله‌ی پاشندگی شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی

2-4 شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

31-----چرنکوفی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----

2-5 شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

33-----چرنکوفی برای پوزیترون‌ها و تشدید سیکلوترونی برای الکترون‌ها-----

2-6 شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

34-----سیکلوترونی برای پوزیترون‌ها و تشدید چرنکوفی برای الکترون‌ها-----

2-7 شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

35-----سیکلوترونی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----

فصل سوم: اثرات کوانتومی در شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی

37-----الکترونی نسبتی-----

3-1 پلاسمای کوانتومی و اهمیت آن-----

3-2 بیان عمومی کوانتومی مسأله‌ی شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی

3-3 معادله‌ی پاشندگی کوانتومی شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی

3-4 شتاب دادن کوانتومی پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

44-----چرنکوفی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----

3-5 شتاب دادن کوانتومی پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبتی تحت تشدید

45-----چرنکوفی برای پوزیترون‌ها و تشدید سیکلوترونی برای الکترون‌ها-----

6-3 شتاب دادن کوانتومی پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی تحت تشدید

سیکلوترونی برای پوزیترون‌ها و تشدید چرنکوفی برای الکترون‌ها-----47

7-3 شتاب دادن کوانتومی پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی تحت تشدید

سیکلوترونی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----48

فصل چهارم: مقایسه‌ی ناپایداری کلاسیکی و کوانتومی شتاب دادن پوزیترون‌ها

توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی و نتایج-----50

1-4 مروری بر ناپایداری کلاسیکی و کوانتومی-----51

2-4 مقایسه‌ی آهنگ‌های رشد و افت انرژی کلاسیکی و کوانتومی در تشدید

چرنکوفی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----51

3-4 مقایسه‌ی آهنگ‌های رشد و افت انرژی کلاسیکی و کوانتومی در تشدید

چرنکوفی برای پوزیترون‌ها و تشدید سیکلوترونی برای الکترون‌ها-----52

4-4 مقایسه‌ی آهنگ‌های رشد و افت انرژی کلاسیکی و کوانتومی در تشدید

سیکلوترونی برای پوزیترون‌ها و چرنکوفی برای الکترون‌ها-----53

5-4 مقایسه‌ی آهنگ‌های رشد و افت انرژی کلاسیکی و کوانتومی در تشدید

سیکلوترونی برای الکترون‌ها و پوزیترون‌ها-----54

6-4 نمودارهای مربوط به نتایج شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی-----56

7-4 اثرات کوانتومی در شتاب دادن پروتون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی-----67

شتاب دادن کوانتومی پروتون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی تحت تشدید

68	7-4-1 چرنکوفی برای پروتون ها و الکترون ها
68	7-4-2 چرنکوفی برای پروتون ها و سیکلوترونی برای الکترون ها
69	7-4-3 سیکلوترونی برای پروتون ها و چرنکوفی برای الکترون ها
70	7-4-4 سیکلوترونی برای پروتون ها و الکترون ها
71	8-4 نتایج و جمع بندی
73	منابع و مراجع

مقدمه :

امروزه حیطه‌ی جدید و جالبی از پلاسما، به نام پلاسمای کوانتومی، به شدت مورد توجه فیزیکدانان اتمی و مولکولی و پلاسما قرار گرفته است؛ زیرا بخش قابل توجهی از تحقیقات فیزیکدانان پلاسما در این ناحیه متمرکز شده است. مثلاً در پلاسماهای چگال در اجسام نجومی فشرده (درون کوتوله‌های سفید، ستاره‌های نوترونی و ...) و همچنین در آزمایشهای برهمکنش لیزر شدید با پلاسمای حالت جامد، در نیمه رساناها و در سیستم‌های میکرو مکانیکی، اهمیت اثرات کوانتومی باید مورد توجه قرار گیرد. تونل زنی الکترون در مقیاس نانو، نتیجه همین اثرات کوانتومی است. اگر چگالی پلاسما به شدت افزایش و در عین حال دمای آن کاهش یابد، وارد ناحیه ی پلاسمای کوانتومی خواهیم شد.

همچنین سیستم‌های بیم-پلاسما یا بیم-بیم، برای فیزیکدانان پلاسما، دارای اهمیت فراوانی می باشد؛ زیرا انرژی آزاد نسبی بین دو نوع ذرات می تواند سبب ایجاد ناپایداریهای مختلفی مانند ناپایداریهای دو جریانی، بونمن و ... در محیط پلاسما گردد. در نتیجه این سیستمها موضوعی اساسی در فیزیک پلاسما به حساب می آیند. به عبارت دیگر، وقتی یک باریکه از ذرات با انواع مختلف پلاسما یا با باریکه‌ی دیگری برهمکنش می کند فرایندهای اساسی زیادی (از قبیل برانگیختن و تقویت امواج الکترومغناطیسی، شتاب دادن ذرات و ...) در این برهمکنش روی می دهد که این فرایندها نتیجه‌ی ناپایداریهای مختلف ایجاد شده در سیستمهای مورد نظر می باشد.

ناپایداریهای مطرح شده، در انواع مختلف پلاسماهای کیهانی مقیاس بزرگ و در کرونای خورشید، همچنین در انواع متفاوت پلاسماهای آزمایشگاهی مشاهده شده است. ناپایداری ناشی از جریانهای در جهت مخالف برای بررسی برخورد در بادهای خورشیدی کاربرد دارد. اثرات برهمکنش و ناپایداریهای فوق، کاربرد وسیعی در انواع پلاسماهای آزمایشگاهی، مگنتوسفری و اخترفیزیکی، در برهمکنشهای لیزر- پلاسما، شتاب دادن ذرات و گرم کردن پلاسما دارند.

در این پایان نامه ناپایداری وابسته به شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیتی به صورت کلاسیکی و کوانتومی مورد بررسی قرار گرفته است. شیوه‌ی کار در این پایان نامه بدین صورت می باشد که با استفاده از مبانی عمومی نظریه‌ی امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های پلاسما و بیم-پلاسما، تانسور گذردهی دی الکتریک کلاسیکی و کوانتومی برای محیط‌های مختلف پلاسما و معادله‌ی پاشندگی حاکم بر سیستم مورد نظر استخراج شده و سپس با تحلیل معادله‌ی پاشندگی به

دست آمده، طیف فرکانسی، آهنگ رشد و آستانه‌ی لازم برای توسعه‌ی ناپایداری سیستم به دست آورده شده است. علاوه بر آن نتایج و بحث لازم در هر فصل ذکر گردیده است.

این تحقیق به عنوان پایان نامه‌ی کارشناسی ارشد فیزیک در گرایش اتمی و مولکولی شاخه‌ی پلاسما تنظیم شده و مشتمل بر چهار فصل می باشد. فصل اول تحت عنوان مبانی عمومی نظریه‌ی امواج الکترومغناطیسی در محیط های پلاسما و بیم-پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی می باشد که در آن معادله‌ی پاشندگی عمومی و تانسور گذردهی دی الکتریک برای انواع مختلف پلاسما در دو حالت کلاسیکی و کوانتومی مورد مطالعه قرار گرفته است. در فصل دوم ناپایداری پلاسمای الکترون-پوزیترون؛ یعنی شتاب دادن پوزیترون‌ها توسط باریکه‌ی الکترونی نسبیته را مورد تحقیق قرار داده ایم. در ادامه با مقایسه‌ی ساز و کار شتاب دادن چرنکوفی و سیکلوترونی، وابستگی آهنگ رشد شتاب دادن پوزیترون‌ها به پارامترهای پلاسما و قدرت میدان مغناطیسی را، مورد مطالعه قرار داده و نتیجه گرفته‌ایم که باریکه‌ی الکترونی نسبیته تحت برهمکنش چرنکوفی و سیکلوترونی می تواند پوزیترون‌ها را شتاب دهد. در فصل سوم، تانسور گذردهی دی الکتریک کوانتومی را در چهارچوب متحرک و آزمایشگاه حساب کرده و معادله‌ی پاشندگی کوانتومی مربوط به سیستم باریکه‌ی الکترونی-پوزیترونی را بدست آورده ایم. سپس با تحلیل معادله‌ی پاشندگی کوانتومی، مشابه حالت کلاسیکی، وابستگی آهنگ رشد به پارامترهای کوانتومی را مورد مطالعه قرار داده ایم. در فصل چهارم ابتدا آهنگ‌های رشد کلاسیکی و کوانتومی در چهار حالت تشدید مختلف را با هم مقایسه کرده و سپس آهنگ رشد بیشینه را بر حسب عامل نسبیته الکترون‌ها در دو حالت کلاسیکی و کوانتومی، رسم کرده و نتایج را مورد بحث قرار داده ایم.

فصل ۱: مبانی عمومی نظریه‌ی امواج الکترومغناطیسی در محیط‌های
پلازما و بیم-پلاسمای کلاسیکی و کوانتومی

1-1- معادله‌ی پاشندگی عمومی امواج الکترومغناطیسی در پلاسمای همگن

برای بررسی ناپایداریهای مختلف در محیط پلاسما، نیاز به معادله‌ی پاشندگی داریم و برای بدست آوردن آن از معادلات ماکسول شروع می‌کنیم. معادلات ماکسول توصیف کننده‌ی میدان الکترومغناطیسی در پلاسما باید شامل جریانها و بارهای القایی نیز باشد. این معادلات برای محیط پلاسما به صورت زیر می باشند [1]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} (\vec{J} + \vec{J}_0)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad (1-1)$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{E} = 4\pi(\rho + \rho_0)$$

که \vec{B} میدان مغناطیسی، \vec{E} میدان الکتریکی، \vec{J} و ρ به ترتیب چگالی‌های جریان و بار القا شده در محیط و \vec{J}_0 و ρ_0 چگالی‌های جریان و بار ناشی از چشمه‌های میدان خارجی هستند. می‌توانیم بردار جابجایی الکتریکی را به این شکل تعریف کنیم [1]:

$$\vec{D}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\vec{r}, t) + 4\pi \int_{-\infty}^t dt \vec{j}(\vec{r}, t) \quad (2-1)$$

از طرفی ارتباط چگالی‌های جریان و بار با معادله‌ی پیوستگی به این شکل داده می‌شود [1]:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho + \rho_0) + \vec{\nabla} \cdot (\vec{j} + \vec{j}_0) = 0 \quad (3-1)$$

با بکار بردن معادلات (2-1) و (3-1) می‌توان چگالی‌های جریان و بار القایی را در معادلات ماکسول

(1-1) حذف کرده و بنویسیم [9 و 1]:

$$\vec{\nabla} \times \vec{B} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{J}_0$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{B} = 0 \quad (4-1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{D} = 0$$

که در این روابط \vec{J}_0 چگالی جریان خارجی، \vec{B} میدان مغناطیسی، \vec{E} میدان الکتریکی و \vec{D} بردار جابجایی الکتریکی است. در ضمن فرض کرده ایم که چگالی بار اولیه وجود ندارد.

در الکترودینامیک خطی، \vec{J}_0 و \vec{D} با میدان الکتریکی محیط، \vec{E} ، توسط معادلات زیر مرتبط می باشند [1]:

$$j_i(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\vec{r}'^3 \sigma_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t') E_j(\vec{r}', t') \quad (5-1)$$

$$D_i(\vec{r}, t) = \int_{-\infty}^t dt' \int d\vec{r}'^3 \varepsilon_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t') E_j(\vec{r}', t')$$

اندیسهای j, i معرف فضای سه بعدی می باشند.

این معادلات، معادلات مادی در الکترودینامیک خطی نام دارند که وابستگی جریان‌ها و بارهای القایی در محیط را در یک لحظه‌ی t و مکان \vec{r} به مقادیر میدانهای زمانهای قبل در هر نقطه از محیط بیان می کنند. توابع $\sigma_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ و $\varepsilon_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ توابع پاسخ محیط نامیده می شوند [1].

تعبیر فیزیکی (5-1) به این صورت است که صرف داشتن اطلاعات از وضعیت میدان الکتریکی در زمان t و مکان \vec{r} ، تعیین مولفه‌های بردار جابجایی الکتریکی \vec{D} و چگالی جریان \vec{J} در هر زمان و در هر مکان امکان پذیر نیست و تاریخچه‌ی زمانی-مکانی میدانهای الکتریکی سیستم در رسیدن به مقادیر کمیت فیزیکی در زمان t و مکان \vec{r} ، نیز موثر می باشد.

برای یک محیط همگن، بستگی $\sigma_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ و $\varepsilon_{ij}(\vec{r}, \vec{r}', t, t')$ به \vec{r} و \vec{r}' فقط به صورت $|\vec{r} - \vec{r}'|$ و بستگی به زمانهای t و t' به صورت $|t - t'|$ در معادله‌ی (5-1) ظاهر می گردد. اثر پذیریهایی سیستم به مکانهای مختلف را پاشندگی فضایی و اثرپذیری سیستم به زمانهای مختلف را

پاشندگی زمانی در سیستم می شناسیم [1]. در الکترو دینامیک خلاء مشخص شده است که در غیاب چشمه‌های خارجی امواج هارمونیک تخت تک فرکانسی $\exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r})$ می توانند وجود داشته باشند. فرکانس ω و بردار موج \vec{k} در خلاء مقادیر حقیقی دارند و با رابطه‌ی زیر به یکدیگر مربوط اند [1]:

$$\omega = kC \quad (6-1)$$

معادله‌ی ارتباط دهنده‌ی فرکانس و بردار موج را معادله‌ی پاشندگی می نامند. معادله‌ی (6-1) مثالی معتبر برای امواج الکترومغناطیسی در خلاء می باشد.

با کاربرد بسط فوریه‌ی زیر:

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = \vec{E}(\omega, \vec{k}) \exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r})$$

رابطه‌ی بین دامنه‌های $j_i(\omega, \vec{k})$ و $D_i(\omega, \vec{k})$ با $E_j(\omega, \vec{k})$ به صورت زیر بیان می شود [9 و 1]:

$$j_i(\omega, \vec{k}) = \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j(\omega, \vec{k}) \quad (7-1)$$

$$D_i(\omega, \vec{k}) = \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j(\omega, \vec{k})$$

در روابط (7-1)، کمیت $\sigma_{ij}(\omega, \vec{k})$ تانسور رسانایی مختلط محیط و کمیت $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ تانسور دی الکتریک مختلط نامیده می شوند و طبق فرمول زیر به یکدیگر ارتباط دارند [1]:

$$\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) \quad (8-1)$$

در رابطه‌ی (8-1)، δ_{ij} تانسور واحد است و طبیعتاً فرض می کنیم که $\omega \neq 0$. اگر محیط غیر جاذب باشد، فرکانس ω و بردار موج \vec{k} کمیت‌های حقیقی هستند. در این حالت تانسور گذردهی دی الکتریک $\varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ هرمیتی است. در محیط‌های جاذب تانسور دی الکتریک غیر هرمیتی است. با بررسی جواب‌های غیر بدیهی معادلات میدان (4-1) هنگامی که چشمه‌های خارجی حضور ندارند و با فرض بستگی میدان به زمان و مکان به صورت امواج هارمونیک تخت تک فرکانسی $\exp(-i\omega t + i\vec{k} \cdot \vec{r})$ می توانیم معادلات (4-1) را به صورت زیر بنویسیم [9 و 1]:

$$(\vec{k} \times \vec{B})_i = -\frac{\omega}{c} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j$$

$$\vec{k} \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{k} \times \vec{E} = \frac{\omega}{c} \vec{B} \quad (9-1)$$

$$k_i \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j = 0$$

با حذف \vec{B} یک دستگاه سه معادله‌ی همگن برای مولفه‌های میدان الکتریکی به صورت زیر بیان می‌شود [9 و 1]:

$$\left(k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \right) E_j(\omega, \vec{k}) = 0 \quad (10-1)$$

جواب‌های غیر بديهی دستگاه معادلات (10-1) هنگامی وجود دارد که معادله‌ی زیر برقرار باشد [9 و 1]:

$$\Lambda(\omega, \vec{k}) = \left| k^2 \delta_{ij} - k_i k_j - \frac{\omega^2}{c^2} \varepsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) \right| = 0 \quad (11-1)$$

معادله‌ی (11-1) دترمینان تانسور ضرایب معادله‌ی (10-1) می‌باشد. معادله‌ی (11-1)، معادله‌ی پاشندگی عمومی نام دارد که ارتباط بین فرکانس ω و بردار موج \vec{k} را بیان می‌کند.

$\omega_n(\vec{k})$ ریشه‌های معادله‌ی پاشندگی (11-1) می‌باشند که در نتیجه‌ی آن، وابستگی میدان الکتریکی به زمان به صورت زیر در می‌آید:

$$\vec{E}(\omega, \vec{k}) \propto \sum_n C_n \exp[-i\omega_n(\vec{k})t], \quad (12-1)$$

یعنی میدان از بر هم نهی امواج تخت با فرکانس‌های تعریف شده به وسیله معادله‌ی (11-1) می‌باشد. به طور کلی $\omega_n(\vec{k})$ ریشه‌های معادله‌ی پاشندگی مختلط هستند. علامت جزء موهومی نشان می‌دهد که دامنه‌ی نوسانات مربوط به فرکانس‌های $Re\{\omega_n(\vec{k})\}$ با زمان، کاهش یا افزایش می‌یابند. هنگامی که سیستم پایدار است همه قسمت‌های موهومی $Im\{\omega_n(\vec{k})\}$ منفی هستند، در

نتیجه همه‌ی جملات معادله‌ی (12-1) با زمان کاهش می‌یابند. کمیت $\delta_n = |Im\{\omega_n(\vec{k})\}|$ کاهندگی میرایی (نرخ میرایش) اختلالات هارمونیک تک فرکانس مربوطه نامیده می‌شود [1].

اگر در میان ریشه‌های معادله‌ی پاشندگی ریشه‌ی $Im\{\omega_n(\vec{k})\} = 0$ وجود داشته باشد، جمله‌ی مربوط به آن در معادله‌ی (12-1) نوسانات طبیعی بلند برد محیط را توصیف می‌کند. اگر چنین ریشه‌ی $Im\{\omega_n(\vec{k})\} > 0$ وجود داشته باشد، مد مربوط به آن با زمان افزایش خواهد یافت و در این حالت محیط ناپایدار است. کمیت $\delta_n = Im\{\omega_n(\vec{k})\}$ ، افزایش نوسانات (نرخ رشد) نامیده می‌شود. البته باید توجه داشته باشیم که وجود ریشه‌هایی با جزء موهومی مثبت یک شرط کافی برای ناپایداری است [9 و 1].

در نتیجه به طور مختصر میرایی یا رشد موج در محیط‌های جاذب (تقویت کننده) به شرح زیر است:

در محیط‌های جاذب ضعیف، بخش پاد هرمیتی تانسور گذردهی دی الکتریک، مسؤل جذب موج، در مقایسه با بخش هرمیتی کوچک است. در نتیجه در معادله‌ی (11-1) جزء هرمیتی در مقایسه با جزء حقیقی کوچک می‌باشد؛ یعنی [9 و 1]:

$$Im\{\Lambda(\omega, \vec{k})\} \ll Re\{\Lambda(\omega, \vec{k})\} \quad (13-1)$$

برای بررسی کردن رفتار میدان موج نسبت به زمان (مسأله‌ی مقدار اولیه)، می‌توانیم جواب‌های تقریبی معادله‌ی (11-1) را به صورت زیر در نظر بگیریم [9 و 1]:

$$\omega \rightarrow \omega(\vec{k}) + i\delta(\vec{k}) \quad (14-1)$$

در رابطه‌ی (14-1)، $\omega(\vec{k})$ ریشه‌های حقیقی معادله‌ی

$$Re\{\Lambda(\omega, \vec{k})\} = 0 \quad (15-1)$$

می‌باشند که مشخص کننده‌ی طیف فرکانس‌های نوسانات است و $\delta(\vec{k})$ از رابطه‌ی زیر به دست می‌آید [1]:

$$\delta(\vec{k}) = -\frac{Im\{\Lambda(\omega, \vec{k})\}}{\frac{\partial}{\partial \omega} Re\{\Lambda(\omega, \vec{k})\}} \quad (16-1)$$

کمیت $\delta(\vec{k})$ کاهندگی میرایی (افزاینده) نوسانات مربوطه می باشد. هنگامی که شرط $\delta(\vec{k}) > 0$ برقرار است، محیط انرژی اش را به موج منتقل می کند و دامنه‌ی نوسانات افزایش می یابد. برای حالت $\delta(\vec{k}) < 0$ ، محیط انرژی موج را جذب کرده و انرژی محیط افزایش می یابد [1].

برای تحلیل میرایی فضایی امواج در یک جهت معین باید معادله‌ی پاشندگی (11-1) را نسبت به $k_\theta(\omega)$ حل کنیم [1]:

$$k_\theta(\omega) = \text{Re}\{k_\theta(\omega)\} + i\text{Im}\{k_\theta(\omega)\} \quad (17-1)$$

که $\text{Re}\{k_\theta(\omega)\}$ ریشه‌های حقیقی معادله‌ی (15-1) است و کمیت زیر [1]:

$$\text{Im}\{k_\theta(\omega)\} = -\frac{\text{Im}\{\Lambda(\omega, \vec{k})\}}{\frac{\partial}{\partial k_\theta} \text{Re}\{\Lambda(\omega, \vec{k})\}} \quad (18-1)$$

میرایی (افزاینده) موج در فضا را نشان می دهد.

2-1- تانسور گذردهی دی الکتریک پلاسمای همگن همسانگرد غیر برخوردار

با دانستن دستگاه معادلات جنبشی برای ذرات باردار، مطالعه‌ی خصوصیات الکترومغناطیسی پلازما امکان پذیر می گردد. در این بخش با ساده‌ترین حالت، یعنی پلاسمایی که از نظر فضایی همگن و همسانگرد است شروع می کنیم. علاوه بر آن از برخورد ذرات در محیط پلازما صرف نظر کرده و از معادله‌ی جنبشی با میدان خود سازگار (معادله‌ی ولاسوف) برای بدست آوردن تانسور گذردهی دی الکتریک پلازما استفاده می کنیم. چنین تقریبی برای توصیف فرایندهایی در مقیاس زمانی که در مقایسه با زمان آزاد میانگین کوتاه اند و یا فرایندهایی که در مقیاس فضایی کوچکتر از مسافت آزاد میانگین می باشند، معتبر است. در این حالت پلازما را همگن، همسانگرد و غیر برخوردار می نامند.

در غیاب میدان‌های مغناطیسی، در پلاسماهای غیر برخوردار که از نظر فضایی همگن و همسانگرد هستند، توابع توزیع ذرات می توانند توابع دلخواهی از اندازه حرکت $\vec{P} = P$ باشند. در نتیجه، در پلاسمای غیر تبهگن فرض می کنیم توزیع ذرات با دمای T_α و چگالی N_α برای ذرات نوع α ماکسولی باشد که به صورت زیر بیان می شود [9 و 1]:

$$f_{0\alpha}(\mathbf{p}) = \mathbf{f}_{M\alpha}(\mathbf{p}) = \frac{N_\alpha}{(2\pi m_\alpha T_\alpha)^{3/2}} \exp\left(-\frac{p_\alpha^2}{2m_\alpha T_\alpha}\right) \quad (19-1)$$

برای تعیین گذردهی دی الکتریک، باید اختلال در تابع توزیع تعادلی $f_{0\alpha}(\mathbf{p})$ ایجاد کنیم. چنین تغییری توسط افت و خیزهای کوچک میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی $\vec{E}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ و $\vec{B}(\vec{\mathbf{r}}, t)$ به وجود می‌آید.

تابع توزیع مختل شده به صورت زیر داده می‌شود [9 و 1]:

$$f_\alpha(\vec{\mathbf{p}}, \vec{\mathbf{r}}, t) = f_{0\alpha}(\mathbf{p}) + \delta f_\alpha(\vec{\mathbf{p}}, \vec{\mathbf{r}}, t) \quad (20-1)$$

و فرض می‌شود که اختلال $\delta f_\alpha(\vec{\mathbf{p}}, \vec{\mathbf{r}}, t)$ و مقادیر میدان‌های اختلالی \vec{E}, \vec{B} کوچک باشند.

با جایگذاری $f_\alpha(\vec{\mathbf{p}}, \vec{\mathbf{r}}, t)$ در معادله‌ی ولاسوف و حذف جملات مرتبه‌ی دوم، معادله‌ی ولاسوف خطی شده برای تابع توزیع مختل شده به صورت زیر بدست می‌آید [9 و 1]:

$$\frac{\partial f_\alpha}{\partial t} + \vec{\mathbf{v}} \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{\mathbf{r}}} + \mathbf{e}_\alpha \left(\vec{\mathbf{E}} + \frac{1}{c} \vec{\mathbf{V}} \times \vec{\mathbf{B}} \right) \frac{\partial f_\alpha}{\partial \vec{\mathbf{p}}} = \mathbf{0}, \quad (\text{معادله‌ی ولاسوف})$$

$$\frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial t} + \vec{\mathbf{v}} \frac{\partial \delta f_\alpha}{\partial \vec{\mathbf{r}}} + \mathbf{e}_\alpha \vec{\mathbf{E}} \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial \vec{\mathbf{p}}} = \mathbf{0}. \quad (21-1)$$

در حالت غیر مختل شده (تعادلی)، پلاسما شبه خنثی است و چگالی‌های جریان و بار حذف شده اند، اما در حالت مختل شده، بارها و جریان‌های القایی در پلاسما توسط میدان‌های \vec{E}, \vec{B} ایجاد می‌شوند که به صورت زیر داده می‌شود [9 و 1]:

$$\rho = \sum_\alpha e_\alpha \int \mathbf{f}_\alpha d\vec{\mathbf{p}} = \sum_\alpha e_\alpha \int \delta f_\alpha d\vec{\mathbf{p}}, \quad (22-1)$$

$$\vec{\mathbf{j}} = \sum_\alpha e_\alpha \int \vec{\mathbf{v}} f_\alpha d\vec{\mathbf{p}} = \sum_\alpha e_\alpha \int \vec{\mathbf{v}} \delta f_\alpha d\vec{\mathbf{p}}.$$

به عبارت دیگر میدان‌های خود سازگار \vec{E}, \vec{B} ، توسط $\vec{\mathbf{j}}$ و ρ با توجه به معادلات ماکسول (4-1) تولید می‌شوند. به دلیل خطی بودن معادله‌ی (21-1) و معادلات میدان، هیچ جفت شدگی بین اختلالات بسط داده شده فوریه وجود ندارد؛ در نتیجه با فرض اینکه فازور، $\exp(-i\omega t + i\mathbf{k} \cdot \vec{\mathbf{r}})$ باشد، جواب معادله‌ی (21-1) به آسانی به صورت زیر به دست می‌آید [9 و 1]:

$$-i\omega\delta f_\alpha + i\vec{V}\cdot\vec{k}\delta f_\alpha + e_\alpha\vec{E}\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\vec{p}} = \mathbf{0}, \quad (23-1)$$

و در نتیجه [1 و 9]:

$$\delta f_\alpha = -\mathbf{i}\frac{e_\alpha\vec{E}\frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial\vec{p}}}{(\omega-\vec{k}\cdot\vec{V})}. \quad (24-1)$$

با جایگذاری مقدار δf_α در معادلات (22-1)، چگالی جریان القایی به صورت زیر بدست می آید [1 و 9]:

$$j_i = -\mathbf{i}\sum_\alpha e_\alpha^2 \int d\vec{p} \left(\frac{V_i E_j \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j}}{\omega-\vec{k}\cdot\vec{V}} \right) \equiv \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) E_j \quad (25-1)$$

که در معادله‌ی بالا تانسور رسانندگی $\sigma_{ij}(\omega, \vec{k})$ عبارت است از:

$$\sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) = -i\sum_\alpha e_\alpha^2 \int d\vec{p} \left(\frac{V_i \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j}}{\omega-\vec{k}\cdot\vec{V}} \right) \quad (26-1)$$

نهایتاً با استفاده از رابطه‌ی بین گذردهی دی الکتریک مختلط و رسانندگی مختلط، رابطه‌ی (8-1)، می‌توان تانسور گذردهی دی الکتریک $\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ را به دست آورده که به صورت زیر بیان می‌شود [1 و 9]:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \delta_{ij} + \frac{4\pi i}{\omega} \sigma_{ij}(\omega, \vec{k}) = \delta_{ij} + \sum_\alpha \frac{4\pi e_\alpha^2}{\omega} \int d\vec{p} \left(\frac{V_i}{\omega-\vec{k}\cdot\vec{V}} \right) \frac{\partial f_{0\alpha}}{\partial p_j} \quad (27-1)$$

در معادله‌های (25-1) تا (27-1) جمع اندیس روی همه‌ی نمونه‌های ذرات باردار بسته می‌شود. در پلاسمای غیر برخوردار به طور واضح ذرات خنثی در پدیده‌های الکترومغناطیسی سهیم نیستند. برای یک پلاسمای همسانگرد، تانسور گذردهی دی الکتریک $\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k})$ به صورت زیر نوشته میشود [1 و 9]:

$$\epsilon_{ij}(\omega, \vec{k}) = \left(\delta_{ij} - \frac{k_i k_j}{k^2} \right) \epsilon^{tr}(\omega, \vec{k}) + \frac{k_i k_j}{k^2} \epsilon^{lo}(\omega, \vec{k}), \quad (28-1)$$

که در رابطه‌ی فوق [1 و 9]: