

دانشگاه فردوسی مشهد
دانشکده مهندسی

عنوان پایان نامه:

حل عددی جریان دو بعدی مغشوش گذر صوتی بین پره‌های ثابت
توربین با روش تداخلی غیرلزج-لزج

مؤلف:

محمد جعفری راد

ارائه شده جهت اخذ درجه کارشناسی ارشد در رشته مکانیک گرایش
تبدیل انرژی

استاد راهنما:

دکتر محمدرضا مه‌پیکر

بهار ۱۳۹۰

پایان نامه حاضر تحت عنوان حل عددی جریان دو بعدی مغشوش گذر صوتی بین پره‌های ثابت

توربین با روش تداخلی غیرلزج-لزج که توسط محمد جعفری راد تهیه و به هیات داوران ارائه گردیده

است مورد تایید کمیته تحصیلات تکمیلی گروه می‌باشد.

تاریخ دفاع: ۱۸۹۰/۰۲/۱۸ نمره: ۱۸/۵۰ درجه ارزشیابی: بسیار خوب

اعضاء هیات داوران:

نام و نام خانوادگی	هیات داوران	مرتبه علمی	امضاء
۱. دکتر محمدرضا مه‌پیکر	استاد راهنما	استاد	
۲. دکتر محمدحسن جوارشکیان	استاد دفاع	دانشیار	
۳. دکتر علیرضا تیمورتاش	استاد دفاع	استادیار	

تأییدیه

گواهی می‌شود که این پایان‌نامه تاکنون برای احراز یک درجه علمی ارائه نشده است و تمامی مطالب آن به جز مواردی که نام مرجع آورده شده است، نتیجه کار پژوهشی دانشجو می‌باشد.

دانشجو: محمد جعفری راد امضا تاریخ

استاد راهنما: دکتر محمدرضا مه‌پیکر امضا تاریخ

نخست

پروردگار

را شاکرم که در تمامی محظرات زندگی، لطف بی پایان و رحمت و احسن شامل حال من بوده و هست،

و پس

تقدیم به آنان که

توانشان رفت تا توانا شوم؛

مویشان سپید گشت تا رو سپید بانم؛

راستی قائم در شکستی قاتشان تجلی یافت؛

آنانکه شادیشان سرمایه جاودانی من است؛

با قلبی مملو از عشق، محبت و خلوص تقدیم می دارم به

پدر صبور و مادر مهربانم؛

و، همچنین تقدیم به دو خواهر عزیزم که

موفقیت و کامیابیشان آرزوی من است.

برترین علم آن است که در اعمال و رفتار عیان شود.

امام علی (ع)

مشکر و قدردانی

اکنون که به حول و قوه الهی، توفیق نگارش و اتمام رساله خود را پیدا کرده‌ام بر خود لازم می‌دانم تا از رهنمودها و حکم‌های استاد گرانقدر، جناب آقای دکتر مہ‌پیکر که همواره با خوشرویی و ممانعت از اینجانب استقبال نموده و در این راه مرایاری نموده‌اند، نهایت تشکر و قدردانی را به عمل آورم.

محمد جعفری راد

بهار ۱۳۹۰

فهرست مطالب:

۱- فصل اول: لایه مرزی آرام و آشفته.....	۱
مقدمه.....	۲
الف- لایه مرزی در ناحیه آرام به روش سویت.....	۴
۱-۱ مقدمه.....	۴
۲-۱ روش به دست آوردن معادلات.....	۵
۳-۱ توزیع سرعت های مختلف در لایه مرزی آرام.....	۵
۴-۱ روش حل معادلات لایه مرزی در ناحیه آرام.....	۶
۱-۴-۱ توابع $l(m)$ و $H(m)$	۶
۲-۴-۱ توابع نهایی انتگرال.....	۸
۵-۱ ساده ترین روش.....	۸
ب- لایه مرزی در ناحیه آشفته.....	۱۱
۶-۱ روش گرین با معادله دیفرانسیلی.....	۱۱
۱-۶-۱ معادلات اصلی.....	۱۲
۲-۶-۱ معادلات کمکی.....	۱۳
۳-۶-۱ جریان های تعادلی.....	۱۴
۷-۱ روش گرین با معادله جبری.....	۱۵
۱-۷-۱ مقدمه.....	۱۵
۲-۷-۱ روشی برای محاسبه جریان تراکم پذیر.....	۱۵
۸-۱ محاسبه پارامترهای مورد نیاز از حل غیرلزج.....	۱۸
۲- فصل دوم: مروری بر روش های عددی توربوماشین ها.....	۲۰
۱-۲ مقدمه.....	۲۱
۲-۲ تقریب ها و خطاها.....	۲۱
۳-۲ روش تایم مارچینگ.....	۲۲
۱-۳-۲ ویژگی های روش تایم مارچینگ.....	۲۲
۲-۳-۲ دسته بندی روش های تایم مارچینگ.....	۲۳

۲۳.....	۴-۲	تایم مارچینگ بر مبنای نظریه دنتون.....
۲۳.....	۵-۲	شیکه.....
۲۶.....	۶-۲	معادلات اولر بر مبنای روش حجم محدود.....
۲۷.....	۷-۲	طرح های مختلف روش تایم مارچینگ بر مبنای روش حجم محدود دنتون.....
۲۸.....	۱-۷-۲	طرح B
۲۹.....	۲-۷-۲	طرح C
۲۹.....	۸-۲	روش حل معادلات اولر با طرح C دنتون.....
۳۰.....	۱-۸-۲	معادلات عمومی بقاء.....
۳۱.....	۲-۸-۲	حدس اولیه برای خواص جریان غیرلزج در شبکه محاسباتی.....
۳۲.....	۳-۸-۲	مراحل حل روش حجم محدود دنتون.....
۳۶.....	۹-۲	شرایط مرزی.....
۳۶.....	۱-۹-۲	صفحه ورودی.....
۳۶.....	۲-۹-۲	صفحه خروجی.....
۳۶.....	۳-۹-۲	مرز جامد (سطح صلب).....
۳۷.....	۴-۹-۲	المان های مشابه.....
۳۷.....	۵-۹-۲	شرایط ورودی.....
۳۷.....	۱۰-۲	پایداری و همگرایی حل.....
۳۸.....	۱۱-۲	اثر پارامتر هموارکننده و تخفیف.....
۳۸.....	۱-۱۱-۲	نقش پارامتر عددی SF
۳۹.....	۲-۱۱-۲	نقش پارامتر عددی FT
۴۰.....	۱۲-۲	فلوچارت برنامه کامپیوتری.....
۴۱.....	۳-۲	فصل سوم: تداخل حل غیرلزج و حل لزج.....
۴۲.....	۱-۳	مقدمه.....
۴۲.....	۲-۳	بررسی و شناخت جریان.....
۴۳.....	۳-۳	مراحل مقدماتی حل لزج جریان.....
۴۳.....	۴-۳	نحوه استفاده از ضرایب هموارکننده.....
۴۴.....	۵-۳	حل لزج در لایه مرزی.....

۴۵.....	۶-۳	روش تاثیر گذاری حل غیرلزج و لزج.....
۴۶.....	۷-۳	الگوریتم حل تداخلی غیرلزج-لزج جریان.....
۵۰.....	۴-۴	فصل چهارم: ارائه و بررسی نتایج.....
۵۱.....	۱-۴	مقدمه.....
۵۲.....	۲-۴	اصطلاحات.....
۵۲.....	۳-۴	نتایج تجربی.....
۵۵.....	۴-۴	نتایج حل غیرلزج میدان جریان.....
۶۳.....	۵-۴	بررسی صحت نتایج.....
۶۳.....	۱-۵-۴	صفحه تخت.....
۶۴.....	۲-۵-۴	نتایج تجربی داخل پره ثابت توربین.....
۶۵.....	۳-۵-۴	مقایسه نتایج داخل کسکید با نتایج مایکلاسی.....
۶۶.....	۶-۴	نتایج حل تداخلی غیرلزج-لزج.....
۶۶.....	۱-۶-۴	توزیع عدد ماخ و نسبت فشار.....
۶۹.....	۲-۶-۴	محاسبه پارامترهای لایه مرزی آرام و آشفته.....
۷۹.....	۳-۶-۴	مقایسه نتایج حل عددی غیرلزج و حل تداخلی غیرلزج-لزج.....
۸۴.....	۴-۶-۴	مقایسه پارامترهای لایه مرزی روی سطح مکش و فشار.....
۸۸.....	۷-۴	نتیجه گیری.....
۸۹.....	۸-۴	پیشنهادات جهت ادامه کار.....
۹۰.....	مراجع	

علائم اختصاری:

لبه جلویی پره	$L.E.$	سرعت صوت	C
لبه انتهایی پره	$T.E.$	سرعت سکون صوت	C_0
پارامتر حل در روش سویت	m	فاکتور تصحیح کننده	$Corf$
اندیس های به کار رفته در جهات x, y	M, N	فاکتور تصحیح کننده	CF_1
فشار سکون	P_0	گرمای ویژه در فشار ثابت	C_P
فشار استاتیک	P	گرمای ویژه در حجم ثابت	C_θ
فشار در ورودی سیال	P_{01}, P_{0in}	طول وتر پره	$XChord$
ثابت جهانی	R	درصد تغییرات P_0 در شبکه	DP_0
ضریب رهایی	R_f	بردار عمود بر سطح	dA
ضرایب هموار کننده در جهت x, y	SF_y, SF_x	تصویر وجوه المان در جهت x	dA_x, dS_x
زمان	t	تصویر وجوه المان در جهت y	dA_y, dS_y
پله زمانی	δt	انرژی داخلی بر واحد حجم	e
دما	T	انرژی داخلی کلی بر واحد حجم	e_0
دمای سکون	T_0	انرژی داخلی	E
دمای آیزنتروپیک	T_s	فاکتورهای تصحیح پله زمانی	F_t
سرعت سیال روی مرز لایه مرزی	U_∞	آنتالپی	h
تغییرات سرعت سیال روی مرز لایه مرزی	U'_∞	آنتالپی سکون	h_0
سرعت در جهت x	u, V_x	اندیس در جهت y	i, I
سرعت در جهت y	v, V_y	تعداد تقسیمات در امتداد y	I_M
سرعت در جهت x در پله زمانی	V_x^{new}	اندیس در جهت x	j, J
فاصله دو گره در جهت x	Δx	تعداد تقسیمات در امتداد x	J_M
فاصله دو گره در جهت y	Δy	سرعت در جهت x در پله زمانی قبل	V_x^{old}
فاصله دو گره روی سطح پره	ΔS	حجم	V
شعاع انحناء روی پره	r	حجم یک المان شبکه	δV
عدد ماخ	M	ضریب تنش برشی	CT
ضریب اصطکاک سطحی	C_f	عدد رینولدز بر حسب ضخامت مومنتوم	R_θ
ضریب درگ	C_D		$H(m)$
	F_c	ضریب شکل پروفیل سرعت	$H_1(m)$
ضریب دمایی	F_R		$\bar{H}(m)$
		ضریب اینترینمنت	C_E

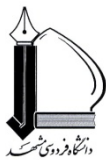
علائم یونانی:

پارامتر توزیع سرعت	λ	چگالی	ρ
ویسکوزیته سینماتیکی	ϑ	تغییرات چگالی	$\Delta\rho$
ویسکوزیته دینامیکی	μ	نسبت گرمای ویژه	γ
نشانه جمع روی وجوه المان	Σ	ضریب تصحیح	α
ضخامت دبی جرمی	Δ	ضخامت جابجایی	δ^*
تنش برشی	τ_w	ضخامت مومنتوم	θ
ضخامت لایه مرزی	δ	ضخامت مومنتوم کاذب	ϕ

فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ نمایش ضخامت جابجایی و مومنتوم ۳
- شکل ۱-۲ نمای عمومی شبکه مورد استفاده ۲۴
- شکل ۲-۲ نمای واقعی شبکه مورد استفاده ۱۱۵*۱۲ ۲۴
- شکل ۳-۲ یک المان عمومی از شکل مورد استفاده ۲۵
- شکل ۴-۲ نواحی ورودی و خروجی پره (کاسپ) ۲۵
- شکل ۵-۲ نمایش شار ورودی و خروجی روی المان $ABCD$ ۲۷
- شکل ۱-۳ روش مستقیم کوپله کردن لایه مرزی ۴۵
- شکل ۲-۳ فلوجارت حل تداخلی غیرلزج-لزج ۴۶
- شکل ۱-۴ شبکه ۱۱۵*۱۲ استفاده شده ۵۲
- شکل ۲-۴ مقایسه داده های تجربی و عددی روی سطح مکش در شرایط یکسان ۵۳
- شکل ۳-۴ مقایسه داده های تجربی و عددی روی سطح میانی در شرایط یکسان ۵۴
- شکل ۴-۴ مقایسه داده های تجربی و عددی روی سطح فشار در شرایط یکسان ۵۴
- شکل ۵-۴ نمودار عدد ماخ روی سطوح فشار، میانی و مکش (حل غیر لزج) ۵۶
- شکل ۶-۴ کانتور عدد ماخ بین دو پره (حل غیر لزج) ۵۶
- شکل ۷-۴ نمودار P/P_{0in} روی سطوح فشار، مکش و میانی (حل غیر لزج) ۵۷
- شکل ۸-۴ کانتور نسبت فشار به فشار ورودی (P/P_{0in}) بین دو پره (حل غیر لزج) ۵۷
- شکل ۹-۴ نمودار P/P_{0in} روی سطوح فشار، مکش و میانی در قسمت انتهایی پره (حل غیر لزج) ۵۸
- شکل ۱۰-۴ نمودار عدد ماخ روی سطوح فشار، میانی و مکش در انتهای پره (حل غیر لزج) ۵۹
- شکل ۱۱-۴ نمایش خطوط جریان بین دو پره در جریان غیر لزج ۵۹
- شکل ۱۲-۴ خطوط ماخ ثابت در میدان جریان ۶۰
- شکل ۱۳-۴ خطوط هم فشار در میدان جریان ۶۱
- شکل ۱۴-۴ خطوط هم فشار در ابتدای پره ۶۲
- شکل ۱۵-۴ خطوط هم فشار در انتهای پره ۶۲
- شکل ۱۶-۴ مقایسه ضخامت لایه مرزی جریان آشفته در روش گرین و پرانتل ۶۴
- شکل ۱۷-۴ مقایسه جواب های حل لزج با داده های تجربی روی سطح مکش ۶۴
- شکل ۱۸-۴ توزیع نسبت ضخامت لایه مرزی به فاصله دو پره روی سطح مکش (توسط مایکلاسی) ۶۵
- شکل ۱۹-۴ توزیع نسبت لایه مرزی به فاصله دو پره روی سطح مکش (معادله جبری گرین) ۶۵
- شکل ۲۰-۴ توزیع ماخ در سطح مکش، فشار و خط میانی (حل تداخلی) ۶۶

- شکل ۴-۲۱ توزیع P/P_{0in} در سطح مکش، فشار و خط میانی (حل تداخلی) ۶۶
- شکل ۴-۲۲ مقایسه توزیع ماخ به دست آمده از حل غیرلزج و لزج در سطح مکش و فشار ۶۷
- شکل ۴-۲۳ مقایسه توزیع عدد ماخ در انتهای پره ۶۷
- شکل ۴-۲۴ مقایسه توزیع P/P_{0in} به دست آمده از حل غیر لزج و لزج در سطح مکش و فشار ۶۸
- شکل ۴-۲۵ مقایسه توزیع P/P_{0in} در انتهای پره ۶۸
- شکل ۴-۲۶ توزیع ضریب شکل (H) در سطح مکش ۷۰
- شکل ۴-۲۷ توزیع ضخامت جابجایی در سطح مکش ۷۰
- شکل ۴-۲۸ توزیع ضخامت مومنتوم روی سطح مکش ۷۰
- شکل ۴-۲۹ توزیع $Re\theta$ روی سطح مکش ۷۱
- شکل ۴-۳۰ توزیع ضریب اصطکاک سطحی روی سطح مکش ۷۱
- شکل ۴-۳۱ توزیع Rex روی سطح مکش ۷۱
- شکل ۴-۳۲ توزیع پارامتر شکل (H) روی سطح فشار ۷۵
- شکل ۴-۳۳ توزیع ضخامت جابجایی روی سطح فشار ۷۵
- شکل ۴-۳۴ توزیع ضخامت مومنتوم روی سطح فشار ۷۵
- شکل ۴-۳۵ توزیع $Re\theta$ روی سطح فشار ۷۶
- شکل ۴-۳۶ توزیع ضریب اصطکاک سطحی روی سطح فشار ۷۶
- شکل ۴-۳۷ توزیع Rex روی سطح فشار ۷۶
- شکل ۴-۳۸ مقایسه توزیع ضریب شکل (H) در سطح مکش و فشار ۸۵
- شکل ۴-۳۹ مقایسه توزیع ضخامت جابجایی در سطح مکش و فشار ۸۵
- شکل ۴-۴۰ مقایسه توزیع ضخامت مومنتوم در سطح مکش و فشار ۸۵
- شکل ۴-۴۱ مقایسه توزیع $Re\theta$ در سطح مکش و فشار ۸۶
- شکل ۴-۴۲ مقایسه توزیع ضریب اصطکاک سطحی در سطح مکش و فشار ۸۶
- شکل ۴-۴۳ مقایسه توزیع Rex در سطح مکش و فشار ۸۶



فرم چکیده پایان نامه تحصیلی دوره تحصیلات تکمیلی	دفتر مدیریت تحصیلات تکمیلی
نام خانوادگی دانشجو: جعفری راد	نام: محمد
استاد راهنما: دکتر محمدرضا مه پیکر	
دانشکده: مهندسی	رشته: مکانیک
گرایش: تبدیل انرژی	
مقطع: کارشناسی ارشد	
تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۰۲/۱۸	تعداد صفحات: ۹۱
عنوان پایان نامه: حل عددی جریان دو بعدی مغشوش گذر صوتی بین پره های ثابت توربین با روش تداخلی غیرلزج-لزج	
واژه های کلیدی: مافوق صوت- توربین- تداخلی غیرلزج-لزج- آشفته- ضخامت جابجایی- لایه مرزی	

چکیده

تحقیق حاضر به بررسی جریان دو بعدی بین پره های ثابت توربین، با استفاده از یک تکنیک منطقه ای می پردازد. تکنیک استفاده شده، روش تداخلی غیرلزج-لزج می باشد. در این روش، میدان جریان به دو ناحیه غیرلزج و لزج شامل رژیم های آرام و مغشوش تقسیم می شود. ناحیه غیر لزج همان میدان اصلی جریان در بین پره های توربین در نظر گرفته می شود و ناحیه لزج لایه مرزی نزدیک جداره پره ها می باشد که با توجه به کاهش فشار در توربین ها، ضخامت این ناحیه کم می باشد. با این تکنیک می توان برای ناحیه اصلی از معادلات اویلر و برای ناحیه لزج از فرم خاصی از معادلات نویر استوکس (آرام و مغشوش)، استفاده کرد و از حل کامل معادلات نویر استوکس برای کل میدان جریان که باعث صرف هزینه و زمان بیشتر محاسبات می شود، اجتناب ورزید.

در این تحقیق از روش تحلیلی سویت برای محاسبه پارامترهای لایه مرزی آرام و از روش تحلیلی گرین (دو معادله دیفرانسیلی و یک معادله جبری) برای محاسبه پارامترهای لایه مرزی مغشوش از جمله، ضخامت جابجایی و ضخامت مومنتوم استفاده می شود. پس از محاسبه ضخامت جابجایی لایه مرزی در هر رژیم که به معنای ضخامت جرم از دست رفته می باشد، این مقدار در روش تداخلی غیرلزج-لزج به هندسه اولیه پره ها اضافه شده که عملاً باعث تنگ تر شدن مسیر جریان به میزان محدودی می شود. در مرحله بعد روش عددی حجم محدود دنتون که براساس حل معادلات اویلر می باشد، کل جریان را حل می کند. با توجه به داشتن توزیع خواص جریان روی سطوح پره ها (از حل عددی غیر لزج پره ها) می توان مجدداً ضخامت جابجایی لایه مرزی را محاسبه و با مقدار قبلی مقایسه کرد. با تکرار این عملیات و نزدیک شدن حل ها با یکدیگر، همگرایی لازم محقق می شود و نتیجتاً تأثیر لزجت در حل غیرلزج به گونه ای پدیدار می شود. نتایج نشان می دهد که با استفاده از تکنیک حل غیرلزج-لزج می توان تأثیر لایه مرزی را لحاظ نمود و چون مقدار ضخامت این ناحیه لزج محدود می باشد، نیازی به حل کامل معادلات نویر استوکس در کل میدان جریان نمی باشد. لذا نتایج حل عددی معادلات اویلر می تواند با این روش بهبود یابد و حجم محاسبات هم با رعایت دقت لازم به میزان قابل توجهی کاهش می یابد.

امضای استاد راهنما

پیش گفتار

جریان پایدار سیال در توربوماشین‌ها^۱، یکی از پیچیده ترین انواع جریان در کاربردهای مهندسی و دینامیک سیالات است. این جریان عمدتاً سه بعدی بوده و از مشخصه های آن می توان به تراکم پذیر بودن^۲ یا تراکم ناپذیری^۳ جریان، تک فاز یا دو فاز بودن سیال و نیز صوتی، مادون صوت و یا مافوق صوت بودن این نوع جریان اشاره کرد. رژیم جریان در توربوماشین‌ها به سه دسته آرام^۴، گذرا^۵ و درهم تقسیم بندی می شود که امکان وقوع پدیده جدایش نیز در آن وجود دارد. همچنین وجود نواحی لزج و درهم، وجود گرادیان فشار در همه جهات، چرخش، شوک، وجود لایه مرزی و اثرات آن، انتقال حرارت و تاثیر و تداخل لایه مرزی از دیگر مسائلی است که در این زمینه وجود دارد و بر پیچیدگی مطالعه و تحلیل این جریانها می افزاید. شکل ۱ جریان مافوق صوت را در داخل پره‌های ثابت توربین به عنوان نمونه نشان می دهد.

پارامترهای زیادی در توربوماشین‌ها موثر هستند که از آن جمله می توان به عدد رینولدز، عدد ماخ، عدد چرخش، عدد پراتل، عدد اکرت، ضریب توما (کاویتاسیون)، زاویه برخورد سیال و نیز پارامترهای هندسی از قبیل کمبر پره، وضعیت قرار گرفتن ردیف پره‌ها، تغییرات ضخامت پره از پایین تا بالا و از لبه جلویی پره تا لبه انتهایی آن، شکل هندسی پره و نظایر آن اشاره کرد [۱].

با توجه به موارد فوق، روشن است که حل تحلیلی و دقیق جریان برای اکثر توربوماشین‌ها بسیار دشوار است. به همین منظور در محاسبات جریان در توربوماشین‌ها از روش‌های دینامیک سیالات محاسباتی استفاده می کنند. در روشهای عددی برای توربوماشین‌ها معادلات حاکم مشابه به همراه برخی روابط تجربی برای هر حالت خاص وجود دارد.

کارهای ارزشمندی در زمینه روش‌های عددی جریان پایدار در توربوماشین‌ها انجام شده است. دنتون با فرض آدیاباتیک و غیرلزج بودن جریان از معادلات اولر استفاده کرده و با کمک روش تایم مارچینگ با طرح‌های مختلف توانسته است تا نحوه توزیع متغیرهای جریان مابین پره‌های برخی از توربوماشین‌ها را به دست آورد. اما فرض غیر لزج بودن سیال، کاملاً صادق نیست و نمی تواند تلفات در طول پره را محاسبه کند که علت آن وجود لایه مرزی نازکی روی پره‌ها است. برای بررسی اثر لزجت روی دیواره‌ها روش‌های مختلفی وجود دارد. راه اول حل مستقیم معادلات ناویر استوکس برای جریان تراکم-

¹Turbo Machinery

²Compressible

³Incompressible

⁴Laminar

⁵Transient

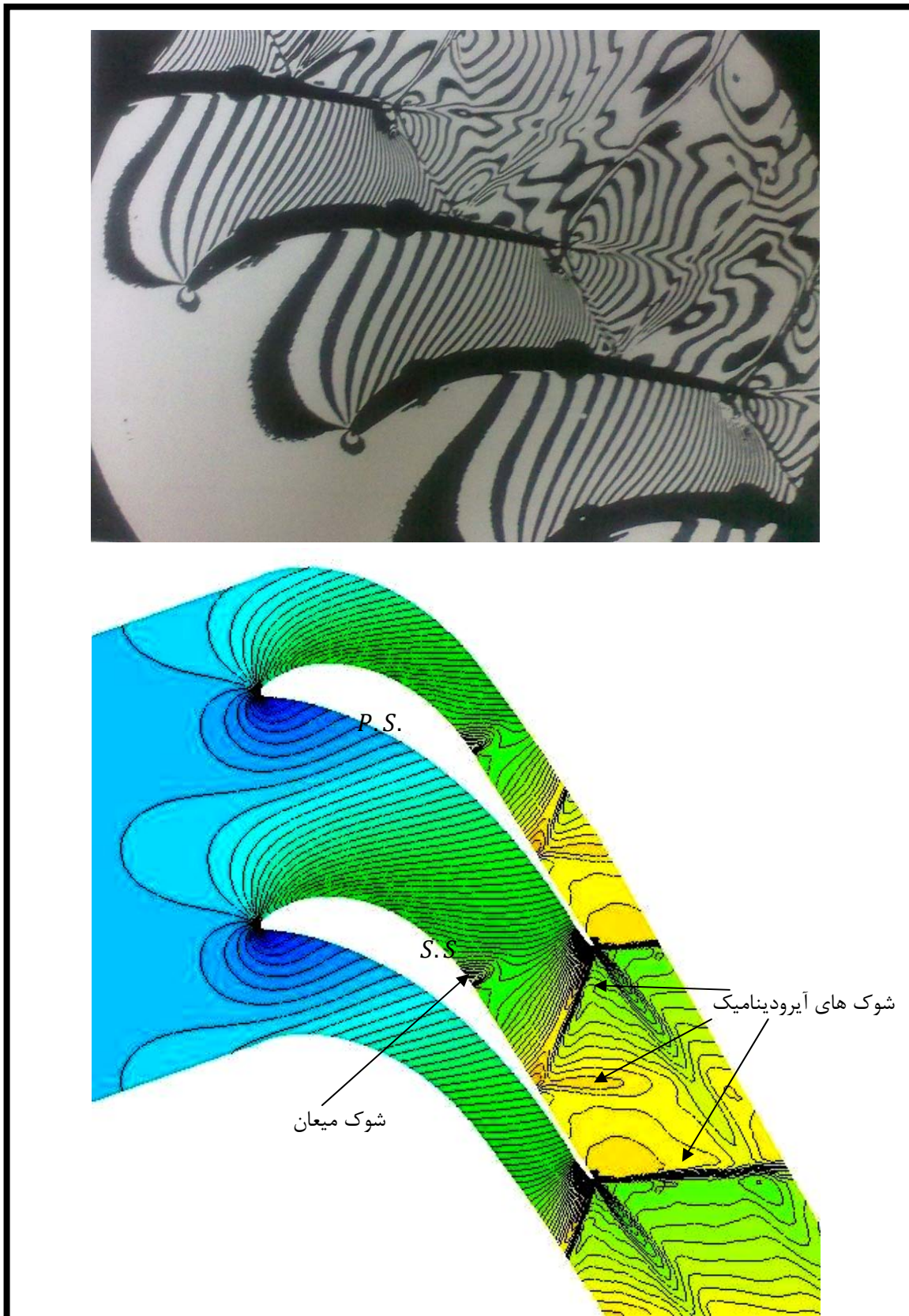
پذیر بین دو پره می‌باشد، که همان طور که گفته شد، با توجه به پیچیدگی زیاد جریان در بین دو پره این مسئله نیازمند صرف هزینه و وقت فراوان می‌باشد که با توجه به ضخامت کم لایه مرزی در توربین‌ها توجیه ندارد. در این روش معادلات نویر استوکس به طور مستقیم حل می‌شود و توزیع پارامترهای مورد نیاز در بین دو پره مشخص می‌گردد. معادلات نویر استوکس خود دارای پیچیدگی بوده و حل برای جریان قابل تراکم این پیچیدگی را نیز افزایش می‌دهد. به عنوان مثال در مراجع [۲-۵] به حل کامل معادلات نویر استوکس پرداخته شده است. راه دوم استفاده از روش پیشنهادی کلورت^۱ می‌باشد [۶]. در این روش جریان بین دو پره به صورت غیر لزج حل می‌شود و توزیع پارامترهای مربوطه در فضای بین دو پره محاسبه می‌شود. برای اعمال اثر لزجت دیواره‌ها، با استفاده از داده‌های بدست آمده از حل غیر لزج، ضخامت جابجایی^۲ روی سطوح مکش و فشار محاسبه شده و این ضخامت جابجایی، از سطح مقطع مربوطه کم می‌شود و جریان مجدداً با سطح مقطع جدید و به صورت غیر لزج حل می‌گردد. برای محاسبه‌ی ضخامت مومنتوم، ناحیه حل به دو قسمت آرام و آشفته تقسیم می‌شود. در ناحیه آرام از معادلات انتگرالی سویت و در ناحیه‌ی آشفته از معادلات پیشنهادی گرین^۳ (دو معادله دیفرانسیلی و یک معادله جبری) استفاده می‌شود. معادلات سویت مربوط به ناحیه آرام، توسط آقای کمالی حل شده و معادلات گرین مربوط به ناحیه آشفته، در این تحقیق مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این تحقیق پس از معرفی روش‌های حل معادلات جریان غیر لزج و معادلات لایه مرزی، ابتداً به حل غیر لزج جریان بین دو پره تا پره پرداخته می‌شود و سپس با استفاده از حل انتگرالی معادلات لایه مرزی، اثرات لایه مرزی در جریان اصلی وارد شده و پارامترهای لایه مرزی و افت‌های حاصله محاسبه گردد. لازم به ذکر است که در روش-های تحلیلی جریان غیرلزج مانند جریان غیرلزج دو فازی بخار به مایع، با توجه به پیچیدگی محاسبات می‌توان اثر لزجت یا لایه مرزی را از طریق محاسبه ضخامت جابجایی و اعمال آن در هندسه جریان، لحاظ نمود.

علاوه بر روش‌های بیان شده، مطالعات تجربی دیگری توسط [۷-۱۰] انجام گرفته است.

¹ Calvert

² Boundary layer thickness

³ Green



شکل ۱- نمایش شوک های ایجاد شده بین دو پره ثابت توربین

فصل اول:

لایه مرزی آرام و آشفته (به روش تحلیلی)

مقدمه

تا سال ۱۹۴۰ که پранتل^۱ مشاهده کرد در نزدیک دیواره لایه نازکی وجود دارد که به نظر می‌رسد به سطح چسبیده است و سرعت در امتداد سطح در این لایه از صفر در جداره تا سرعت سیال آزاد، به سرعت تغییر می‌کند، هیچ روش دیگری برای دخالت دادن اثرات لزجت بر روی حرکت سیال وجود نداشت. پранتل این لایه سیال را لایه مرزی نامید و معادله جریان در این لایه را با فرض ثابت بودن فشار در امتداد عمود بر سطح، از معادلات نویر استوکس^۲ به دست آورد.

معادله جریان پایدار دو بعدی لزج سیال تراکم پذیر لایه مرزی که با کمک تقریب‌های پранتل از معادلات نویر استوکس به دست آمده بیانگر مسئله‌ای است که در حالت کلی با ریاضیات کاربردی سر و کار دارد. روش‌های حل این معادله معمولاً به دو دسته تقسیم می‌شوند. دسته‌ی اول با معادلات پاره‌ای سرو کار دارند، دسته‌ی دوم از معادلات انتگرالی لایه مرزی استفاده می‌کنند که در هر روش برای جریان‌های خاص می‌توان حل تحلیلی به دست آورد. لازم به ذکر است که این دو دسته معادلات معمولاً با روش‌های عددی حل می‌شوند. روش‌های تقریبی متعددی با دقت‌های مختلف برای حالات مختلف به منظور محاسبه سریع خواص اصلی جریان لایه مرزی با معلوم بودن توزیع فشار در طول سطح دیواره مورد استفاده قرار می‌گیرد. این قبیل روش‌ها معمولاً به طور تقریبی توزیع سرعت در لایه مرزی را با یکی از خانواده‌های شناخته شده، توزیع سرعت نشان می‌دهند و در اغلب آنها از معادلات فون کارمن^۳ استفاده شده است.

تمامی توزیع سرعت‌های شناخته شده از حل‌های دقیق و تقریبی در مرجع [۱۱] جمع آوری شده و به گونه‌ای با یکدیگر مقایسه شده است که به وضوح توانائی‌ها و محدودیت‌های آنها را وقتی به عنوان اساس روش‌های تقریبی استفاده می‌شوند، مشخص می‌سازد. این مقایسه نشان می‌دهد که یک روش تقریبی می‌تواند مقادیر دقیق بیشتر خواص مهم جریان را به دست آورد و یک روش محاسباتی به دست می‌آید. معادله مومنوم، اساس ساختار این روش می‌باشد. اما برای محاسبات نهایی نیازی به این معادله نمی‌باشد. این روش همانطور که نشان داده می‌شود، نتایج خوبی را به دست آورده و در کاربرد، ساده و سریع می‌باشد و می‌تواند در نواحی افزایش فشار، با اعتماد کامل به کار گرفته شود، به خصوص ناحیه جدایی جریان^۴ را با دقت خوبی پیش بینی می‌کند.

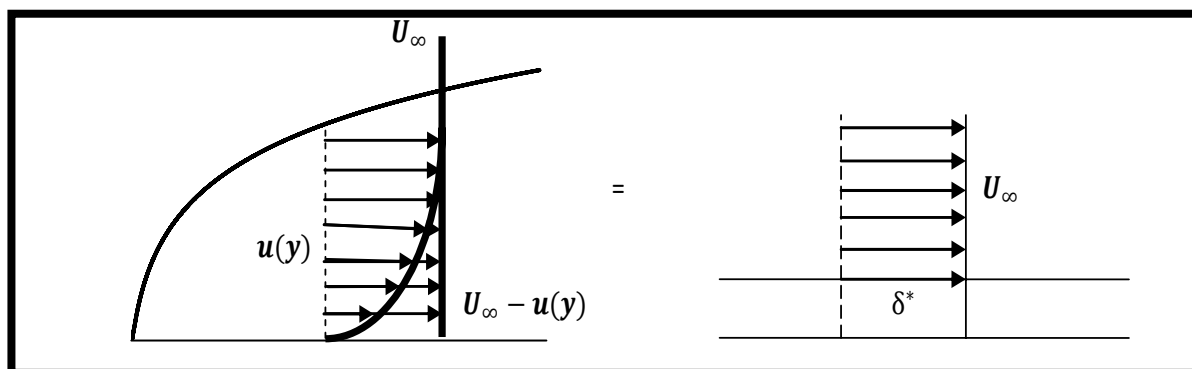
¹ Prandtl

² Navier Stokes

³ Von Karman

⁴ Separation

برای اعمال اثر لزجت دیواره ها از ضخامت مومنتوم استفاده می شود. همانطور که در شکل ۱-۱ نشان داده شده است، یکی از اثرات لایه مرزی، جابجایی کوچک و محدود خطوط جریان خارجی از لایه مرزی می باشد. خطوط جریان باید به اندازه $\delta(x)$ به سمت خارج منحرف شوند تا اصل بقای مومنتوم و جرم بین جریان های ورودی و خروجی ارضا گردد [۱۲].



شکل ۱-۱ نمایش ضخامت جابجایی و مومنتوم

ضخامت جابجایی:

$$\int_0^{\delta} (U_{\infty} - u(y)) dy = \delta^* \times U_{\infty}$$

ضخامت مومنتوم:

$$\int_0^{\delta} u(y) \times (U_{\infty} - u(y)) dy = \theta \times U_{\infty}^2$$

مقدار δ^* ضخامت جابجایی و مقدار θ ضخامت مومنتوم نامیده می شود.

با توجه به روابط فوق، با معلوم بودن δ^* می توان مقدار آن را در هر نقطه، از سطح مقطع مربوط کم کرده و به این صورت لزجت حاصل از دیواره ها را به صورت غیر مستقیم به منطقه حل اضافه کرد. در قسمت ناحیه آرام از روابط پیشنهادی سویت و در ناحیه آشفته از روابط گرین استفاده شده است که در ادامه به آن ها پرداخته شده است.

الف - لایه مرزی در ناحیه آرام به روش سویت

۱-۱ مقدمه

معادله پرانتل جریان پایدار دو بعدی سیال در لایه مرزی به صورت زیر می‌باشد [۱۳، ۱۴]:

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} = U_{\infty} U'_{\infty} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \quad (1-1)$$

u و v مولفه‌های سرعت در جهات x و y مختصات کارتزین می‌باشند و U_{∞} سرعت جریان در

خارج لایه مرزی بوده و $y = 0$ مرز جامد می‌باشد و ν لزجت سینماتیکی می‌باشد. اگر از معادله فوق از

$y = 0$ تا $y = \infty$ انتگرال گرفته شود، با استفاده از معادله پیوستگی، معادله مومنتموم به فرم انتگرالی به

دست می‌آید. از ضرب کردن معادله پیوستگی در u و جمع کردن آن با معادله (۱-۱)، معادله‌ی زیر

حاصل می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dx} + \frac{U'_{\infty}}{U_{\infty}} \theta \left(2 + \frac{\delta^*}{\theta} \right) = \frac{\nu}{U_{\infty}^2} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0}$$

که در آن θ و δ^* از روابط زیر به دست می‌آیند.

ضخامت مومنتموم (از دست رفته):

$$\theta = \int_0^{\delta} \frac{u}{U_{\infty}} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}} \right) dy$$

ضخامت جابجایی (از دست رفته):

$$\delta^* = \int_0^{\delta} \left(1 - \frac{u}{U_{\infty}} \right) dy$$

و با توجه به اینکه $H = \frac{\delta^*}{\theta}$ ضریب شکل^۱ لایه مرزی می‌باشد، معادله‌ی زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{d\theta}{dx} = -(H + 2) \frac{U'_{\infty}}{U_{\infty}} \theta + \frac{\nu}{U_{\infty}^2} \frac{\partial u}{\partial y} \Big|_{y=0} \quad (2-1)$$

در معادله جریان (۱-۱) وقتی که $y = 0$ می‌شود رابطه زیر به دست می‌آید.

$$0 = U_{\infty} U'_{\infty} + \nu \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \Big|_{y=0} \quad (3-1)$$

^۱ Shape factor