



بِسْمِ اللَّهِ الرَّحْمَنِ الرَّحِيمِ



وزارت علوم، تحقیقات و فناوری

دانشگاه تفرش

**دانشکده مهندسی برق**

پایان نامه کارشناسی ارشد

مهندسی برق قدرت

عنوان:

**تحلیل و بررسی روشهای مختلف مش بندی در روش جریان های**

**سطحی**

استاد راهنما:

آقای دکتر مهدی اره پناهی

نگارنده:

رضا نامدار

شهریور ۱۳۹۱

تصویر صورت جلسہ

## تقدیم به

عزیزترینم بعد از فدا که گرمای نفسم از وجود اوست و تمام هستی وجودم از آن او،  
مادرم عشق به تو و مهر بی پایانت مرا به اینجا رساند تا صفات اول تمقیقم را با نام  
زیبایت زینت بخشم.

بدین وسیله مراتب سپاسگزاری خود را به تمام عزیزانی که مرا در انجام این پایان نامه یاری نمودند و محبت خود را دریغ ننمودند تقدیم می‌نمایم. از حمایت‌ها و پشتیبانی‌های فکری و معنوی خانواده‌ام صمیمانه سپاسگزارم.

سعه صدر و راهنمایی‌های روشنگرانه و بی بدیل جناب آقای دکتر مهدی اراه پناهی سزاوار عالی‌ترین مراتب قدردانی است. همچنین از زحمات بی‌دریغ استاد گرانقدر جناب آقای دکتر مجتبی پیشوایی که همواره مرا تشویق و مورد حمایت قرار دادند، کمال تشکر و قدردانی را دارم.

## چکیده

یکی از روش‌های حل عددی میدان‌های مغناطیسی روش جریان‌های سطحی (SCM) است. در این روش مرزهای سیستم با یک سری جریان‌های سطحی مناسب جایگزین می‌شوند، در واقع تغییر ضریب نفوذپذیری در مرز بین نواحی با ضریب نفوذپذیری متفاوت باعث تغییر مسیر عبور شار می‌شود که تغییر مسیر توسط تعداد محدودی جریان سطحی مدل می‌شود. مقادیر این چگالی‌های جریان با استفاده از قوانین پیوستگی شار در مرز در حالت مماسی محاسبه می‌شوند، در این حالت چگالی شار یا شدت میدان مغناطیسی در هر نقطه برابر تاثیر این جریان‌های سطحی و منابع جریان موجود است. با توجه به اینکه در این روش مرزها با جریان‌های سطحی مناسب جایگزین می‌شوند کل محیط به صورت هوا ( $\mu_r = 1$ ) در نظر گرفته می‌شود و می‌توان به راحتی از قانون بیوساوار برای محاسبه میدان‌های مغناطیسی استفاده کرد، و چون چگالی‌های جریان و میدان‌های مغناطیسی محاسبه شده‌اند می‌توان برای محاسبه نیرو از قانون لورنتز استفاده کرد. مهمترین مزیت SCM نسبت به اجزاء محدود (FEM) در حالت دو بعدی این است که مش‌ها در SCM بصورت یک بعدی (تکه خط) و در FEM بصورت دو بعدی (مثلثی) هستند در نتیجه ابعاد ماتریس سختی SCM نسبت به FEM کمتر است. اساس SCM بر مبنای محاسبه چگالی‌های جریان سطحی بر روی مرزها است، در نتیجه مقدار این چگالی‌های جریان و میزان صدق کردن آن‌ها در شرایط مرزی مولفه مماسی چگالی شار بعنوان یک معیار برای خطای محلی در نظر گرفته می‌شود. با توجه به وابستگی SCM به نحوه مش‌بندی، در این رساله انواع روش‌های مش‌بندی بررسی و مش‌بندی ترکیبی بعنوان ایده اصلی این رساله بیان شده است. در این رساله سه ماشین موتور القای خطی سه‌فاز، آهن ربای الکتریکی و رله الکترومغناطیسی با SCM1 (جریان‌های سطحی با مش‌بندی اتوماتیک)، SCM2 (جریان‌های سطحی با مش‌بندی ترکیبی) و FEM شبیه‌سازی شده‌اند و در نهایت نتایج باهم مقایسه شده‌است. نتایج حاصل از سه روش مذکور بیانگر این مطلب است که تعداد مش‌ها در نتیجه ابعاد ماتریس سختی SCM2 نسبت به دو روش دیگر کمتر است.

کلمات کلیدی :

روش اجزاء محدود، روش جریان‌های سطحی، بهبود مش‌بندی، بدون اشباع، روش‌های مش‌بندی

فصل اول: مقدمه و اهداف پروژه

۲	.....	مقدمه (۱-۱)
۳	.....	روش تفاضل محدود (FDM) (۱-۱-۱)
۴	.....	روش المان‌های مرزی (BEM) (۲-۱-۱)
۵	.....	روش مدار معادل مغناطیسی (MEC) (۳-۱-۱)
۶	.....	روش اجزای محدود (FEM) (۴-۱-۱)
۷	.....	روش جریانهای سطحی (SCM) (۵-۱-۱)
۷	.....	مروری بر تاریخچه و تحقیقات در زمینه روش جریان‌های سطحی (۲-۱)
۸	.....	نتایج بدست آمده در حالت بی باری (۱-۲-۱)
۹	.....	نتایج بدست آمده در حالت بارداری (۲-۲-۱)

فصل دوم: اصول روش جریان‌های سطحی

۱۵	.....	مقدمه (۱-۲)
۱۵	.....	اصول کلی روش جریان‌های سطحی (۲-۲)
۱۷	.....	محاسبه چگالی جریان سطحی (۳-۲)
۱۹	.....	میدانهای ناشی از منابع (۴-۲)
۲۳	.....	تعمیم روش جریان‌های سطحی (۵-۲)
۲۴	.....	محاسبه نیرو (۶-۲)

فصل سوم: بررسی روش‌های مش‌بندی در جریان‌های سطحی

۲۷	.....	مقدمه (۱-۳)
۲۷	.....	مش‌بندی ساده (۲-۳)
۲۸	.....	مش‌بندی اتوماتیک (۳-۳)
۳۱	.....	شبیه‌سازی مدل‌های مغناطیسی به روش مش‌بندی اتوماتیک (۴-۳)
۳۱	.....	شبیه‌سازی مدل ساده (۱-۴-۳)
۳۶	.....	شبیه‌سازی رله‌الکترومغناطیسی (۲-۴-۳)
۳۷	.....	شبیه‌سازی رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی (۱-۲-۴-۳)
۴۲	.....	شبیه‌سازی رله‌الکترومغناطیسی در حالت جابجایی قسمت متحرک (۲-۲-۴-۳)



## فهرست مطالب

---

- ۴۵..... شبیه‌سازی آهن‌ربای الکتریکی..... (۳-۴-۳)  
۵۲..... شبیه‌سازی موتور القایی خطی سه‌فاز..... (۴-۴-۳)  
۵۸..... خلاصه فصل و نتیجه‌گیری..... (۵-۳)

### فصل چهارم: پیاده‌سازی روش پیشنهادی

- ۶۰..... مقدمه..... (۱-۴)  
۶۰..... مش‌بندی ترکیبی..... (۲-۴)  
۶۳..... شبیه‌سازی ادوات مغناطیسی با مش‌بندی ترکیبی و مقایسه با مش‌بندی اتوماتیک واجزاء محدود..... (۳-۴)  
۶۳..... شبیه‌سازی رله‌الکترومغناطیسی..... (۱-۳-۴)  
۶۷..... شبیه‌سازی آهن‌ربای الکتریکی..... (۲-۳-۴)  
۷۰..... شبیه‌سازی موتور القایی خطی سه‌فاز..... (۳-۳-۴)  
۷۴..... خلاصه فصل و نتیجه‌گیری..... (۴-۴)

### فصل پنجم: نتیجه‌گیری و پیشنهادات

- ۷۷..... نتیجه‌گیری..... (۱-۵)  
۷۷..... پیشنهادات..... (۲-۵)

### فصل ششم: منابع و مراجع

- ۸۰..... منابع و مراجع..... (۷)

شکل	صفحه
شکل (۱-۱) مقدار تابع $f(x)$ [۵].....	۳
شکل (۲-۱) مدار معادل الکتریکی و مغناطیسی.....	۵
شکل (۳-۱) موتور DC خطی بدون جاروبک با آهن ربای دائم (همه ابعاد بر حسب میلیمتر) [۲۵].....	۸
شکل (۴-۱) چگالی شار در فاصله هوای موتور DC خطی در حالت بدون بار [۲].....	۹
شکل (۵-۱) چگالی شار در فاصله هوای موتور DC خطی در حالت بارداری [۲۵].....	۱۰
شکل (۶-۱) نیرو در جهت افقی موتور DC خطی در حالت بارداری [۲۵].....	۱۰
شکل (۷-۱) توزیع شار در موتور رلوکتانسی تکفاز با استفاده از SCM با ۵۹۱مش [۲۹].....	۱۱
شکل (۸-۱) توزیع شار در موتور رلوکتانسی با استفاده از FEM با ۱۲۲۷مش [۲۹].....	۱۲
شکل (۱-۲) نحوه مش‌بندی در SCM.....	۱۵
شکل (۲-۲) ماده مغناطیسی مش‌بندی شده با FEM.....	۱۶
شکل (۳-۲) جهت شماره گذاری در SCM.....	۱۶
شکل (۴-۲) شماره گذاری مش‌ها.....	۱۷
شکل (۵-۲) منابع میدان و جریان‌های سطحی بین دو ناحیه [۲۸].....	۱۸
شکل (۶-۲) منبع با سطح مقطع دایروی.....	۲۰
شکل (۷-۲) منبع با سطح مقطع مستطیلی.....	۲۰
شکل (۸-۲) مواد با ضریب نفوذپذیری متفاوت بدون فصل مشترک [۲۸].....	۲۴
شکل (۹-۲) مواد با ضریب نفوذپذیری متفاوت با فصل مشترک [۲۸].....	۲۴
شکل (۱-۳) مش‌بندی ساده رله الکترومغناطیسی.....	۲۷
شکل (۲-۳) الگوریتم مش‌بندی اتوماتیک در SCM.....	۳۰
شکل (۳-۳) ساختار مدل ساده الکترومغناطیسی شبیه‌سازی شده (همه ابعاد بر حسب میلیمتر است).....	۳۱
شکل (۴-۳) تقسیم‌بندی مرزها برای مش‌بندی مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۲
شکل (۵-۳) مش‌بندی نهایی مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۳
شکل (۶-۳) توزیع چگالی جریان سطحی بر روی مرزهای مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۴
شکل (۷-۳) چگالی شار عمودی ( $B_n$ ) در فاصله هوایی مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۴
شکل (۸-۳) چگالی شار مماسی ( $B_t$ ) در فاصله هوایی مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۵
شکل (۹-۳) توزیع شار در مدل ساده الکترومغناطیسی با SCM و ۷۹ عدد مش و FEM با ۲۲۲ عدد مش.....	۳۵
شکل (۱۰-۳) نیروی عمودی وارد بر مدل ساده الکترومغناطیسی.....	۳۶
شکل (۱۱-۳) رله الکترو مغناطیسی شبیه‌سازی شده (همه ابعاد بر حسب میلیمتر است).....	۳۷
شکل (۱۲-۳) تقسیم‌بندی مرزها برای اعمال مش‌بندی در رله الکترومغناطیسی.....	۳۸
شکل (۱۳-۳) مش‌بندی نهایی رله الکترومغناطیسی.....	۳۸

## فهرست شکل‌ها

- شکل (۳-۱۴) توزیع چگالی جریان‌های سطحی بر روی مرزهای رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی.....۳۹
- شکل (۳-۱۵) چگالی شار عمودی (Bn) در مرکز فاصله هوای رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی .....۴۰
- شکل (۳-۱۶) چگالی شار مماسی (Bt) در مرکز فاصله هوای رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی .....۴۰
- شکل (۳-۱۷) توزیع شار در رله‌الکترومغناطیسی با FEM و ۹۱۰ عدد مش و SCM با ۲۴۳ عدد مش در حالت بدون جابجایی .....۴۱
- شکل (۳-۱۸) نیروی عمودی وارد بر قسمت متحرک رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی .....۴۲
- شکل (۳-۱۹) مقایسه توزیع چگالی‌های جریان‌های سطحی در دو حالت با جابجایی و بدون جابجایی رله الکترومغناطیسی .....۴۳
- شکل (۳-۲۰) چگالی شار عمودی (Bn) در وسط فاصله هوای رله‌الکترومغناطیسی در حالت جابجایی قسمت متحرک .....۴۴
- شکل (۳-۲۱) چگالی شار مماسی (Bt) در وسط فاصله هوایی رله‌الکترومغناطیسی در حالت جابجایی قسمت متحرک .....۴۴
- شکل (۳-۲۲) توزیع شار در رله‌الکترومغناطیسی با FEM و ۹۱۰ عدد مش و SCM با ۲۴۳ عدد مش در حالت جابجایی .....۴۵
- شکل (۳-۲۳) ساختار آهن‌ربای الکتریکی شبیه‌سازی شده (همه ابعاد برحسب میلیمتر است) .....۴۵
- شکل (۳-۲۴) تقسیم‌بندی مرزها برای اعمال مش‌بندی در آهن‌ربای الکتریکی .....۴۶
- شکل (۳-۲۵) مش‌بندی نهایی آهن‌ربای الکتریکی .....۴۷
- شکل (۳-۲۶) توزیع چگالی جریان‌های سطحی بر روی مرزهای آهن‌ربای الکتریکی .....۴۸
- شکل (۳-۲۷) چگالی شار عمودی (Bn) در وسط فاصله هوای آهن‌ربایی الکتریکی .....۴۹
- شکل (۳-۲۸) چگالی شار مماسی (Bt) در وسط فاصله هوای آهن‌ربای الکتریکی .....۴۹
- شکل (۳-۲۹) توزیع شار در آهن‌ربای الکتریکی با FEM و ۱۱۱۶ عدد مش و SCM با ۳۱۷ عدد مش .....۵۰
- شکل (۳-۳۰) نیروی عمودی وارد بر قسمت متحرک آهن‌ربای الکتریکی .....۵۱
- شکل (۳-۳۱) ساختار موتور القایی خطی سه‌فاز شبیه‌سازی شده (همه ابعاد برحسب میلیمتر است) .....۵۲
- شکل (۳-۳۲) تقسیم‌بندی مرزها برای اعمال مش‌بند در موتور القایی خطی سه‌فاز .....۵۴
- شکل (۳-۳۳) مش‌بندی نهایی موتور القایی خطی سه‌فاز .....۵۵
- شکل (۳-۳۴) توزیع چگالی جریان‌های سطحی بر روی مرزهای موتور القایی خطی سه‌فاز .....۵۶
- شکل (۳-۳۵) چگالی شار عمودی (Bn) در فاصله هوای موتور القایی خطی سه‌فاز .....۵۶
- شکل (۳-۳۶) توزیع شار در موتور القایی خطی سه‌فاز با FEM و ۱۶۵۴ عدد مش و SCM با ۷۷۱ عدد مش .....۵۷
- شکل (۳-۳۷) نیروی عمودی وارد بر قسمت ثابت موتور القایی خطی سه‌فاز .....۵۸
- شکل (۴-۱) تعیین مرزهای داخلی و خارجی در سیستم مغناطیسی .....۶۰
- شکل (۴-۲) فلوجارت مش‌بندی ترکیبی در SCM2 .....۶۲
- شکل (۴-۳) تقسیم‌بندی مرزها برای اعمال مش‌بندی ترکیبی در رله‌الکترومغناطیسی .....۶۴
- شکل (۴-۴) مش‌بندی نهایی رله‌الکترومغناطیسی با مش‌بندی ترکیبی .....۶۵

## فهرست شکل‌ها

- شکل (۴-۵) چگالی شار عمودی و مماسی در مرکز فاصله هوای رله‌الکترومغناطیسی با SCM1، SCM2 و FEM ۶۶
- شکل (۴-۶) نیروی عمودی وارد بر قسمت متحرک رله‌الکترومغناطیسی با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۶۶
- شکل (۴-۷) توزیع شار در رله‌الکترومغناطیسی با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۶۷
- شکل (۴-۸) مش‌بندی نهایی آهن‌ربای الکتریکی با مش‌بندی ترکیبی ..... ۶۸
- شکل (۴-۹) چگالی شار عمودی و مماسی در مرکز فاصله هوای آهن‌ربای الکتریکی با SCM1، SCM2 و FEM ۶۹
- شکل (۴-۱۰) نیروی عمودی وارد بر قسمت متحرک آهن‌ربای الکتریکی با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۶۹
- شکل (۴-۱۱) توزیع شار در آهن‌ربای الکتریکی با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۷۰
- شکل (۴-۱۲) مش‌بندی نهایی موتور القایی خطی سه‌فاز با مش‌بندی ترکیبی ..... ۷۱
- شکل (۴-۱۳) چگالی شار عمودی و مماسی در مرکز فاصله هوای موتور القای خطی سه‌فاز با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۷۲
- شکل (۴-۱۴) نیروی عمودی وارد بر قسمت ثابت موتور القایی خطی سه‌فاز با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۷۳
- شکل (۴-۱۴) توزیع شار موتور القایی خطی سه‌فاز با SCM1، SCM2 و FEM ..... ۷۴

## فهرست جداول

صفحه	جدول
۸.....	جدول ۱-۱: روند بهبود مش‌بندی در موتور DC خطی بدون جاروبک [۲۵].
۳۱.....	جدول ۱-۳: مشخصات مدل ساده الکترومغناطیسی.....
۳۳.....	جدول ۲-۳: مراحل بهبود مش‌بندی مدل ساده الکترومغناطیسی.....
۳۷.....	جدول ۳-۳: مشخصات رله‌الکترومغناطیسی.....
۳۹.....	جدول ۴-۳: مراحل اصلاح مش‌بندی رله‌الکترومغناطیسی.....
۴۱.....	جدول ۵-۳: تغییرات نیرو طی اصلاح مش‌بندی در رله‌الکترومغناطیسی در حالت بدون جابجایی.....
۴۶.....	جدول ۶-۳: مشخصات آهن‌ربایی الکتریکی.....
۴۷.....	جدول ۷-۳: مراحل بهبود مش‌بندی در آهن‌ربای الکتریکی.....
۵۱.....	جدول ۸-۳: تغییرات نیرو طی اصلاح مش‌بندی در FEM و SCM در آهن‌ربای الکتریکی.....
۵۲.....	جدول ۹-۳: مشخصات موتور القایی خطی سه‌فاز.....
۵۳.....	جدول ۱۰-۳: شماره‌های اختصاص یافته به هر فاز زیر هر قطب موتور القایی خطی سه‌فاز.....
۵۵.....	جدول ۱۱-۳: مراحل اصلاح مش‌بندی در موتور القایی خطی سه‌فاز.....
۵۷.....	جدول ۱۲-۳: تغییرات نیرو طی اصلاح مش‌بندی در موتور القایی خطی سه‌فاز در FEM و SCM.....
۶۵.....	جدول ۱-۴: مراحل بهبود مش‌بندی در رله‌الکترومغناطیسی با مش‌بندی ترکیبی.....
۶۸.....	جدول ۲-۴: مراحل بهبود مش‌بندی در آهن‌ربای الکتریکی با مش‌بندی ترکیبی.....
۷۲.....	جدول ۳-۴: مراحل بهبود مش‌بندی در موتور القایی خطی سه‌فاز با مش‌بندی ترکیبی.....

## فصل اول

### مقدمه و اهداف پروژه

## ۱-۱) مقدمه

کمیات مدل الکترومغناطیس به طور کلی به دو گروه کمیات میدان و منبع تقسیم می‌شوند. چهار کمیت اصلی میدان برداری در الکترومغناطیس وجود دارد: شدت میدان الکتریکی<sup>۱</sup>، چگالی شار الکتریکی<sup>۲</sup>، چگالی شار مغناطیسی<sup>۳</sup> و شدت میدان مغناطیسی<sup>۴</sup>. هر چهار کمیت، توابع نقطه‌ای هستند و در هر نقطه از فضا تعریف شده و عموماً توابعی از مختصات فضایی هستند. خواص مواد (یا محیط)، رابطه بین شدت میدان الکتریکی، چگالی شار الکتریکی، چگالی شار مغناطیسی و شدت میدان مغناطیسی را تعیین می‌کند. این روابط را روابط اساسی یک محیط می‌گویند. منظور اصلی از مطالعه الکترومغناطیس، درک تاثیر متقابل بین بارها و جریان‌های قرار گرفته در فاصله‌ای از آنها، براساس مدل الکترومغناطیسی است [۱]. بسیاری از دستگاه‌های الکتریکی (از قبیل ماشین‌ها، ترانسفورماتورها و...) برای تحلیل میدان‌های مغناطیسی نیازمند به بیان ریاضی معادلات دیفرانسیل هستند. حل این معادلات عموماً به دلیل اینکه دستگاه‌ها دارای ساختار غیر متقارن و نسبتاً پیچیده هستند نیازمند حل معادلات پیچیده ماکسول هستند. با توجه به غیر خطی بودن رابطه بین چگالی شار و شدت میدان مغناطیسی در مواد فرومغناطیس، شرایط مرزی و محدوده‌ایی که در آن قرار می‌گیرند عملاً استفاده از روش‌های تحلیلی ممکن نیست. یکی از بهترین روش‌ها برای پاسخ به معادلات دیفرانسیل پیچیده، استفاده از روش‌های تقریبی و یا اصطلاحاً روش‌های عددی است. در همه روش‌های عددی به کمک مکانیسم‌های خاص و البته با اعمال تقریب، معادلات دیفرانسیل بزرگ به تعداد زیادی معادلات جبری کوچکتر تبدیل می‌شوند که با کمک رایانه این معادلات حل شده و مجهولات تعیین می‌گردند. روش‌های عددی متفاوتی برای تحلیل میدان‌های مغناطیسی تاکنون ابداع و مورد استفاده قرار گرفته‌اند. از میان انواع روش‌های عددی به روش‌های متداول زیر اشاره شده و چند مورد از آنها شرح داده می‌شود.

الف) روش تفاضل محدود (Finite Difference Method)

ب) روش المانهای مرزی (Boundary Element Method)

ج) روش مدار معادل مغناطیسی (Magnetic Equivalent Circuit)

د) روش اجزای محدود (Finite Element Method)

و) روش مونت کارلو (Monte Carlo)

ه) روش جریان‌های سطحی (Surface Current Method)

<sup>1</sup> -Electric field intensity

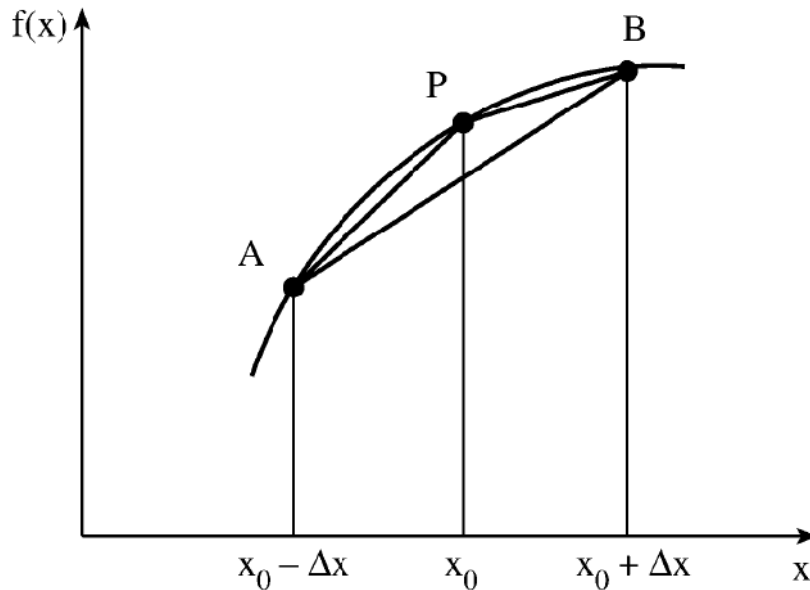
<sup>2</sup> -Electric flux density

<sup>3</sup> -Magnetic flux density

<sup>4</sup> - Magnetic field intensity

۱-۱-۱ روش تفاضل محدود (FDM)

روش تفاضل محدود بعنوان ساده‌ترین و قدیمی‌ترین روش عددی، اصولاً براساس بسط سری تیلور توابع در صورتیکه تابع دارای مشتق‌های پیوسته باشد استوار است. در نخستین گام، حوزه فیزیکی مسأله از طریق گسسته‌سازی به یک حوزه گسسته تبدیل می‌شود. گسسته‌سازی مکانی با انتخاب نقاطی بر روی حوزه مورد نظر و با فواصل عموماً یکنواخت در همه جهات صورت می‌گیرد. در صورتیکه فواصل نقاط چنین شبکه‌ای در جهات محورهای مختصات با یکدیگر برابر باشند شبکه حاصل از نوع یکنواخت و اصطلاحاً از نوع با ساختار خواهد بود [۲]. گسسته‌سازی معادله دیفرانسیل و شرایط مرزی آن بسادگی و از طریق بسط سری تیلور برای تقریب تابع و مشتقات آن در کلیه نقاط حوزه فیزیکی گسسته انجام می‌شود. بعنوان مثال در شکل (۱-۱) مقدار تابع  $f(x)$  را در هر نقطه فرضی می‌توان بصورت معادله (۱-۱) با استفاده از سری تیلور بر حسب مقادیر تابع و مشتقات آن در نقطه مجاور نقطه مورد نظر تعریف کرد.



شکل (۱-۱) مقدار تابع  $f(x)$  [۵].

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x f'(x_0) + \frac{\Delta x^2}{2} f''(x_0) + \dots + \frac{\Delta x^n}{n!} f^n(x_0) \quad (1-1)$$

که در آن  $\Delta x$  فاصله بین دو نقطه و اندیس  $(n)$  نمایشگر مشتق مرتبه  $n$ ام است. با صرفنظر کردن از توان‌های مرتبه دوم و بالاتر در معادله بالا، رابطه جبری (۲-۱) که به تفاضل پیشرو معروف است بدست می‌آید.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (2-1)$$

مقدار  $\frac{\partial f}{\partial x}$  از تفاضل پیشرو بصورت معادله (۳-۱) بدست می‌آید.



$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (۳-۱)$$

بسط تفاضل مرکزی بصورت رابطه (۳-۱) حاصل می‌شود.

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (۴-۱)$$

برای مشتق مرتبه دوم رابطه (۴-۱) بدست می‌آید.

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - 2f(x_0) + f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x^2} \quad (۵-۱)$$

با تعیین روابط در عملگرهای دیفرانسیلی در این مرحله برای یک نقطه مشتقات موجود در معادله دیفرانسیل گسسته سازی شده و شرایط مرزی آن بوسیله روابط تفاضلهای محدود مناسبی که به آن اشاره شد در معادله اصلی جایگزین می‌شود. اگر روند مذکور برای کلیه نقاط شبکه انجام شود نتیجه آن بصورت دستگاه معادلات جبری برحسب مقادیر متغیر مجهول بدست می‌آید. مانند همه روش‌های عددی دستگاه معادلات جبری حاصل از طریق روش‌های معمول و مناسبی مانند روش تکرار حل و مقادیر تابع مجهول در نقاط مختلف شبکه بدست می‌آید [۳، ۴، ۵].

### ۲-۱-۱ روش المان‌های مرزی (BEM)

روش المانهای مرزی از دهه ۱۹۸۰ توسعه یافت [۶]. این روش در بسیاری از مسائل بهتر از روش تفاضل محدود است، زیرا با کاربرد این روش یک بعد از مسئله کاسته شده و به این دلیل در زمان آماده سازی اطلاعات ورودی حافظه مورد نیاز کامپیوتری برای انجام محاسبات و زمان انجام محاسبات صرفه جویی قابل ملاحظه‌ای صورت می‌گیرد [۶]. برای حل معادله لاپلاس با استفاده از روش المان‌های مرزی، یک تابع وزنی  $W$  در  $\nabla^2 \varphi$  ضرب شده و روی کل دامنه ( $\Omega$ ) انتگرال گیری شده و مساوی صفر قرار داده می‌شود [۷].

$$\iint_{\Omega} W \nabla^2 \varphi d\Omega = 0 \quad (۶-۱)$$

$W$  - تابع وزنی

$\Omega$  - دامنه‌ای که انتگرال روی آن گرفته می‌شود

با کاربرد قضیه گرین رابطه (۷-۱) بدست می‌آید

$$\varphi(p) = \int_{\Gamma} \left[ \varphi(q) \frac{\delta W}{\delta n} - W \frac{\delta \varphi(q)}{\delta n} \right] d_r \quad (۷-۱)$$

$\Gamma$  - مرز ناحیه مورد بررسی

$p$  - نقطه انتخابی روی مرز یا درون ناحیه یا خارج از آن که تابع وزنی  $W$  با توجه به فاصله از این نقطه تعریف

می‌شود

$q$  - نقطه‌ای که برای گرفتن انتگرال روی مرز تغییر می‌کند

$\alpha$  - زاویه‌ای که با مکان  $p$  مطابقت دارد. اگر  $p$  درون ناحیه باشد  $\alpha=2\pi$ ، اگر خارج از ناحیه باشد  $\alpha=0$ ، اگر روی مرز هموار باشد  $\alpha=\pi$ ،  $\alpha$  زاویه داخلی در نقطه  $p$  است.

در حالت دوبعدی برای روش المان‌های مرزی رابطه (۸-۱) بدست می‌آید:

$$W=L_n(r) \quad (8-1)$$

$r$  - فاصله نقطه  $p$  از نقطه  $Q$

با کاربرد معادله ۶ در معادله ۵ رابطه (۹-۱) بدست می‌آید

$$\varphi(p)=\int_{\Gamma} [\varphi(\rho) \frac{\delta(L_n(r))}{\delta n} - L_n(r) \frac{\delta\varphi(\rho)}{\delta n}] d_r \quad (9-1)$$

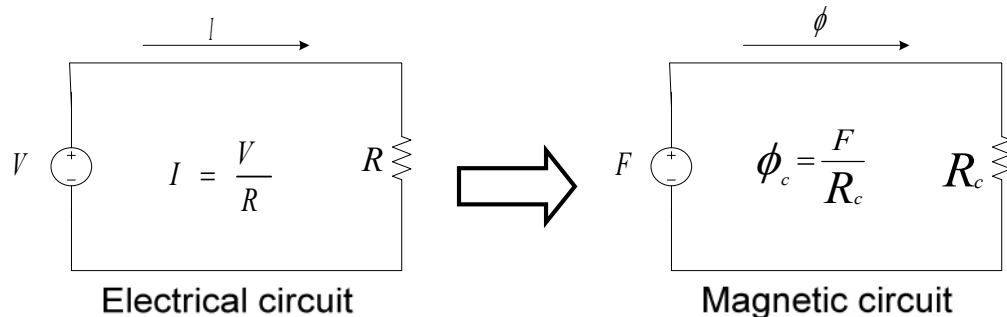
برای هر نقطه روی مرز با انتخاب کردن آن نقطه به عنوان  $p$ ، یک معادله وجود دارد و همچنین با داشتن شرایط مرزی  $\varphi$  یا  $\frac{\delta\varphi}{\delta n}$  و یا یک رابطه بین آنها مشخص است. بنابراین به تعداد نقاط روی مرز معادله و به همان تعداد مجهول وجود دارد و می‌توان مجهولات روی مرز را بدست آورد. آنگاه با داشتن  $\varphi$  یا  $\frac{\delta\varphi}{\delta n}$  روی مرز می‌توان  $\varphi$  را در هر نقطه داخلی بدست آورد [۸].

از معایب این روش می‌توان به موارد زیر اشاره کرد [۹]:

- ۱- ریاضیات پیچیده
- ۲- در حل مسایل غیر خطی دچار خطا می‌شود

### ۱-۳) روش مدار معادل مغناطیسی (MEC)

روش مدار معادل مغناطیسی از سال ۱۹۶۷ معرفی شد. این روش بر اساس دوگانی مدارهای مغناطیسی و الکتریکی بنا شده است. به عنوان مثال در شکل (۲-۱) معادل جریان، مقاومت و ولتاژ به ترتیب شار مغناطیسی، مقاومت مغناطیسی و پتانسیل مغناطیسی است.



شکل (۲-۱) مدار معادل الکتریکی و مغناطیسی

در این روش رلوکتانس‌های موجود در مسیر شار مغناطیسی و شارهای ناشی محاسبه شده و در نهایت برای کل ناحیه رلوکتانس‌ها بصورت یک شبکه محاسبه شده و با یکدیگر ترکیب می‌شوند و ماتریسی با ابعاد بزرگی بدست می‌آید که باید حل شود. در این روش تمرکز بر روش‌های مدل سازی رلوکتانس مسیره‌های اصلی شار و در نظر گرفتن مسیره‌های معینی برای عبور خطوط شار است. تعداد اجزای سیستم که بایستی معادلات برای آن‌ها حل شوند در مقایسه با روش اجزاء محدود ( به دلیل استفاده از تعداد بسیار زیاد اجزاء محدود در فضای ساختاری سیستم ) کاهش می‌یابد. در نتیجه در روش مدار معادل مغناطیسی تعداد معادلات و مدت زمان تحلیل سیستم نسبت به روش اجزاء محدود کاهش می‌یابد [۱۱،۱۰ و ۱۲].

### ۱-۱-۴) روش اجزای محدود (FEM)

گرچه نام اجزاء محدود اخیراً به این روش اطلاق گردیده اما این مفهوم چندین قرن پیش نیز مورد استفاده قرار گرفته است. برای مثال ریاضیدانان قدیمی محیط دایره را با تقریب آن به یک چند ضلعی بدست آوردند. بر حسب نام گذاری امروزی هر ضلع این چند ضلعی را می‌توان یک «المان محدود» نامید [۱۳]. گرچه این روش بطور وسیعی در رشته مکانیک سازه‌ها به کار برده شده است، لیکن برای حل چندین نوع دیگر از مسائل مهندسی مانند انتقال حرارت، دینامیک سیالات، جریان‌های نفوذی و میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی هم بطور موفقیت آمیزی به کار برده شده است و امروزه در تحلیل میدان‌های مغناطیسی کاربرد وسیعی دارد. این روش یک دستورالعمل عددی جهت حل مسایل فیزیکی است که توسط معادله دیفرانسیل توصیف می‌شوند. هدف اصلی در این روش یافتن حل یک مسأله پیچیده از طریق جایگزینی آن با یک مدل ساده‌تر است و هنگامی که مسأله واقعی با مدل ساده‌تری برای یافتن حل آن جایگزین گردید، قادر به یافتن حل تقریبی آن خواهیم بود.

روش اجزاء محدود را می‌توان به پنج مرحله اصلی تقسیم کرد:

۱- تقسیم ناحیه مورد بحث به تعداد زیادی زیر ناحیه کوچک موسوم به المان

۲- تعیین تقریب اولیه برای حل به صورت یک تابع با ضرایب ثابت مجهول که همواره خطی یا مرتبه دوم است. پس از تعیین مرتبه تقریب اولیه، معادله حاکم در هر گره نوشته می‌شود.

۳- استخراج دستگاه معادلات جبری

۴- حل دستگاه معادلات ایجاد شده

۵- محاسبه سایر کمیات

در این روش معمولاً مش‌ها بصورت مثلث در نظر گرفته می‌شوند که هم مرزهای قوس دار را به خوبی پوشش دهد و هم قابلیت انطباق با شکل‌های پیچیده را داشته باشد. FEM در حالت کلی دارای حل عددی با دقت بسیار خوبی است اما اگر ابعاد مسأله بزرگ باشد و مسایلی نظیر اشباع و حالات گذرا در نظر گرفته شود مدت زمان حل و تعداد مش‌های مورد استفاده برای رسیدن به دقت مورد نظر فوق‌العاده زیاد می‌شود در نتیجه استفاده از FEM در بهینه‌سازی ادوات الکترومغناطیسی که نیاز به تحلیل‌های مکرر دارند با توجه به دقت و زمان مورد نیاز گزینه مناسبی نیست [۱۴، ۱۵، ۱۶ و ۱۷].

## ۱-۱-۵) روش جریان‌های سطحی (SCM)

یکی دیگر از روش‌های حل عددی در تحلیل میدان‌های مغناطیسی روش جریان‌های سطحی است. در این روش مرزها در مواد فرومغناطیس دو بعدی با یک سری جریان‌های سطحی (مش‌های یک بعدی) جایگزین می‌شوند. در روش جریان‌های سطحی به دلیل اینکه از مش‌های یک بعدی (تکه خط) در برابر مش‌های دو بعدی (مثلی) استفاده می‌شود تعداد مش‌های SCM نسبت به FEM کاهش می‌یابد و با توجه به اینکه تاثیر ضریب نفوذپذیری با جریان‌های سطحی مدل شده پس می‌توان از قانون بیوساوار در تحلیل میدان‌های مغناطیسی استفاده کرد.

## ۱-۲) مروری بر تاریخچه و تحقیقات در زمینه روش جریان‌های سطحی

در سال ۱۹۷۵ Tozoni روش Secondary Source Method را برای اولین بار بیان نمود. این روش اولین مدل از SCM است [۱۸]. در سال ۱۹۸۳ P.K.Klepka روش Secondary Source Method را در حل معادلات الکترومغناطیسی ماشین‌های الکتریکی استفاده کرد. در این روش مرزهای سیستم با یک سری جریان‌های سطحی مدل شده و با استفاده از درون‌یابی Spline بین چگالی‌های جریان در گره‌های روی مرز و با استفاده از توابع خطی، میدان‌های مغناطیسی محاسبه می‌شود [۱۹]. در سال ۱۹۹۱ Current Sheet Method توسط Berlec و Lensani بیان شد. در این روش با توزیع خطی جریان بین گره‌های انتخاب شده روی مرزها توزیع شار در حالت دو بعدی محاسبه شد و با استفاده از روش تکرار و محاسبه شدت میدان ناشی از منابع با مقطع‌های دایروی و مستطیلی و تاثیر چگالی‌های جریان بر یکدیگر توانستند مقدار شدت میدان مغناطیسی را در نقاط مختلف محاسبه کنند و با استفاده از شدت میدان، چگالی شار را بدست آوردند، در نتیجه با استفاده از چگالی شار، پتانسیل را در نقاط مختلف محاسبه کردند. برای محاسبه جریان بین نقاط مختلف از تقریب خطی استفاده کردند [۲۰]. تاثیر اثر اشباع در مواد الکترومغناطیسی با SCM اولین بار توسط Berlec انجام شد. Berlec در سال ۱۹۹۸ روش Current Sheet Method را به صورت سه بعدی مورد مطالعه قرار داد. در این روش حجم مواد فرومغناطیس تبدیل به سطح شد و مرزها با چگالی جریان‌های سطحی مناسب مدل شدند. بدلیل اینکه ماتریس سختی Current Sheet Method سه بعدی عناصر غیر صفر زیادی داشت در نتیجه باعث افزایش حجم محاسبات و زمان شبیه سازی شد. این روش بدون شبیه‌سازی و فقط در حد یک نظریه ارایه شد [۲۱ و ۲۲]. پس در حالت سه بعدی نمی‌توان با قاطعیت در مورد برتری SCM نسبت به FEM اظهار بیان کرد. در سال ۱۹۹۹ M.Andriollo, G.Martinelli, A.Morini و S.Vantini با مطالعات و اصلاحاتی که بر روی Current Sheet Method انجام دادند روش جریان‌های سطحی را بیان کردند. در این مقاله یک رله الکترومغناطیسی که یک قسمت از آن آهن‌ربای دایم بود و بدون در نظر گرفتن مسایلی نظیر اشباع با استفاده از روش جریان‌های سطحی در دو مرحله (بدون جابجای قسمت متحرک رله و با جابجای قسمت متحرک) شبیه‌سازی کردند و نتایج حاصل (از جمله چگالی شار در نقاط مختلف و نیرو) با روش اجزاء محدود مقایسه شد. مشاهده شد که در SCM تعداد مش‌های مورد استفاده یک چهارم تعداد مش‌های مورد استفاده در FEM است، در حالی که دقت SCM تقریباً معادل FEM است [۲۳]. M.Andriollo و همکارانش در اکتبر ۱۹۹۹ یک موتور پله تکفاز آهن‌ربای دایم را با استفاده از SCM شبیه‌سازی و نتایج با FEM مقایسه شد و نتیجه گرفتند که نتایج حاصل از SCM با اینکه تعداد مش‌های آن یک سوم FEM است قابل قبول است [۲۴]. در سال ۲۰۰۰ M.Andriollo و همکارانش با همکاری L.Bolognese روشی برای بهینه‌سازی مش‌بندی در SCM ارایه کردند، اصول بهینه‌سازی مش‌بندی بر