٧ ج ٨
٨٨٦٥

بسم الله الرحمن الرحيم

٤٥٤٣٨

سازمان اطلاعات مدارک علمی ایران
مرکز مدارک

۱۳۸۲ /۴/ -۵

دانشگاه تربیت معلم
دانشکده علوم پایه

پایان نامه جهت دریافت درجه کارشناسی ارشد
رشته ریاضی کاربردی (تحقیق در عملیات)

موضوع:

# ارائه مدل ریاضی جهت محاسبه قیمت تمام شده خدمات بانکی (با استفاده از تکنیک *DEA*)

استاد راهنما: دکتر محمد حسینی

استاد مشاور: دکتر غلامرضا جهانشاهلو

نگارنده: حبیب الله اژدهاکش

اسفند ماه ۸۱

٤٥٤٤٨

*بسمه تعالی*

## تاییدیه اعضای هیات داوران حاضر در جلسه دفاع از پایان نامه کارشناسی ارشد

اعضای هیات داوران نسخه نهایی پایان نامه آقای **حبیب ا... اژدهاکش** رشته ریاضی تحت عنوان **ارائه مدل ریاضی بمنظور محاسبه قیمت تمام شده خدمات بانکی** را از نظر فرم و محتوا بررسی نموده و آنرا برای اخذ درجه کارشناسی ارشد مورد تایید قرار دادند.

| اعضای هیات داوران | نام و نام خانوادگی | رتبه علمی | امضاء |
|---|---|---|---|
| ۱- استاد راهنما | دکترمحمد حسینی | استاد | |
| ۲- استاد مشاور | دکترغلامرضاجهانشا هلو | استاد | |
| ۳- استاد ناظر | دکتر سعید مهرابیان | استادیار | |
| ۴- استاد ناظر | دکتر فرشته سعدی | استادیار | |
| ۵- نماینده تحصیلات تکمیلی | دکتر فرشته سعدی | استادیار | |

بسمه تعالی

# آیین نامه چاپ پایان نامه (رساله)های دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس

نظر به اینکه چاپ و انتشار پایان نامه (رساله)های تحصیلی دانشجویان دانشگاه تربیت مدرس مبین بخشی از فعالیتهای علمی – پژوهشی دانشگاه است بنابراین به منظور آگاهی و رعایت حقوق دانشگاه، دانش آموختگان این دانشگاه نسبت به رعایت موارد ذیل متعهدمی شوند:

**ماده ۱:** در صورت اقدام به چاپ پایان نامه (رساله )ی خود، مراتب را قبلاً به طور کتبی به مرکز نشر دانشگاه اطلاع دهد.

**ماده ۲:** در صفحه سوم کتاب (پس از برگ شناسنامه)، عبارت ذیل را چاپ کند:

«کتاب حاضر، حاصل پایان نامه کارشناسی ارشد نگارنده در رشته ریاضی کاربردی است که در سال ۸۲-۸۱ در دانشکده علوم پایه دانشگاه تربیت مدرس به راهنمایی جناب آقای دکتر محمد حسینی و مشاوره آقای دکتر غلامرضا جهانشاهلو از آن دفاع شده است.»

**ماده ۳:** به منظور جبران بخشی از هزینه های نشریات دانشگاه تعداد یک درصد شمارگان کتاب (در هر نوبت چاپ)را به مرکز نشر دانشگاه اهدا کند دانشگاه می تواند مازاد نیاز خود را به نفع مرکز نشر در معرض فروش قرار دهد.

**ماده٤:** در صورت عدم رعایت ماده ۳، ۵۰٪ بهای شمارگان چاپ شده را بعنوان خسارت به دانشگاه تربیت مدرس، تادیه کند.

**ماده ۵:** دانشجو تعهد و قبول می کند در صورت خودداری از پرداخت بهای خسارت، دانشگاه می تواند خسارت مذکور را از طریق مراجع قضایی مطالبه و وصول کند؛ به علاوه به دانشگاه حق می دهد به منظور استیفای حقوق خود، از طریق دادگاه، معادل وجه مذکور در ماده ٤ را از محل توقیف کتابهای عرضه شده نگارنده برای فروش، تامین نماید.

**ماده ٦:** اینجانب حبیب ا... اژدهاکش دانشجوی رشته ریاضی کاربردی مقطع کارشناسی ارشد تعهد فوق و ضمانت اجرایی آن را قبول کرده، به آن ملتزم می شوم.

نام و نام خانوادگی
حبیب الله اژدهاکش

امضاء

*تقدیم به:*

**بزرگ سردار دهلاویه** **شهید دکتر مصطفی چمران**

**به سرداران گمنام دشت شلمچه** **حماسه سازان کربلای ایران**

**به عقاب خونین بال قشقائی** **شهید سرهنگ خلبان محمد رادفر**

**به روح بلند عمویم**

**به پدرم به خاطر زحمات بی‌دریغش**

**به مادرم، اسطوره ایثار**

**به مادربزرگم که دوستش می دارم.**

**به دائی گرانقدرم که همواره و در تمام دوران زندگیم مشوق و پشتیبان من بوده است .**

من لم یشکرالمخلوق لم یشکر الخالق

برخود لازم می دانم از تمام کسانیکه در طی این مدت اینجانب را مرهون الطاف خویش قرار داده اند تشکر و قدر دانی نمایم

از اساتید گرانقدر آقایان دکتر محمد حسینی و دکتر غلامرضا جهانشاهلو که به عنوان اساتید راهنما و مشاور هدایت اینجانب را به عهده داشته اند و جناب آقای دکتر سعید مهرابیان و سرکار خانم دکتر فرشته سعدی که قضاوت و داوری این پایان نامه را به عهده داشتند، تشکر و قدر دانی می نمایم ،

از کارکنان محترم بخش ریاضی ، معاونت آموزشی و پژوهشی دانشکده علوم که همکاری صمیمانه ای با اینجانب داشته اند تشکر و قدر دانی می نمایم

از همکاران خوبم در اداره مطالعات و بازاریابی بانک رفاه که همواره اینجانب را مورد لطف خویش قرار داده اند تشکر و قدر دانی می نما یم

## چکیده:

افزایش تولید و جهانی شدن بازار، موجب توجه جدی مدیران موسسات تولیدی و خدماتی به مقوله کیفیت شده است، و قیمت به عنوان یکی از مهمترین عوامل شکل دهنده کیفیت یک کالا یا خدمت، در دهه اخیر به شدت مورد توجه واقع شده است و مراکز تولیدی و خدماتی را با چالش رقابتی شدیدی مواجه نموده است. مراکز و موسسات بانکی نیز از این مقوله مستثنی نبوده اند و باتوجه به رشد موسسات مالی خصوصی و سخت تر شدن شرایط رقابتی، به منظور بقا در بازار مجبور به افزایش کیفیت خدمات خود از جمله سرعت ارائه خدمات و قیمت شده اند، لذا روش های متعددی به منظور محاسبه قیمت تمام شده ابداع گردیده است. روش هایی از قبیل *ABC*،روش پارامتری پیشرفته رگرسیون که اولی یعنی هزینه یابی بر مبنای فعالیت در سیستم های بانکی به سختی قابل اجراست و دومی نیز به میزان زیاد متاثر از همبستگی داده ها می باشد و از انجاییکه هردو روش به هزینه یابی وضع موجود پرداخته و هیچ گونه راهکاری برای بهبود عملکرد ارائه نمی دهند لذا روشهایی غیر قابل اتکا و غیر موثر می باشند .غیر قابل اتکا از این نظر که هزینه های وابسته به تولید را به طور دقیق منعکس نمی کنندو غیر موثر از این نظر که به هزینه یابی وضع موجود می پردازند و هیچ گونه راهکاری به منظور بهبود عملکرد ارائه نمی دهند بدین دلیل تکنیک غیر پارامتری *DEA* مد نظر قرار گرفت. تحلیل پوششی داده ها ( *Data Envelopment Analysis*)روشی است مبتنی بر برنامه ریزی خطی که غالبا برای محاسبه کارایی نسبی واحد های تصمیم گیرنده به کار رفته است. در دهه اخیر این تکنیک بویژه در ایالات متحده و کانادا مقبول مدیران بانکها واقع شده است. با توجه به قابلیت تبدیل ورودی های اغلب سیستم ها مانند نیروی انسانی ،سیستم های کامپیوتری وسایر ورودی ها به یک عامل ورودی از نوع هزینه، می توان این تکنیک را برای محاسبه قیمت تمام شده خدمات بانکی به کار برد ،مبحثی که هدف و غایت اصلی این پایان نامه می باشد و به عنوان بدیع ترین استفاده از این تکنیک در سیستم های بانکی مطرح می باشد.

## فهرست مطالب


**فصل اول:کلیات تحقیق**

۱-۱- تحلیل پوششی داده‌ها..... ۲

۱-۲- کارایی در حالت یک ورودی یک خروجی..... ۳

۱-۳- اصلاح کارایی در DEA..... ۵

۱-۴- کارایی حالت دو ورودی - یک خروجی..... ۶

۱-۵- کارایی در حالت دو خروجی - یک ورودی..... ۸

**فصل دوم:مدلهای تحلیل پوششی داده ها**

۲-۱- مدل CCR نسبی..... ۱۱

قضیه ۲-۱-۱..... ۱۲

۲-۲- مدل CCR مضربی..... ۱٤

۲-۲-۱ تعریف کارایی در مدلهای مضربی..... ۱۷

لم ۲-۲-۱..... ۱۷

۲-۳- ویژگیهای مدل CCR مضربی..... ۱۹

۲-۴- مدل CCR پوششی..... ۲۰

تعریف ۲-۴-۱..... ۲۱

تعریف ۲-۴-۲..... ۲۲

تعریف ۲-۴-۳..... ۲۲

۲-۵- مدلهای ورودی‌گرا و خروجی‌گرا..... ۲٤

۲-۵-۱- روش به دست آوردن مدل پوششی (PI0)..... ۲۵

۲-۶- انواع مدلهای DEA..... ۲٦

قضیه ۲-۶-۱- شرط کارایی در مدلهای پوششی..... ۲۸

۲-۷- انواع پوشش در مدلهای DEA..... ۳۰

لم ۲-۷-۱-..... ۳۳

۲-۸- قضایای برنامه‌ریزی خطی مرتبط با DEA..... ۳۴

قضیه ۲-۸-۱- (قضیه مکمل زائد ضعیف)..... ۳۵

قضیه ۲-۸-۲-..... ۳۵

قضیه ۲-۸-۳-..... ۳۷

مثال ۲-۸-۱-..... ۳۹

## فهرست مطالب

۵-۲-۵- کاربردی در صنعت بانکداری ..... ۷۹
۵-۲-۶- آزمون دقت مدل DEA ..... ۸۰

# فصل اول مقدمه

**مقدمه:**

مساله مورد علاقه اغلب مدیران نظیر مدیران بانکها، مدارس و بیمارستانها ارزیابی واحدهای تحت مدیریت خود و اطلاع از نحوه عملکرد واحدهای تحت مدیریتشان می‌باشد.. هر واحد تولیدی یا خدماتی ورودی یا ورودی‌هایی را جهت تولید خروجی یا خروجی ها به کارمی‌برد و آنچه مدیران علاقمند به دانستن آن می‌باشند این است که هر واحد تولیدی تا چه اندازه در به کار گیری ورودی‌ها جهت تولید خروجی‌ها موثر عمل نموده است. یکی از راهکارهایی که به نظر مناسب می رسد، مقایسه آن واحد با واحدهای مشابه و یا با گذشته خود آن واحد و عملکرد آن در طول زمان است. لیکن تنوع ورودی‌ها و خروجی‌ها و تفاوت آنها از نظر میزان اهمیت، ضرورت یافتن روشی جهت ترکیب اطلاعات به دست آمده از واحدها و تبدیل آنها به یک شاخص عددی واحد را بیش از پیش ضروری می سازد. این تفکر منجربه ارائه مدل *CCR* توسط چارنز، کوپر و رودز *[۷]* که به عنوان پایه و اساس علم تحلیل پوششی داده ها می باشد، گردید.

## ۱-۱- تحلیل پوششی داده ها[۱] :

تحلیل پوششی داده ها (*DEA*) تکنیکی است مبتنی بر برنامه‌ریزی خطی به منظور ارزیابی کارایی نسبی [۲] واحدهای تولیدی با چندین ورودی و چندین خروجی که ورودی‌های مشابهی را برای تولید خروجی‌های مشابه به کارمی‌برند. از جمله این واحدهای تولیدی یا خدماتی می‌توان به شعب بانکها، بیمارستانها، فرودگاهها و غیره اشاره نمود. در سوابق علمی *DEA* هر تولید کننده به عنوان یک وحد تصمیم گیرنده [۳](*DMU*) شناخته می‌شود.

---

[۱]- data envelopment analysis

[۲] -relative efficiency منظور از کارایی نسبی بدین معنی است که کارایی حاصل، نتیجه مقایسه واحدهای با یکدیگر است

[۳]- decision making units

منظور از کارایی یک واحد مقایسه ورودی ها و خروجی‌های آن واحد می‌باشد و ساده ترین نوع آن زمانی است که فقط یک ورودی و یک خروجی داشته باشیم که در این صورت کارایی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{خروجی}}{\text{ورودی}}.$$

اما در بیشتر حالتها واحدهای تصمیم گیرنده چندین ورودی را جهت تولید چندین خروجی به کار می‌برند که این امر باعث دشواری محاسبه اندازه کارایی می‌گردد، در این حالت کارایی به صورت زیر تعریف می‌گردد:

$$\text{کارایی} = \frac{\text{مجموع خروجی های وزن دار شده}}{\text{مجموع ورودی‌های وزن دار شده}}.$$

اما مشکل اصلی در این است که در اغلب موارد محاسبه وزن‌های ورودی‌ها و خروجی‌ها کار مشکلی می باشد.به منظور درک بهتر مفاهیم مربوط به کارایی و مقدمه‌ای جهت ورود به دنیای *DEA* و کاربردهای آن، مثالهایی به صورت زیر بیان می گردد.

## ۱-۲- کارایی در حالت یک ورودی، یک خروجی

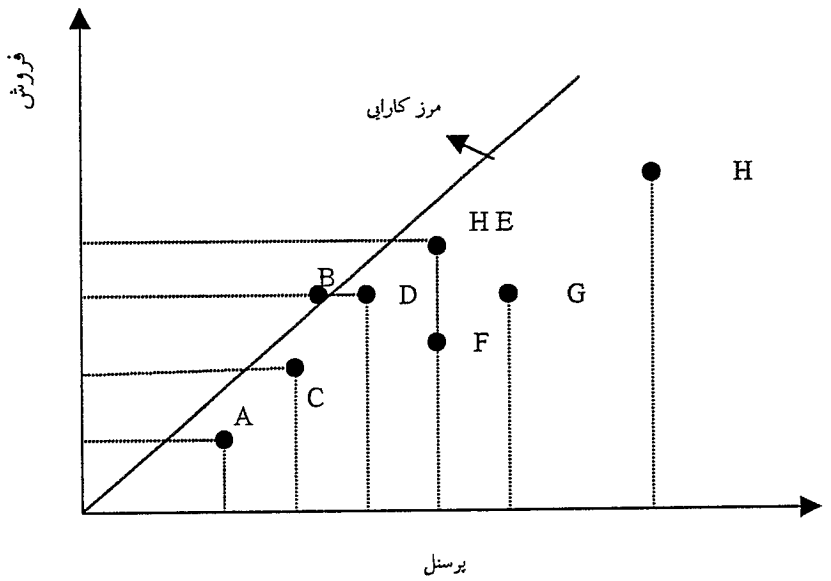
هشت شعبه بانک را در نظر بگیرید که از حروف $A$ تا $H$ نامگذاری شده‌اند که تعداد کارکنان به عنوان ورودی و سود را به عنوان خروجی در نظر گرفته‌ایم (جدول زیر را ملاحظه کنید)

جدول ۱-۲-۱: حالت یک ورودی – یک خروجی

| شعبه | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| پرسنل | ۲ | ۳ | ۳ | ٤ | ٥ | ٥ | ٦ | ٨ |
| سود | ١ | ۳ | ۲ | ۳ | ٤ | ۹ | ۳ | ٥ |
| پرسنل/ فروش | ۰/٥ | ١ | ۰/٦٦٧ | ۰/٤٥ | ۰/٨ | ۰/٤ | ۰/٥ | ۰/٦٢٥ |

سطر آخر جدول فوق نشانگر سود به ازاء هر نفر می باشد که به عنوان یک معیار بهره‌وری در بحث‌های مدیریت به کار می‌رود. در علم *DEA* این معیار را به عنوان یک معیار کارایی در نظر

می‌گیرندو با این معیار $B$ را به عنوان کاراترین شعبه و $F$ به عنوان شعبه با بدترین کارایی شناخته می‌شود. برای درک بهتر مفاهیم فوق داده‌های جدول ۱-۲-۱ را به صورت هندسی نمایش می‌دهیم که محور عمودی فروش و محور افقی نشانگر تعداد پرسنل خواهد بود.




نمودار ۱-۲-۱: مقایسه شعب بانک

ضریب زاویه خطی که هر نقطه را به مبدا وصل می‌کند متناظر با فروش به ازاء هر نفر می‌باشد و بیشترین ضریب زاویه در نقطه $B$ اتفاق می‌افتد که این خط را مرز کارایی می‌نامیم توجه داشته باشید که مرز کارایی حداقل از یک نقطه می‌گذرد و تمام نقاط در زیر این خط قرار دارند[1]، عبارت تحلیل پوششی داده ها نیز که به $DEA$ مشهور است ناشی از این مفهوم است . زیرا در مباحث ریاضی چنین مرزی را پوشش برای این نقاط می‌نامند. البته این منطقی نیست که فرض شود خط فوق (مرز کارایی) تا بی‌نهایت با همین ضریب زاویه پیش می‌رود. (این مطلب درسایر مدلهای $DEA$ مورد بحث قرار می‌گیرد. لیکن اکنون فرض می‌شود که این ادعا صحیح است و به عنوان فرض بازده به مقیاس ثابت نامیده می‌شود).

در مقایسه بابهترین شعبه $B$، سایر شعب ناکارا هستند که می‌توان اندازه کارایی سایر شعب نسبت به $B$ را به صورت زیر اندازه گیری نمود:

[1] –در ارزیابی DMUها با مدل CCR حداقل یک DMU کارا می‌باشد.

$$0 \leq \frac{\text{فروش به ازاء هر نفر در سایر شعب}}{\text{فروش به ازاء هر نفر در شعبه B}} \leq 1$$

نتایج را با توجه به جدول ۱-۲-۲ مجدداً مرتب می‌کنیم:

$$1 = B > E > D > C > H > A = G > F = 0/4$$

که $F$ به عنوان ضعیفترین، ٤٠٪=١٠٠٪×٠/٤ کارایی شعبه $B$ را دارد.

جدول ۱-۲-۲ : کارایی

| شعبه بانک | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| کارایی | ٠/٥ | ١ | ٠/٦٦٧ | ٠/٧٥ | ٠/٨ | ٠/٤ | ٠/٥ | ٠/٦٢٥ |

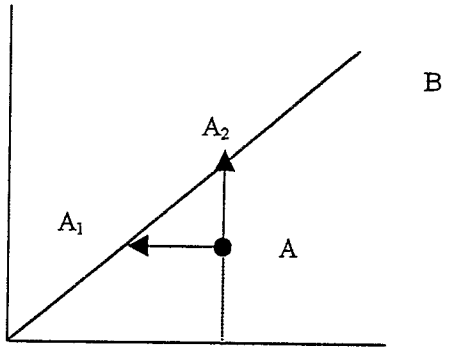
مثال فوق، مثال ساده‌ای جهت حرکت از نسبت در جدول (۱-۲-۱) به نسبتی از نسبت‌ها در جدول (۱-۲-۲) می‌باشد. مقادیر جدول (جدول ۱-۲-۱) به واحدهای اندازه‌گیری وابسته می‌باشند در حالی که مقادیر جدول (۱-۲-۲) وابسته به واحد اندازه‌گیری نمی‌باشند. به عنوان مثال اگر در جدول فوق فروش براساس ١٠٠٠٠ ریال بیان شود کارایی $F$ به $\frac{20}{5} = 4$ تغییر می‌کند و لیکن مقادیر جدول (۱-۲-۲) بدون تغییر در سطح $\frac{4}{10} = 0/4$ باقی می‌مانند ونمره کارایی $F$ از تغییر واحد متاثر نمی‌شود.که این خاصیت به خاصیت پایداری در برابر تغییر واحد اندازه‌گیری[1] معروف است که در فصول آتی و در مورد مدلهای $CCR$ به اثبات ریاضی آن خواهیم پرداخت.

## ۱-۳- اصلاح کارایی در *DEA*

حال به این مساله می‌پردازیم چگونه می‌توان به سمت مرز کارایی حرکت نمود یا به عبارت دیگر که چگونه می‌توان کارایی واحدهای ناکارا را اصلاح نمود به عنوان مثال شعبه $A$ در شکل ۱-۳-۱، به چندین روش می‌تواند اصلاح شود.با کاهش تعداد پرسنل ( ورودی) به نقطه $A_1$ با مختصات (۱،۱) بر روی مرز کارایی قرار می‌گیرد راه دیگر اینکه با افزایش خروجی (فروش براساس ١٠٠٠٠٠ ریال) به نقطه $A_2$ با مختصات (۲،۲) بر روی مرز کارایی قرار می‌گیرد. هر نقطه

1- *unit invariant*

روی پاره خط $A_1A_2$ بدون افزایش ورودی و یا کاهش خروجی یک نقطه برای بهبود را ارائه می‌دهد




شکل ۱-۳-۱

## ۱-٤-کارایی درحالت دو ورودی و یک خروجی:

برای ارائه حالت کلی (چندین ورودی – چندین خروجی) مثال دیگری با دو ورودی و یک خروجی ارائه می‌دهیم. در جدول ۱-٤-۱، ۹ شعبه بانک هر کدام با دو ورودی و یک خروجی که ورودی ها تعداد پرسنل ($x_1$ـواحد ۱۰ نفر) و فضای کاری ($x_2$ـواحد متر مکعب) و خروجی $Y$ فروش می‌باشد. (واحد ۱۰۰ هزار ریال) فرض بازده به مقیاس ثابت را در این مورد به کار می‌بریم و مقادیر ورودی را به منظور دستیابی به یک واحد تولید، نرمال می‌کنیم.

جدول ۱-٤-۱: حالت دو ورودی و یک خروجی

| شعبه | $A$ | $B$ | $C$ | $D$ | $E$ | $F$ | $G$ | $H$ | $I$ |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| پرسنل $x_1$ | ٤ | ٧ | ٨ | ٤ | ٢ | ٥ | ٦ | ٥/٥ | ٦ |
| فضای کاری $x_2$ | ٣ | ٣ | ١ | ٢ | ٤ | ٢ | ٤ | ٢/٥ | ٢/٥ |
| فروش $y$ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ | ١ |