دانشگاه فردوسی مشهد
دانشکده علوم ریاضی- گروه آمار

مفاهیمی از اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها در توزیع های طول عمر گسسته

«ارائه شده جهت اخذ درجه دکتری آمار»

اساتید راهنما
دکتر عبدالحمید رضایی رکن آبادی
دکتر غلامرضا محتشمی برزادران

نگارش
محمد خراشادیزاده

بهمن ۹۰

اظهارنامه

اینجانب **محمد خراشادیزاده** دانشجوی دوره **دکتری** رشته **آمار–استنباط** دانشکده علوم ریاضی دانشگاه فردوسی مشهد نویسنده رساله

مفاهیمی از اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها در توزیع های طول عمر گسسته

تحت راهنمایی آقایان **دکتر عبدالحمید رضایی رکن آبادی و دکتر غلامرضا محتشمی برزادران** متعهد می‌شوم:

- تحقیقات در این رساله/پایان نامه توسط اینجانب انجام شده است و از صحت و اصالت برخوردار است.
- در استفاده از نتایج پژوهشهای محققان دیگر به مرجع مورد استفاده استناد شده است.
- مطالب مندرج در رساله/پایان نامه تاکنون توسط خود یا فرد دیگری برای دریافت هیچ نوع مدرک یا امتیازی در هیچ جا ارائه نشده است.
- کلیه حقوق معنوی این اثر متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد و مقالات مستخرج با نام « دانشگاه فردوسی مشهد » و یا « Ferdowsi University of Mashhad » به چاپ خواهد رسید.
- حقوق معنوی تمام افرادی که در به دست آمدن نتایج اصلی رساله/پایان نامه تأثیرگذار بوده‌اند در مقالات مستخرج از رساله/ پایان نامه رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این رساله/پایان نامه، در مواردی که از موجود زنده (یا بافتهای آنها) استفاده شده است ضوابط و اصول اخلاقی رعایت شده است.
- در کلیه مراحل انجام این رساله/پایان نامه، در مواردی که به حوزه اطلاعات شخصی افراد دسترسی یافته یا استفاده شده است، اصل رازداری، ضوابط و اصول اخلاق انسانی رعایت شده است.

تاریخ امضای دانشجو

مالکیت نتایج و حق نشر

- کلیه حقوق معنوی این اثر و محصولات آن (مقالات مستخرج، کتاب، برنامه های رایانه‌ای، نرم افزارها و تجهیزات ساخته شده) متعلق به دانشگاه فردوسی مشهد می‌باشد. این مطلب باید به نحو مقتضی در تولیدات علمی مربوطه ذکر شود.
- استفاده از اطلاعات و نتایج موجود در رساله/پایان نامه بدون ذکر مرجع مجاز نمی‌باشد.

بسمه تعالی

دانشگاه فردوسی مشهد

صورتجلسه دفاع از رساله دکتری

جلسه دفاع از رساله آقای محمد خراشادیزاده دانشجوی دوره دکتری رشته آمار گرایش استنباط در ساعت ۹ روز پنجشنبه ۱۳۹۰/۱۱/۲۰ در محل اتاق سمینار دانشکده علوم ریاضی با حضور امضا کنندگان ذیل تشکیل گردید. پس از بررسی های لازم، هیأت داوران رساله نامبرده را با نمره به عدد ۱۹/۸، به حروف نوزده و هشت دهم و با درجه عالی مورد تأیید قرار داد / نداد.

عنوان رساله

مفاهیمی از اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها در توزیع های طول عمر گسسته

هیئت داوران

امضا

- **داور مدعو رساله: دکتر مجید اسدی**
  استاد گروه آمار دانشگاه اصفهان
- **داور مدعو رساله: دکتر خلیل شفیعی**
  استادیار گروه آمار دانشگاه کاشان
- **داور رساله: دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا**
  استاد گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد
- **داور رساله: دکتر جعفر احمدی**
  استاد گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد
- **نماینده تحصیلات تکمیلی: دکتر سیمیندخت براتپور**
  استادیار گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد
- **استاد راهنما: دکتر عبدالحمید رضایی رکن آبادی**
  دانشیار گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد
- **استاد راهنما: دکتر غلامرضا محتشمی برزادران**
  دانشیار گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد
- **مدیر گروه: دکتر سیمیندخت براتپور**
  استادیار گروه آمار دانشگاه فردوسی مشهد

تقدیم به

شکوه عالم هستی

پدر و مادر عزیزم

و تقدیم به

شریک و یاور زندگی ام

همسر مهربانم

بارخدایا،

زبان از شکر نعمتت به مهمانی سکوت می رود...

شکرت که دریچه ی چشمانم را به زیباترین مفهوم هستی، **علم**، گشودی.

سپاسگذار کسانی هستم که سرآغاز تولدمنند. از یکی زاده میشوم و از دیگری جاودانه. استادی که سپیدی را بر تخته سیاه زندگیم نگاشت و مادری که تار مویی از او بپای من سیاه نماند.

تقدیر و تشکر

زبان من قادر به قدردانی و تشکری که شایسته افرادی که به من در این راه کمک گر بوده اند نیست. اما به رسم ادب تشکری ویژه و از صمیم قلب دارم از اساتید بزرگوارم آقایان **دکتر عبدالحمید رضایی رکن آبادی و دکتر غلامرضا محتشمی برزادران** که باعث افتخار بنده بوده و هست و خواهد بود که چندین سال در سایه راهنمایی های خالصانه، دلسوزانه، دقیق و موشکافانه ی ایشان ابتدا رساله کارشناسی ارشد و اکنون نیز رساله دکتری خود را به اتمام می-رسانم. امیدوارم بتوانم در آینده گوشه ای از زحمات این بزرگواران را جبران کنم.

از همسرم که در تمام مراحل زندگی ام مخصوصاً دوره دکتری با قلبی آکنده از عشق و معرفت کمک گر راهم بود و محیطی سرشار از سلامت و امنیت و آرامش و آسایش برای من فراهم آورد متشکرم.

از خانواده محترم همسرم نیز که در این دوره زحماتهای بسیاری متحمل شدند عذرخواه و از این صبر و مهربانیشان بینهایت سپاسگزارم.

از اساتید بزرگوار هیأت داوران آقایان دکتر ابوالقاسم بزرگ نیا، دکتر مجید اسدی، دکتر خلیل شفیعی و دکتر جعفر احمدی که با نهایت حوصله و دقت رساله اینجانب را بررسی نمودند کمال تشکر و قدردانی را دارم.

و در نهایت از مدیریت محترم گروه آمار سرکارخانم دکتر براتپور و همچنین کارشناس محترم گروه آمار سرکارخانم سلیمانی و مسئول کتابخانه سرکار خانم صادقی و همه دوستانی که در امر تحصیل مرا یاریگر بوده اند تشکر و قدردانی خالصانه خود را ابراز می نمایم.

همتم بدرقه ی راه کن ای طایر قدس

که دراز است ره مقصد و من نوسفرم

بسمه تعالی

مشخصات رساله/پایان نامه تحصیلی دانشجویان

دانشگاه فردوسی مشهد

عنوان رساله/پایان نامه: مفاهیمی از اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها در توزیع های طول عمر گسسته

نام نویسنده: محمد خراشادیزاده

نام استاد(ان) راهنما: دکتر عبدالحمید رضایی رکن آبادی– دکتر غلامرضا محتشمی برزادران

نام استاد(ان) مشاور:

دانشکده : علوم ریاضی	**گروه: آمار**	رشته تحصیلی: **آمار–استنباط**
تاریخ تصویب: ۱۳۸۸/۴/۲		**تاریخ دفاع: ۱۳۹۰/۱۱/۲۰**
مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد ○	**دکتری ●**	**تعداد صفحات: ۱۵۱**

چکیده رساله/پایان نامه :

در این رساله، ضمن بررسی برخی از مفاهیم و اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها این کمیت ها را در حالتی که متغیر تصادفی طول عمر گسسته باشد نیز مورد مطالعه قرار داده ایم.

در فصل اول مروری اجمالی بر مفاهیم مهم قابلیت اعتماد از جمله تابع نرخ شکست، میانگین باقیمانده عمر و واریانس باقیمانده عمر داشته و سپس با ارائه مثال های نقض به بررسی نکات تشابه و تمایز در رده توزیع های طول عمر پرداخته ایم. فصل دوم این رساله شامل بررسی دو شاخص واریانس باقیمانده (گذشته) عمر و آنتروپی باقیمانده (گذشته) تجمعی پویا در توزیع های طول عمر گسسته می باشد.

بررسی و مشخصه سازی توزیع های طول عمر براساس اندازه های واریانس باقیمانده عمر بریده شده ی دوطرفه و آنتروپی باقیمانده عمر تجمعی دوطرفه و حالات گذشته آنها در دو حالت پیوسته و گسسته در فصل سوم بیان شده است. در فصل چهارم نیز مفهوم تابع نرخ لگ-بخت یک متغیره و دو متغیره که روشی جدید برای مشخصه سازی توزیع هاست، در توزیع های طول عمر گسسته معرفی و برای برخی از توزیع های گسسته خواص آن بررسی شده است. در نهایت نیز کاربردها و برآورد واریانس باقیمانده عمر و همچنین تقریب واریانس این برآوردگر بوسیله کرانهای باتاچاریا و محاسبه فاصله اطمینان برای آن، در فصل پنجم آورده شده است.

کلید واژه:

۱. تابع نرخ شکست

۲. میانگین باقیمانده عمر

۳. واریانس باقیمانده عمر

۴. آنتروپی باقیمانده تجمعی پویا

۵. تابع نرخ لگ-بخت

امضای استاد راهنما:

تاریخ:

فهرست مطالب

۱ نگاهی گذرا بر برخی مفاهیم قابلیت اعتماد ۱

۱.۱ مقدمه ۱

۲.۱ مفاهیم پایه در قابلیت اعتماد ۱

۱.۲.۱ تابع نرخ شکست ۲

۲.۲.۱ تابع میانگین باقیمانده عمر ۳

۳.۲.۱ تابع واریانس باقیمانده عمر ۴

۳.۱ رده توزیع های طول عمر و مثال های نقض ۶

۱.۳.۱ رده توزیع های IFR و DFR ۶

۲.۳.۱ رده توزیع های IFRA و DFRA ۱۳

۳.۳.۱ رده توزیع های NBU و NBUE ۱۴

۴.۳.۱ رده توزیع های IVRL و DVRL ۱۷

۲ اندازه های قابلیت اعتماد در متغیرهای باقیمانده و گذشته عمر گسسته ۲۰

۱.۲ مقدمه ۲۰

۲.۲ ویژگی ها و مفاهیم قابلیت اعتماد بر اساس متغیر باقیمانده عمر ۲۰

۱.۲.۲ واریانس باقیمانده عمر گسسته ۲۱

۲.۲.۲ آنتروپی باقیمانده تجمعی پویای گسسته ۲۵

۳.۲ ویژگی ها و مفاهیم قابلیت اعتماد بر اساس متغیر گذشته عمر ۳۳

۱.۳.۲ واریانس گذشته عمر گسسته ۳۴

۲.۳.۲ آنتروپی گذشته تجمعی پویای گسسته ۴۰

۳ اندازه های قابلیت اعتماد در متغیرهای طول عمر دو طرفه گسسته و پیوسته ۴۶

۱.۳ مقدمه ۴۶

۲.۳ ویژگی ها و مفاهیم قابلیت اعتماد بر اساس متغیر باقیمانده عمر دوطرفه ۴۷

۱.۲.۳ واریانس باقیمانده عمر دو طرفه پیوسته ۴۸
۲.۲.۳ واریانس باقیمانده عمر دو طرفه گسسته ۵۲
۳.۲.۳ آنتروپی باقیمانده عمر تجمعی دو طرفه ۵۸
۳.۳ ویژگی ها و مفاهیم قابلیت اعتماد بر اساس متغیر گذشته عمر دوطرفه ۶۰
۱.۳.۳ واریانس گذشته عمر دوطرفه پیوسته ۶۱
۲.۳.۳ واریانس گذشته عمر دوطرفه گسسته ۶۴
۳.۳.۳ آنتروپی گذشته عمر تجمعی دوطرفه ۶۹
۴.۳ مشخصه سازی توزیع های گسسته ۷۰
۱.۴.۳ خانواده توزیع سری های توانی اصلاح شده ۷۷
۲.۴.۳ خانواده توزیع اُرد ۷۹
۳.۴.۳ خانواده توزیع کاتز ۷۹
۴.۴.۳ نمایش تلسکوپی توزیع های گسسته ۸۰
۵.۴.۳ مثال هایی از دیگر توزیع های آماری گسسته ۸۱

۴ مشخصه سازی و خواص توزیع های طول عمر بر اساس تابع نرخ لگ-بخت ۸۳
۱.۴ مقدمه ۸۳
۲.۴ تابع نرخ لگ-بخت در توزیع های پیوسته ۸۴
۳.۴ تابع نرخ لگ-بخت در توزیع های گسسته ۸۶
۱.۳.۴ تابع نرخ شکست نوع دو ۸۶
۲.۳.۴ تابع نرخ شکست معکوس نوع دو ۸۷
۳.۳.۴ تابع نرخ لگ-بخت گسسته ۸۸
۴.۴ تابع نرخ لگ-بخت در برخی از توزیع های گسسته ۹۱
۱.۴.۴ توزیع لجستیک گسسته ۹۱
۲.۴.۴ توزیع های بِر نوع ۱۲ گسسته و لگ-لجستیک گسسته ۹۳
۳.۴.۴ توزیع وایبل گسسته ۹۴
۴.۴.۴ توزیع نرمال بریده شده گسسته ۹۵
۵.۴ تابع لگ-بخت دو متغیره ۹۶
۱.۵.۴ تابع لگ-بخت دومتغیره از نگاه مفاصل ۹۷
۲.۵.۴ تابع لگ-بخت و ضریب چولگی جدید ۱۰۰

۵ نکاتی در مورد کاربرد ها و برآورد واریانس باقیمانده عمر ۱۰۳
۱.۵ مقدمه ۱۰۳
۲.۵ کاربردهای واریانس باقیمانده عمر ۱۰۳

۱.۲.۵ کران برای تابع قابلیت اعتماد و گشتاورها ۱۰۴
۲.۲.۵ آزمون تشخیص رده توزیع طول عمر ۱۰۶
۳.۲.۵ خاصیت لگ-محدب و لگ- مقعر ۱۰۷
۴.۲.۵ معیاری بهینه برای آب بندی ۱۰۸
۳.۵ راه کارهایی برای برآورد واریانس باقیمانده عمر ۱۱۰

فهرست تصاویر

۱.۱ تابع نرخ خطر توزیع آمیخته $f(x)$ در مثال ۲.۱ . . . . . ۹

۲.۱ دنباله نرخ خطر تابع جرم احتمال $p(x)$ در مثال ۳.۱ . . . . . ۱۰

۳.۱ تابع نرخ خطر توزیع آمیخته $f(x)$ در مثال ۴.۱ . . . . . ۱۱

۴.۱ تابع نرخ خطر توزیع آمیخته $f(x)$ در مثال ۵.۱ . . . . . ۱۱

۵.۱ دنباله نرخ خطر تابع جرم احتمال $p(x)$ در مثال ۶.۱ . . . . . ۱۲

۶.۱ تابع نرخ خطر توزیع آمیخته $f(x)$ در مثال ۷.۱ . . . . . ۱۲

۷.۱ بررسی خاصیت IFR و IFRA در تابع قابلیت اعتماد $R(x) = e^{-x} + e^{-۲x} - e^{-۳x}$ در مثال ۹.۱ . ۱۴

۱.۲ توابع $E(\mu(T))$ (خط نقطه چین) و $CRE(T)$ (خط ممتد) در توزیع وایبل گسسته برای تمام مقادیر پارامتر q و $\theta = ۱, ۲, \ldots, ۹$ در مثال ۱.۲. . . . . ۲۹

۲.۲ توابع $E(\mu^*(T))$ (خط نقطه چین) و $CPE(T)$ (خط ممتد) در توزیع هندسی برای تمام مقادیر پارامتر q. ۴۳

۳.۲ توابع $E(\mu^*(T))$ (خط نقطه چین) و $CPE(T)$ (خط ممتد) در توزیع وایبل گسسته با $\theta = ۰/۵$ و تمام مقادیر پارامتر q. ۴۳

۱.۳ توابع $\mu^۲(x,y)$ (نقطه چین) و $\sigma^۲(x,y)$ (خط ممتد) در توزیع نمایی با پارامتر λ هنگامیکه $y = ۱۰$ و $x \leq y$. ۵۱

۲.۳ تابع $\mu(x,y)$ در توزیع وایبل با پارامترهای λ و θ هنگامیکه $y = ۵$ و $x \leq y$. ۵۲

۳.۳ توابع $\mu^۲(x,y)$ (نقطه چین) و $\sigma^۲(x,y)$ (خط ممتد) در توزیع وایبل با پارامترهای λ و θ هنگامیکه $y = ۳$ و $x \leq y$. ۵۳

۴.۳ توابع $\mu(t,k)[۱ + \mu(t,k)]$ (دایره توخالی) و $\sigma^۲(t,k)$ (دایره تو پر) در توزیع هندسی با پارامتر q . . . ۵۷

۵.۳ توابع $\mu(t,k)[۱ + \mu(t,k)]$ (دایره توخالی) و $\sigma^۲(t,k)$ (دایره تو پر) در توزیع وایبل گسسته با پارامترهای q و θ. ۵۷

۱.۴ برآورد تابع نرخ شکست و تابع لگ-بخت برای داده های مثال ۱.۴ . . . . . ۹۲

۲.۴ تابع لگ-بخت نسبت به $\ln t$ در توزیع بِر نوع ۱۲ گسسته با $\alpha = ۲$. ۹۳

۳.۴ تابع لگ-بخت نسبت به $\ln t$ در توزیع وایبل گسسته با $q = ۰/۵$. ۹۵
۴.۴ تابع لگ-بخت نسبت به $\ln t$ در توزیع نرمال بریده شده گسسته با $q = ۰/۹$. ۹۶

۱.۵ تابع برآورد میانگین و واریانس باقیمانده عمر برای داده های طول عمر بیماران سرطان خون در مثال ۱.۵ ۱۱۲
۲.۵ تابع برآورد میانگین و واریانس باقیمانده عمر برای داده های طول عمر بیماران سرطان پوستی در مثال ۲.۵ ۱۱۳
۳.۵ برآورد واریانس باقیمانده عمر و حدود فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای داده های مثال ۳.۵ . . . . . ۱۱۶
۴.۵ برآورد واریانس باقیمانده عمر و حدود فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای داده های جدول ۵.۵ . . . . ۱۱۷

فهرست جداول

۱.۱ روابط بین توابع $f(x)$، $F(x)$، $R(x)$، $h(x)$ و $\mu(x)$ برای متغیر طول عمر پیوسته ۴

۲.۱ روابط بین توابع $p(t)$، $F(t)$، $R(t)$، $h(t)$ و $\mu(t)$ برای متغیر طول عمر گسسته ۴

۱.۳ مقادیر توابع $\mu^*(t,k)$ و A_k در برخی از توزیع های گسسته. ۶۶

۲.۳ مقادیر مختلف $a_i; i = ۰, ۱, ۲$ و μ برای برخی توزیع های متعلق به خانواده پیرسن گسسته. ۷۵

۱.۴ داده های مثال ۱.۴ بهمراه برآورد تابع نرخ شکست، قابلیت اعتماد و تابع لگ-بخت ۹۱

۱.۵ برآورد میانگین باقیمانده عمر و واریانس باقیمانده عمر برای داده های بیماران سرطان خون، مثال ۱.۵ . ۱۱۲

۲.۵ برآورد میانگین باقیمانده عمر و واریانس باقیمانده عمر برای داده های طول عمر بیماران سرطان پوستی در مثال ۲.۵ . . . . . ۱۱۳

۳.۵ برآورد واریانس باقیمانده عمر و سه کران اول باتاچاریا $(B_۳, B_۲, B_۱)$ برای داده های مثال ۳.۵ . . . ۱۱۵

۴.۵ کرانهای باتاچاریا برای واریانس برآوردگر تابع نرخ شکست $\tau(\theta) = \frac{\lambda}{۲\theta^۲}$ در توزیع گاوسین وارون ۱۱۶

۵.۵ فاصله اطمینان ۹۵ درصدی برای واریانس باقیمانده عمر برای داده های از توزیع گاوسین وارون ۱۱۷

نمادها

X_x	Continuous residual life time	متغیر باقیمانده عمر پیوسته
T_t	Discrete residual life time	متغیر باقیمانده عمر گسسته
X_x^*	Continuous past life time	متغیر گذشته عمر پیوسته
T_t^*	Discrete past life time	متغیر گذشته عمر گسسته
${}_xX_y$	Continuous doubly truncated residual life time	متغیر باقیمانده عمر دو طرفه پیوسته
${}_tT_k$	Discrete doubly truncated residual life time	متغیر باقیمانده عمر دو طرفه گسسته
${}_xX_y^*$	Continuous doubly truncated past life time	متغیر گذشته عمر دو طرفه پیوسته
${}_tT_k^*$	Discrete doubly truncated past life time	متغیر گذشته عمر دو طرفه گسسته
IFR (DFR)	Increasing (Decreasing) failure rate	نرخ شکست صعودی (نزولی)
DRHR	Decreasing reversed hazard rate	نرخ شکست معکوس نزولی
IGFR (DGFR)	Increasing (Decreasing) general failure rate	نرخ شکست تعمیم یافته صعودی (نزولی)
IFRA (DFRA)	Increasing (Decreasing) failure rate in average	متوسط نرخ شکست صعودی (نزولی)
IMRL (DMRL)	Increasing (Decreasing) mean residual life	میانگین باقیمانده عمر صعودی (نزولی)
IMPL (DMPL)	Increasing (Decreasing) mean past life	میانگین گذشته عمر صعودی (نزولی)
IdMRL (DdMRL)	Increasing (Decreasing) doubly truncated MRL	میانگین باقیمانده عمر صعودی (نزولی) دو طرفه
IdMPL (DdMPL)	Increasing (Decreasing) doubly truncated MPL	میانگین گذشته عمر صعودی (نزولی) دوطرفه
NBU (NWU)	New better (worse) than used	نو بهتر (بدتر) از کهنه
NBUE (NWUE)	New better (worse) than used in expectation	امید نو بهتر (بدتر) از کهنه
IVRL (DVRL)	Increasing (Decreasing) variance residual life	واریانس باقیمانده عمر صعودی (نزولی)
IVPL (DVPL)	Increasing (Decreasing) variance past life	واریانس گذشته عمر صعودی (نزولی)
IdVRL (DdVRL)	Increasing (Decreasing) doubly truncated VRL	واریانس باقیمانده عمر صعودی (نزولی) دوطرفه
IdVPL (DdVPL)	Increasing (Decreasing) doubly truncated VPL	واریانس گذشته عمر صعودی (نزولی) دو طرفه
ILOR (DLOR)	Increasing (Decreasing) Log-Odds rate	نرخ لگ-بخت صعودی (نزولی)
$f(.)$	Probability density function	تابع چگالی احتمال
$p(.)$	Probability mass function	تابع جرم احتمال
$R(x) = P(X > x)$	Reliability function	تابع قابلیت اعتماد
$h(.)$	Failure rate function	تابع نرخ شکست
$h^*(t) = -\ln \frac{R(t)}{R(t-۱)}$	Second failure rate function	تابع نرخ شکست نوع دو گسسته
$rh(.)$	Reversed failure rate function	تابع نرخ شکست معکوس
$rh^*(t) = \ln \frac{F(t)}{F(t-۱)}$	Second reversed failure rate function	تابع نرخ شکست معکوس نوع دو گسسته
$h_i(.,.); i = ۱, ۲$	General failure rate function	تابع نرخ شکست تعمیم یافته
$\mu(.)$	Mean residual life function	تابع میانگین باقیمانده عمر
$\mu^*(.)$	Mean past life function	تابع میانگین گذشته عمر
$\mu(.,.)$	Doubly truncated mean residual life	تابع میانگین باقیمانده عمر دوطرفه

$\mu^*(.,.)$	Doubly truncated mean past life	تابع میانگین گذشته عمر دوطرفه
$\sigma^۲(.)$	Variance residaul life function	تابع واریانس باقیمانده عمر
$\sigma^{۲*}(.)$	Variance past life function	تابع واریانس گذشته عمر
$\sigma^۲(.,.)$	Doubly truncated variance residaul life	تابع واریانس باقیمانده عمر دوطرفه
$\sigma^{۲*}(.,.)$	Doubly truncated variance past life	تابع واریانس گذشته عمر دوطرفه
$m(t_۱,t_۲)$	$E(T\|t_۱ \le T \le t_۲)$	میانگین عمر دوطرفه
μ_c	$E(c(T))$	میانگین تابع $c(T)$
$\sigma_c^۲$	$Var(c(T))$	واریانس تابع $c(T)$
$m_c(t_۱,t_۲)$	$E(c(T)\|t_۱ \le T \le t_۲)$	میانگین عمر دوطرفه تابع $c(T)$
$\mathcal{H}(X)$	Shannon entropy	آنتروپی شانن
$\varepsilon(X)$	(CRE) Cumulative residual entropy	آنتروپی باقیمانده تجمعی
NCRE	Normalized cumulative residual entropy	آنتروپی باقیمانده تجمعی نرمال شده
$\varepsilon(X;t)$	(DCRE) Dynamic cumulative residual entropy	آنتروپی باقیمانده تجمعی پویا
$\varepsilon^*(X)$	(CPE) Cumulative past entropy	آنتروپی گذشته تجمعی
NCPE	Normalized cumulative past entropy	آنتروپی گذشته تجمعی نرمال شده
$\varepsilon^*(X;t)$	(DCPE) Dynamic cumulative past entropy	آنتروپی گذشته تجمعی پویا
ν_F	Hazard measure	اندازه خطر
D	$\{(x,y) : F(x) < F(y)\}$	حدود متغیر دوطرفه پیوسته X
D^*	$\{(t,k) : F(t^-) < F(k)\}$	حدود متغیر دوطرفه گسسته T
L	$\inf\{x : F(x) = ۱\}$	حد نهایی تابع توزیع
$H(x)$	Cummulative hazard rate function	تابع نرخ شکست تجمعی
$G(x) = \frac{\int_۰^x R(u)du}{\mu}$	Equilibrium distribution	تابع توزیع تعادلی متناظر با $F(x)$
$CV(.) = \frac{\sigma(.)}{\mu(.)}$	Residual coefficient of variation	تابع ضریب تغییرات باقیمانده عمر
$CV^*(.) = \frac{\sigma^*(.)}{\mu^*(.)}$	Past coefficient of variation	تابع ضریب تغییرات گذشته عمر
$dCV(.) = \frac{\sigma(.,.)}{\mu(.,.)}$	Doubly trucated residual coefficient of variation	تابع ضریب تغییرات باقیمانده عمر دو طرفه
$dCV^*(.,.) = \frac{\sigma^*(.,.)}{\mu^*(.,.)}$	Doubly truncated past coefficient of variation	تابع ضریب تغییرات گذشته عمر دوطرفه
$LO(.) = \ln \frac{F(.)}{\overline{F}(.)}$	Log-Odds function	تابع لگ-بخت
$LOR(.)$	Log-Odds rate function	تابع نرخ لگ-بخت
$LO(x,y) = \ln \frac{F(x,y)}{۱-F(x,y)}$	Bivariate Log-Odds function	تابع لگ-بخت دومتغیره
$LO^*(x,y) = \ln \frac{F(x,y)}{\overline{F}(x,y)}$	Bivariate Log-Odds function	تابع لگ-بخت دومتغیره
$\widehat{\mu_n(x)}$	Estimator of mean residual life	برآوردگر میانگین باقیمانده عمر
$S_n^۲(x)$	Estimator of variance residual life	برآوردگر واریانس باقیمانده عمر
$B_r; r = ۱,۲,\ldots$	Bhattacharyya bounds	کران های باتاچاریا

پیشگفتار

در جهانی که در آن زندگی می کنیم، هیچ چیز از جمله اشیاء و موجودات باقی و ثابت نیستند و در نهایت فانی خواهند شد. بنابراین از جمله خواسته های بشر نیاز به دانستن وضعیت طول عمر موجودات و اشیاء اطراف اوست تا بتواند بطور بهینه و حداکثر از آن برای پیشبرد اهداف خود استفاده کند. این نیاز طبیعی بشر، امروزه منجر به ایجاد شاخه ای بزرگ و گسترده در تمامی علوم به نام "قابلیت اعتماد" شده است. مطالعه و تحقیق در مورد قابلیت اعتماد در علوم مختلفی از جمله انواع شاخه های مهندسی، پزشکی و اقتصادی از اهمیت بسیار بالایی برخوردار است.

قابلیت اعتماد یک کلمه با معانی ضمنی بسیار مختلفی است. هنگامی که این کلمه را برای انسان ها بکار می بریم مفهوم آن به توانایی انسان در انجام یک کار معین طبق استانداردهای موجود بر می گردد و هنگامی که آن را برای قطعه ای از یک دستگاه و یا مولفه ای از یک سیستم بکار می بریم، مفاهیمی چون توانایی آن قطعه یا مولفه برای ایفای نقش در آن دستگاه یا سیستم را در بر می گیرد.

مفهوم قابلیت اعتماد ابتدا در ارتباط با صنایع هوا فضا و کاربردهای فضایی شکل گرفت و سپس با توجه به اهمیت این موضوع در دیگر صنایع، مانند صنایع هسته ای، فولاد و شیمیایی، مورد توجه قرارگرفت و در حال حاضر می توان گفت در اکثر زمینه های علمی مبحث قابلیت اعتماد جایگاه و اهمیت خاص خود را دارد. در ادبیات قابلیت اعتماد غالباً از زمان خرابی یا زمان شکست و یا طول عمر یاد می شود که کاملاً طبیعی است آن را به عنوان متغیر تصادفی در نظر بگیریم.

یکی از مهمترین جنبه های مسائل طول عمر، پیدا کردن توزیع طول عمری است که بتواند به اندازه کافی رفتار تصادفی طول عمر قطعه مورد نظر را توصیف کند. اکثر طول عمرها در طبیعت پیوسته هستند و بنابراین توزیع های طول عمر پیوسته زیادی در متون قابلیت اعتماد پیشنهاد شده است. از طرف دیگر، داده های با طول عمر گسسته نیز در بسیاری از حالات بوجود می آیند که لزوم بررسی آنها را حتمی می سازد. برای مثال:

- گزارشاتی که در مورد خرابی یك واحد به صورت هفته ای یا ماهانه جمع آوری می شوند که در آن مشاهدات، تعداد شکست هاست، بدون توجه به زمان شکست.
- قطعه ای از یك وسیله به صورت گردشی کار کند و آزمایشگر تعداد گردشهایی که به طور کامل تا قبل از خرابی انجام می شود را ثبت می کند. به عنوان مثال دستگاه کپی که طول عمر آن تعداد کل کپی هایی است که از زمان ساخت انجام داده است. به عنوان مثال دیگر می توان تعداد خاموش و روشن کردن کلید تا قبل از خراب شدن آن را نام برد.
- بدلیل عدم دقت مطلق بشر در اندازه گیری غالباً با گسسته سازی کمیتهای پیوسته آنها را مورد مشاهده قرار می هیم. مثلاً اگر طول عمر یک قطعه واقعاً ۲.۳۵۷۸۹ دقیقه باشد آن را ۲ دقیقه یا ۲.۴ دقیقه در نظر می گیریم.

علاقه به مطالعه طول عمرهای گسسته در مقایسه با حالت مشابه پیوسته آن نسبتاً دیرتر شروع شد. این موضوع ابتدا به صورت خیلی مختصر توسط بارلو و پورشان (۱۹۸۱) خاطر نشان شده است و سپس توسط نویسندگانی

همچون ابراهیمی[۱] (۱۹۸۶)، پاگت و اسپوریر[۲] (۱۹۸۵)، سلویا و بولینگر[۳] (۱۹۸۲) و زیکالاکی[۴] (۱۹۸۳) بیشتر مورد بحث قرار گرفت و اخیراً نیز برگیومند و گودین[۵] (۲۰۰۳)، ال-اریشی[۶] (۲۰۰۵)، ناندا و سنگوپتا[۷] (۲۰۰۵) و سودهیش و تیبیلتی[۸] (۲۰۱۱) در این مورد تحقیقاتی را نموده اند.

در این رساله، ضمن بررسی برخی از مفاهیم و اندازه های قابلیت اعتماد و روابط بین آنها به بررسی بیشتر این کمیت ها در حالتی که متغیر طول عمر گسسته باشد نیز می پردازیم. در فصل اول مروری اجمالی بر مفاهیم مهم قابلیت اعتماد از جمله تابع نرخ شکست، میانگین باقیمانده عمر و واریانس باقیمانده عمر خواهیم داشت و سپس با ارائه مثال های نقض به بررسی نکات تشابه و تمایز در رده توزیع های طول عمر می پردازیم. فصل دوم این رساله شامل بررسی دو شاخص واریانس باقیمانده (گذشته) عمر و آنتروپی باقیمانده (گذشته) تجمعی پویا در توزیع های طول عمر گسسته می باشد. بررسی و مشخصه سازی توزیع های طول عمر براساس اندازه های واریانس باقیمانده عمر دوطرفه و آنتروپی باقیمانده عمر تجمعی دوطرفه و حالات گذشته آنها در دو حالت پیوسته و گسسته در فصل سوم بیان شده است. در فصل چهارم نیز مفهوم تابع نرخ لگ-بخت یک متغیره و دو متغیره که روشی جدید برای مشخصه سازی توزیع هاست، در توزیع های طول عمر گسسته معرفی و برای برخی از توزیع های گسسته خواص آن بررسی شده است. در نهایت نیز کاربردها و برآورد واریانس باقیمانده عمر و همچنین تقریب واریانس این برآوردگر بوسیله کرانهای باتاچاریا و محاسبه فاصله اطمینان برای آن، در فصل پنجم آورده شده است.

---

[۱] Ebrahimi

[۲] Padgett and Spurrier

[۳] Salvia and Bollinger

[۴] Xekalaki

[۵] Bracquemond and Gaudion

[۶] El-Arishi

[۷] Nanda and Sengupta

[۸] Sudheesh and Tibiletti

مقالات مستخرج از رساله

1. Khorashadizadeh, M. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2007). *The structure of Bhattacharyya matrix in natural exponential family and its role in approximating the variance of a statistics.* J. Statist. Res. Iran, 4, 135-137.(In Persian)

2. Rezaei Roknabadi, A. H., Mohtashami Borzadaran, G. R. and Khorashadizadeh, M. (2009). *Some aspects of discrete hazard rate function in telescopic families.* Economic Quality Control, Vol. 24, No. 1, 35-42.

3. Mohtashami Borzadaran, G. R., Rezaei Roknabadi, A. H. and Khorashadizadeh, M. (2010). *A view on Bhattacharyya bounds for inverse Gaussian distributions.* Metrika, Vol. 72, Issue 2, 151-161.(**ISI**)

4. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2010). *Variance residual life function in discrete random ageing.* METRON - International Journal of Statistics, Vol. LXVIII, No. 1, pp. 67-75.(**ISI**)

5. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A.H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2012). *Characterization of lifetime distributions based on doubly truncated mean residual life and mean past to failure.* Communications in Statistics-Theory and Methods, 41, 6, 1105-1115.(**ISI**)

6. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2011). *Characterization of life distributions using log odds rate in discrete ageing.* Communications in Statistics-Theory and Methods, Accepted.(**ISI**)

7. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A.H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2011). *Reliability properties of variance residual life based on doubly truncated random variable.* Submitted.

8. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A.H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2011). *A note on discrete dynamic cumulative residual entropy.* Submitted.

9. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2011). *Characterization of some discrete families using mean and covariance of doubly truncated lifetime random variable.* Submitted.

10. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2011). *Reversed residual lifetime based on doubly truncated random variable in continuous and discrete ageing.* Submitted.

11. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2011). *Reversed variance residual life function and its monotonicity in discrete lifetime models.* Submitted.

12. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2012). *A note on doubly truncated (interval) cumulative residual entropy.* Submitted.

مقالات کنفرانس ها و سمینارها

1. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2008). Reversed hazard rate and reversed mean residual life in discrete life time random variable. *The 9th Iranian Statistical Conference, Isfahan University-Iran*, August, 20-22, pp. 162-172. (In Persian)

2. Rezaei Roknabadi, A. H., Mohtashami Borzadaran, G. R. and Khorashadizadeh, M. (2008). Comparison of reliability concepts in discrete and continuous lifetime random variables. *The 9th Iranian Statistical Conference, Isfahan University-Iran*, August, 20-22. pp. 198-213.(In Persian)

3. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A.H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2007). Discrete families of lifetime distributions in reliability. *The 6th Seminar on Probability and Stochastic Processes.* University of Mazandaran, Iran. (In Persian)

4. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A.H. and Mohtashami Borzadaran, G.R. (2009). Variance residual life in discrete lifetime.*The 7th Seminar on Probability and Stochastic Processes*. Isfahan Univeristy of Technology-Iran.(In Persian)

5. Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran, G. R. (2010). Doubly truncated mean and variance residual lifetime in reliability. *The 10th Iranian Statistical Conference, University of Tabriz-Iran,* August 3–5, pp. 133.(In English)

6. Nayeban, S., Khorashadizadeh, M., Rezaei Roknabadi, A. H. and Mohtashami Borzadaran G. R. (2011). Comparing lower bounds for the variance of unbiased estimators in some well-