

الله رب العالمين

١٨٧٠١٦



مجتمع فنی مهندسی  
دانشکده عمران

پایان نامه  
برای دریافت درجه کارشناسی ارشد  
مهندسی عمران - سازه

## مودهای کمانعشی مقاطع جدار نازک باز با استفاده از روش نوارهای محدود

اساتید راهنما: دکتر مجتبی ازهري  
دکتر نادر عبدالی

استاد مشاور: دکتر حمیدرضا رونق

پژوهش و نگارش: حمیدرضا نادریان

۱۳۸۸/۹/۱۱  
تیر ماه ۱۳۸۸

خرداد ۱۳۸۸

در آیاتی از کتاب آسمانی قرآن کریم، واژه پایداری صریحاً به چشم می‌خورد! حضور این معنا در کلام خدا هر چند در حوزه رفتارهای انسانی دیده می‌شود؛ ولی به مصدق تناظر بسیاری از نشانه‌های فیزیکی و مادی با رفتارهای فردی و اجتماعی بشیر، میتوان درسهایی از حضور این معنا و کلمه در قرآن حکیم نیز به دست آورد. به این ترتیب پایداری نه تنها در علوم کاربردی و مهندسی تعریف می‌شود؛ بلکه در زندگی معنوی آدمی نیز جایگاه بسیار ویژه خود را همواره داشته و دارد؛ چنان‌که در حدیث معروفی آمده است پیامبر اکرم اسلام پس از نزول آیه مبارکه "فاستقم كما امرت" پیر شدند. هم چنین در روایت دیگری نبی مکرم پس از نزول این آیه فرموده‌اند: "شمروا، شمروا، فما رئی ضاحکا" (دامن به کمر زنید، دامن به کمر زنید -کنایه از وقت کار و تلاش- و از آن پس پیامبر صلوات‌الله‌علیه هرگز خندان دیده نشدند).

**۱** مید آن که همگی ما همان طور که در فنون مهندسی، پایداری در سازه‌ها را مد نظر قرار میدهیم؛ در زندگی معنوی خویش نیز بتوانیم بر اساس آن چه که حق تعالیٰ عظم شانه- امر فرموده است، پایدار بمانیم. چنین بادا.

خداوند را سپاسگزارم که علیرغم کوتاهی‌های بندۀ ناسپاس خود در راه بندگی، باز هم با بخشنده‌گی و مهربانی بی منتهای خویش، عنایات خود را به او دریغ نورزید. به راستی زبانم قاصر از حمد و سپاس حق تعالیٰ است و شاید دو بیت ذیل بتواند قسمتی از منویات قلبی مرا بازگوید:

شبی را که تنها به گرداب غم‌ها در افتاده بودم  
در آن دم که خود را به امواج بحر فنا داده بودم  
کسی کوز موجم ربودی، تو بودی، تو بودی  
به تاب و توائم فزودی، تو بودی، تو بودی

در این جا از پدر و مادرم به خاطر تمامی زحمات و دلسوزی‌هایی که در راه ترقی من کشیده‌اند تشکر می‌کنم.

از استاد عزیزم، دکتر مجتبی ازهري که کمک‌های فراوانی در به ثمر رسیدن این پایان حامه به اینجانب داشته‌اند؛ صمیمانه سپاسگزاری می‌کنم. بایستی اذعان کنم که آشنازی با ایشان- باعث پیدایش نقطه عطفی در زندگی علمی من شد. هم چنین از دکتر نادر عبدالی به سبب

---

<sup>۱</sup>- سوره بقره آیه ۱۴۳، هود ۱۱۲، ابراهیم ۲۷، نمل ۸۸، فصلت ۳۰ و ۳۵، قمر ۱۹، مجادله ۲۲، صف ۴، عصر ۳، جن ۱۶

الطاوی که به بنده داشته اند تشکر می کنم. حقیقتا حضور نام دکتر حمیدرضا رونق در این پایان نامه باعث افتخار من شد. لذا از ایشان با وجود حضور در خارج از کشور، خالصانه قدردانی میکنم.

هر دانشجو افزوں بر کمک های علمی به پشتوانه معنوی اساتید نیز نیازمند است. بنابراین از دکتر سید مهدی ابطحی، استاد گرانقدر عمران دانشگاه صنعتی اصفهان که همواره پشتیبان و مایه دلگرمی بنده بوده اند، تشکر ویژه میکنم. از سایر اساتید خود همچون دکتر سید سعید مهینی که باعث تشویق من به کسب علم و دانش شده اند سپاسگزارم. سرانجام از خانواده ام، دوستان عزیزم و سایر مشوقان و منتقدان خود که باعث پیشرفت اینجانب بوده اند سپاسگزاری می کنم.

غرض نقشی است کز ما باز ماند  
که هستی را نمیبینم بقایی

اصفهان، بهار یک هزار و سیصد هشتاد و هشت هجری شمسی

حمیدرضا نادریان

این اثر ناچیز را

به (و)ح آسمانی پدر بزرگ عزیزه

زنده یاد حاج اکبر دهقانفر

مردی که به حقیقت در (زندگانی دنیا، اسوهه پایداری و تواضع و مهربانی بود

تقدیمه می کنم



مدیریت تحصیلات تکمیلی

صور تجلیسه دفاعیه پایان نامه دوره کارشناسی ارشد

جلسه دفاعیه پایان نامه تحصیلی آقای حمیدرضا نادریان

دانشجوی کارشناسی ارشد دانشکده فنی مهندسی دانشگاه بیزد، در رشته / گرایش: عمران - سازه

تحت عنوان: «مودهای کحاشی مقاطع جدا نازک باز با استفاده از روش نوارهای محدود»

و تعداد واحد: ۶ در تاریخ ۱۳۸۸/۳/۲۷

با حضور اعضای هیات داوران متشكل از:

نام و نام خانوادگی

با حضور اعضای هیات داوران متشكل از:

۱- استاد راهنمای

دکتر مجتبی از هری - دکتر نادر عبدالی بیزدی

دکتر حمیدرضا رونق

۲- استاد مشاور

دکتر منصور دستگهیان

۳- داور خارج از گروه

دکتر حسینعلی رحیمی

۴- داور داخل گروه

تشکیل گردید و پس از ارزیابی پایان نامه توسط هیات داوران، با درجه عالی و نمره

به عدد ۱۸۱۷ به حروف هجره و هفتاد و هفتم مورد تصویب قرار گرفت.

نماينده تحصیلات تکمیلی دانشگاه (ناظر)

نام و نام خانوادگی: دکتر عباسعلی حیدری

امضاء:

## چکیده

امروزه، مقاطع جدار نازک به خاطر مزایای ویژه آن‌ها مسهم عمدۀ ای را در سازه‌های مختلف به خود اختصاص داده‌اند. از طرف دیگر، با توجه به لاغری زیاد این اعضاء، مهم ترین بحث درباره آن‌ها موضوع کمانش است. در میان روش‌های مختلف تحلیل کمانش، روش نوارهای محدود به خاطر سرعت و دقت بالا و اقتصادی بودن نسبت به سایر روش‌های عددی، ابزاری مناسب برای حل این گونه مسائل می‌باشد. در روش نوارهای محدود از قضیه مینیمم انرژی پتانسیل کل برای تشکیل ماتریس‌های سختی و پایداری استفاده می‌شود. در اینجا بار بحرانی از حل یک مسئله مقداری ویژه به دست می‌آید.

کمانش در سازه‌ها با توجه به نوع تغییر مکان‌های ایجاد شده و انرژی ذخیره شده در مقاطع آن‌ها به فرم‌های مختلفی ایجاد می‌شود که به آن‌ها اصطلاحاً مودهای کمانشی گفته می‌شود. مقاطع جدار نازک عموماً به دو دسته باز و بسته تقسیم می‌شوند. در بین این دو دسته، مقاطع باز از تنوع و کاربرد بیشتری برخوردار هستند.

با توجه به آن‌چه گفته شد، در این پایان‌نامه مودهای کمانشی مقاطع گوناگون جدار نازک باز با استفاده از روش نوارهای محدود تحت بارگذاری‌های فشاری، خمشی، برنشی و بارگذاری هم زمان فشاری و خمشی مورد بررسی قرار می‌گیرند. لازم به ذکر است کلیه مطالعات انجام گرفته در این تحقیق در ناحیه الاستیک می‌باشند. در اینجا داصنه کاربرد روش نوارهای محدود علاوه بر مقاطع فولادی گرم نورد شده و یا ساخته شده از ورق‌ها به مقاطع فولادی سرد نورد شده و مقاطع اورتوتروپیک نیز تعمیم داده می‌شود. یکی از مهم ترین کارهای صورت گرفته، بررسی موشکافانه دقت روش نوارهای محدود نسبت به سایر روش‌ها اعم از دقیق و تقریبی در تعیین تنش‌های بحرانی در مودهای کمانشی مختلف نظری موضعی، تغییر شکلی و پیچشی خمشی است. تصحیح رابطه آین نامه AISC درباره کمانش تغییر شکلی و ارائه رابطه‌ای ساده، قابل کاربرد و اقتصادی از دیگر دستاوردهای این تحقیق است. تفکیک یا مجزا سازی مودهای کمانشی جدیدترین پیشرفت در روش نوارهای محدود است که در این پایان‌نامه بدین نیز پرداخته شده است.

## فهرست مطالب

### صفحه

### عنوان

#### فصل اول- مقدمه ای بر کمانش اعضای جدار نازک

۱	۱-۱ مقدمه
۲	۱-۲ تئوری ورق
۳	۱-۲-۱ انواع ورق
۴	۱-۲-۱-۱ ورق های نازک با تغییر شکل های کوچک
۵	۱-۲-۱-۲ ورق های نازک با تغییر شکل های بزرگ
۶	۱-۲-۱-۳ ورق های با ضخامت زیاد
۷	۱-۲-۱-۴ معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق
۸	۱-۲-۱-۵ انواع روش های تحلیل ورق
۹	۱-۲-۱-۶ روش های حل دقیق
۹	۱-۲-۱-۷ روش حل ناویه
۹	۱-۲-۱-۸ روش حل لوی
۹	۱-۲-۱-۹ روش انرژی
۹	۱-۲-۱-۱۰ روش های تقریبی
۹	۱-۲-۱-۱۱ روش تفاضل های محدود
۱۰	۱-۲-۱-۱۲ روش المان های های محدود
۱۰	۱-۲-۱-۱۳ روش نوارهای های محدود
۱۰	۱-۲-۱-۱۴ کمانش ورق ها
۱۲	۱-۲-۱-۱۵ تارچه بررسی کمانش ورق ها
۱۲	۱-۲-۱-۱۶ انواع کمانش
۱۲	۱-۲-۱-۱۷ کمانش الاستیک
۱۳	۱-۲-۱-۱۸ کمانش غیر الاستیک

۱۳	۳-۲-۳-۱ پدیده پس از کمانش
۱۳	۳-۳-۱ انواع مودهای کمانشی
۱۸	۴-۳-۱ معادله دیفرانسیل کمانش ورق
۱۹	۵-۳-۱ روش های عددی در تحلیل کمانش ورق

## فصل دوم - روش نوارهای محدود در تحلیل کمانش

۲۱	۱-۱ مقدمه
۲۳	۱-۱-۱ روند حل مسائل در روش نوارهای محدود
۲۵	۱-۱-۲ انتخاب توابع جابجایی
۲۶	۱-۱-۳ توابع جابجایی موجود
۲۶	۱-۳-۱-۱ قسمت سری تابع جابجایی
۲۹	۱-۳-۱-۲ قسمت تابع شکل تابع جابجایی
۳۲	۴-۱-۱ فرمول سازی مشخصات نوار از طریق قضیه مینیمم انرژی پتانسیل کل
۳۲	۴-۱-۲ توابع جابجایی
۳۳	۴-۱-۳-۱-۲ کرنشها
۳۴	۴-۱-۳-۴-۱-۲ تنشها
۳۵	۴-۴-۱-۲ مینیمم سازی انرژی پتانسیل کل
۳۵	۴-۴-۱-۳-۱-۲ انرژی کرنشی
۳۵	۴-۴-۱-۴-۱-۲ انرژی پتانسیل
۳۵	۴-۴-۱-۴-۳-۱-۲ انرژی پتانسیل کل
۳۵	۴-۴-۱-۴-۴-۱-۲ پروسه مینیمم سازی
۳۸	۲-۱-۲ روش نوارهای محدود در تحلیل کمانش سازه ها
۳۸	۲-۲-۱ تاریخچه روش نوارهای محدود در تحلیل کمانش
۳۹	۲-۲-۲ انواع روش های نوارهای محدود در تحلیل کمانش
۴۱	۳-۲ روش نوارهای محدود معمولی
۴۳	۱-۳-۲ مراحل تحلیل کمانش به روش نوارهای محدود معمولی
۴۳	۱-۳-۳-۱-۱ انتخاب درجات آزادی و تعیین توابع شکل
۴۵	۱-۳-۳-۲-۱ استخراج ماتریس سختی
۴۶	۱-۳-۳-۲-۱-۱ استخراج ماتریس پاحداری

۴۷.....	۴-۱-۳-۲ تشكيل ماتريس سختی کل و حل معادله پايداري
۴۸.....	۴-۳-۲ جمع بندی روش نوارهای محدود معمولی
۴۸.....	۴-۲ روش نوارهای محدود مختلط نیمه تحلیلی
۴۹.....	۱-۴-۲ نواقص روش نوارهای محدود معمولی
۵۰.....	۲-۴-۲ درجات آزادی در روش نوارهای محدود مختلط نیمه تحلیلی
۵۳.....	۳-۴-۲ تشكيل صاتریس های سختی و هندسی برای درجات آزادی خارج از صفحه
۶۰.....	۴-۴-۲ تشكيل صاتریس های سختی و پايداري برای درجات آزادی داخل صفحه
۶۵.....	۵-۴-۲ ترکيب صاتریس های سختی و پايداري
۶۶.....	۵-۲ روش نوارهای محدود حبابی

### فصل سوم - مودهای کمانشی مقاطع جدارنازک باز ساخته شده از ورق ها

۷۱.....	۱-۳ مقدمه
۷۱.....	۲-۳ کمانش مقاطع صلیبی
۷۳.....	۱-۲-۳ کمانش حمقاطع صلیبی تحت تنش های یکنواخت فشاری
۸۷.....	۲-۲-۳ کمانش حمقاطع صلیبی تحت تنش های خمشی
۸۷.....	۱-۳-۲-۳ کمانش برشی
۸۸.....	۲-۳-۲-۳ کمانش برشی در مقاطع صلیبی
۹۰.....	۳-۳ مقایسه رفتار کمانشی مقاطع جدار نازک باز
۹۱.....	۱-۳-۳ مقایسه مودهای کمانشی مقاطع باز در فشار خالص
۹۴.....	۲-۳-۳ مقایسه مودهای کمانشی مقاطع باز در خمش خالص
۹۶.....	۳-۳-۳ مقایسه مودهای کمانشی مقاطع باز در برش خالص
۹۸.....	۴-۳ رفتار کمانشی ستون ها با مقطع صلیبی سخت شده
۹۹.....	۱-۴-۳ بررسی رفتار کمانشی مقاطع صلیبی سخت شده تحت تنش های فشاری
۱۰۴.....	۲-۴-۳ جمع بندی
۱۰۵.....	۵-۳ کمانش مقاطع فولادی تحت اثر توام فشار و خمش
۱۰۶.....	۱-۵-۳ کمانش مقاطع I تحت اثر هم زمان فشار و خمش
۱۱۴.....	۱-۵-۳ جمع بندی
۱۱۵.....	۲-۵-۳ کمانش مقاطع صلیبی تحت اثر هم زمان فشار و خمش
۱۲۲.....	۱-۲-۵-۳ جمع بندی

## ۲-۲-۵-۳ کارهایی که بایستی انجام شوند ۱۲۴

### فصل چهارم - کمانش تغییر شکلی در مقاطع باز جدار نازک

۱۲۶	۱-۴ مقدمه
۱۲۸	۲-۴ کمانش تغییر شکلی مقاطع I شکل فولادی با جان لاغر
۱۳۴	۱-۲-۴ رابطه کمانش الستیک تغییر شکلی براد فورد
۱۳۵	۳-۲-۴ مقایسه نتایج
۱۳۶	۱-۳-۲-۴ اثر تغییرات طول در کمانش تغییر شکلی
۱۴۱	۲-۳-۲-۴ اثر تغییرات ضخامت جان در کمانش تغییر شکلی
۱۴۵	۳-۳-۲-۴ اثرات تغییر عرض بال در کمانش تغییر شکلی
۱۴۹	۴-۳-۲-۴ اثرات تغییر تنش تسلیم در کمانش تغییر شکلی

### فصل پنجم - کمانش پیچشی و کمانش خمشی مقاطع جدار نازک باز

۱۵۴	۱-۵ مقدمه
۱۵۴	۲-۵ کمانش پیچشی ستون ها با مقطع باز
۱۵۷	۳-۵ کمانش پیچشی و کمانش خمشی مقاطع صلیبی
۱۶۴	۱-۳-۵ جمع بندی
۱۶۵	۴-۵ کمانش پیچشی و کمانش خمشی مقاطع صلیبی سخت شده
۱۷۲	۱-۴-۵ جمع بندی

### فصل ششم - مودهای کمانشی مقاطع جدار نازک باز فولادی سرد نورد شده

۱۷۴	۱-۶ مقدمه
۱۷۶	۱-۱-۶ انواع مقاطع سرد نورد شده و کاربردهای آن ها
۱۷۶	۱-۱-۱-۶ اعضای سازه ای منفرد قابی
۱۷۸	۲-۱-۶ ملاحظات عمومی در طراحی ساختمانهای فولادی سرد نورد شده
۱۷۸	۱-۲-۱-۶ کمانش موضعی و مقاومت پس از کمانش اجزای نازک فشاری
۱۷۸	۲-۲-۱-۶ سختی پیچشی
۱۷۸	۳-۲-۱-۶ سخت کننده ها در اجزای فشاری

۱۷۸.....	۱-۶ محدودیت های ضخامتی
۱۷۹.....	۲-۶ مشخصات مکانیکی مقاطع فولادی سرد نورد شده
۱۷۹.....	۳-۶ کمانش مقاطع سرد نورد شده فولادی
۱۸۲.....	۴-۶ اهداف
۱۸۲.....	۴-۶ کمانش مقاطع فولادی سرد نورد شده U شکل
۱۸۴.....	۱-۴-۶ مقاطع سخت شده و سخت نشده U تحت تنش های یکنواخت فشاری
۱۹۱.....	۲-۴-۶ مقاطع سخت شده و سخت نشده U تحت تنش های خمشی
۱۹۶.....	۵-۶ مقایسه رفتار کمانشی مقاطع فولادی سرد نورد شده U، C و C سخت شده
۱۹۶.....	۱-۵-۶ مقایسه مقاطع U، C و C سخت حشده در فشار خالص
۱۹۹.....	۲-۵-۶ مقایسه مقاطع U، C و C سخت حشده در خمش خالص
۲۰۳.....	۳-۶ کمانش مقاطع فولادی سرد نورد شده Z شکل
۲۰۴.....	۴-۶-۶ مقایسه مقاطع U، Z، C و Z در بارگذاری های فشاری و خمشی
۲۰۶.....	۵-۶-۶ کمانش برشی در مقاطع سرد نورت شده Z و Z
۲۰۹.....	۶-۶ کمانش مقاطع فولادی سرد نورد شده I شکل
۲۱۱.....	۷-۶ ۱- مقاطع فولادی سرد نورد شده I تحت تنش های فشاری یکنواخت
۲۱۶.....	۷-۶ ۲- مقاطع فولادی سرد نورد شده I تحت تنش های خمشی
۲۱۹.....	۸-۶ کمانش مقاطع سخت شده I دارای یک محور تقارن
۲۲۴.....	۹-۶ صقایسه دقت روش نوارهای محدود با روش GBT
۲۲۵.....	۱۰-۶ ستون های با مقطع E شکل
۲۳۰.....	۱۱-۶ تیر های با مقطع I شکل سخت شده دارای یک محور تقارن

## فصل هفتم - جدا سازی مودهای کمانشی با استفاده از روش نوارهای محدود مقید شده

۱-۷ صقدمه.....	۱-۷
۲۳۷.....	
۲۳۸.....	۲-۷ اساس روش نوارهای محدود مقید شده
۲۴۰.....	۳-۷ تغکیک سازی مودهای کمانشی
۲۴۰.....	۴-۷ ۱- ستون با مقطع C
۲۴۶.....	۴-۷ ۲- ستون با مقطع صلیبی
۲۵۱.....	۴-۷ ۳- تیر با مقطع صلیبی

## فصل هشتم - رفتار کمانشی مقاطع جدار نازک ساخته شده از مواد اورتوتروپیک

۱-۸ مقدمه ..... ۲۵۷
۲-۸ کمانش مقاطع I شکل ساخته شده از FRP حول محور ضعیف ..... ۲۵۹

## فصل نهم - نتیجه گیری

۱-۹ کارهایی که انجام گرفت ..... ۲۶۴
۲-۹ نتیجه گیری ..... ۲۶۵
۳-۹ کارهایی که بایستی انجام شوند ..... ۲۶۷

مراجع ..... ۲۷۰
-----------------

## فصل اول

مقدمه ای بر کمانش اعضاي جدار نازک

## ۱-۱ مقدمه

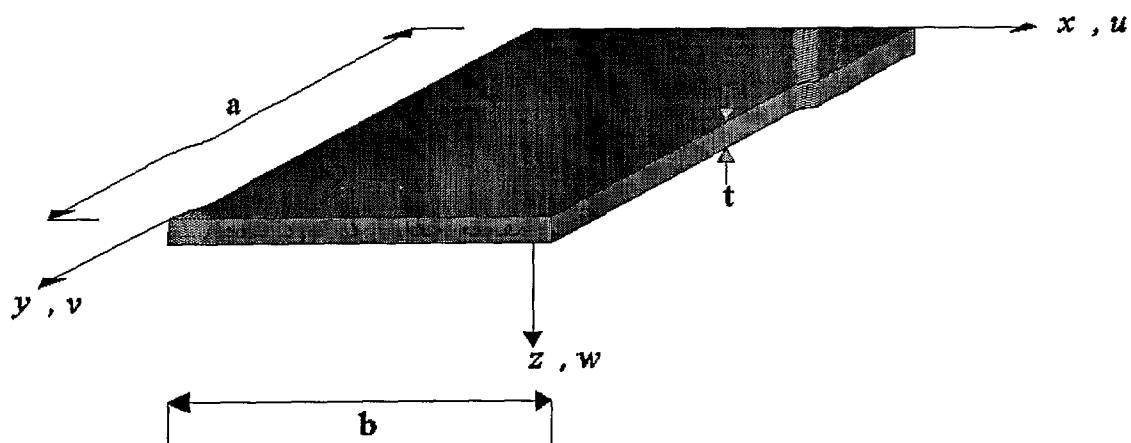
امروزه استفاده از سازه های جدار نازک به واسطه محسن فراوان سازه ای و اقتصادی قسمت وسیعی از صنعت ساختمان و دیگر صنایع را به خود اختصاص داده است. از طرفی نازک بودن این اعضاء باعث بحرانی شدن مسئله کمانش در آن ها می شود. با وجود تحقیقات فراوانی که طی سالیان متعدد انجام یافته، حنوز ابهامات زیادی درباره رفتار کمانشی این اعضاء به خصوص در حوزه مقاطع ساخته شده از ورق های جدار نازک وجود دارد. هم چنین با مطرح شدن بحث بهینه سازی سازه ها این مقاطع به سمت نازک تر شدن پیش می روند، چنان که در اعضای فولادی سرد نورد شده مقاطعی با ضخامت دهم میلیمتر نیز یافت می شوند [۳۱]. محققین ثابت کرده اند در اعضای جدار نازک تحت بارگذاری های مختلف، امکان رخداد انواع گوناگونی از کمانش یا به اصطلاح مودهای کمانشی وجود دارد. زمانی گمان بر این بود که اعضای جدار نازک دارای تنها سه نوع مود کمانشی شامل موضعی، تغییر شکلی و کلی هستند. ولی امروزه با مطالعات فراوان، وجود انواع زیادی از مودهای کمانشی و ترکیبات مختلفی از آن ها در اعضای جدار نازک به اثبات رسیده است.

طراحی بهینه و مقاوم سازه ها در برابر کمانش، تابع شناخت صحیح و دقیق رفتار کمانشی آن ها در شرایط گوناگون بارگذاری، تکیه گاهی و ابعادی است. برای دست یافتن به این هدف روش های مختلفی نظری تحقیقات آزمایشگاهی، مطالعات تئوریک از طریق حل دقیق معادلات دیفرانسیل حاکم بر رفتار کمانشی، راه حل های نیمه تحلیلی و روش های عددی موجودند. در میان سایر روش ها، روش نوارهای محدود به عنوان یک روش عددی و نیمه تحلیلی ابزار مناسبی برای تحلیل کمانش سازه ها می چاشد. از مزایای اصلی روش نوارهای محدود، سرعت، دقت بالا و سادگی هستند. امروزه این روش به عنوان یکی از قدرتمندترین و دقیق ترین روش های تحلیل کمانش سازه ها مورد توجه بسیاری از محققین است.

در میان سایر اعضای جدار نازک، مقاطع باز با توجه به کاربرد فراوان، تنوع زیاد و ویژگی های بارزشان سهم عمده ای از مطالعات کمانشی را به خود اختصاص داده اند. با توجه به آن چه گفته شد در این تحقیق سعی بر آن است که مطالعات جامع و تازه ای بر روی مودهای کمانشی مقاطع باز جدار نازک با استفاده احـ روش نوارهای محدود صورت گیرد.

## ۲-۱ تئوری ورق

حجم عمدۀ ای از اعضای جدارنازک از ورق‌ها ساخته می‌شوند که به آن‌ها در اصطلاح تیر-ورق می‌گویند. علاوه بر آن برای تحلیل کمانش مقاطع جدارنازک نورد شده نیز از تئوری ورق استفاده می‌شود. به بیان دیگر در تحلیل کمانش این مقاطع، آن‌ها را به صورت اعضای ساخته شده از ورق فرض می‌کنند. لازم به ذکر است روش نوارهای محدود نیز با همین فرضیه قادر به تحلیل مقاطع مختلف است. چنان‌باین داشتن یک سری اطلاعات کلی دربارب تئوری ورق ضروری به نظر می‌رسد. در شکل (۱-۱) نمای یک ورق به همراه مشخصات ابعادی آن دیده می‌شود.



شکل (۱-۱) شمایی یک ورق

فرضیات اولیه در تحلیل ورق‌ها به اختصار به شرح زیر می‌باشند:

۱. ماده ورق همگن-ایزوتrop و در ناحیه الاستیک است. (این سه فرض برای راحتی کار است و به راحتی می‌توان آن‌ها را تغییر داد)
۲. رفتار ورق با میان صفحه ای که از وسط ضخامت عبور می‌کند بیان می‌شود. (در واقع ورق را به صورت المان دو بعدی فرض می‌کنند)
۳. میان صفحه مسطح و بدون تغییر شکل اولیه است. (این مورد نیز می‌تواند در نظر گرفته نشود)

۴. صفحات عمود بر میان صفحه پس از اعمال بار، صفحه ای و عمود باقی می مانند) یعنی کرنش در عمق ورق، بصورت خصلتی تغییر می کند و ارتباطی با جنس ماده ندارد). لازم به ذکر است که این فرض توسط "کیرشهف" و "برنولی" ارائه شده است و با معتبر دانستن آن، اثر تمامی تنש های برشی که در سطح ورق اثر می کنند نادیده گرفته می شود.

۵. ضخامت ورق در مقایسه با ابعاد آن کوچک است:

$$t \leq \left( \frac{1}{50} - \frac{1}{10} \right) \min(a, b) \quad (1-1)$$

در این رابطه  $t$  ضخامت ورق و  $a$  و  $b$  به ترتیب طول وعرض ورق می باشند. بر این اساس ورق ها به دو دسته ورق نازک و ورق ضخیم که به ترتیب توسط "برنولی" و "تیموشنکو" معرفی شدند تقسیم می شوند.

۶. تغییر شکل ورق در برابر ضخامت آن ناچیز است:

$$w \leq \frac{1}{10} t \quad (2-1)$$

در این رابطه منظور از  $w$  خیز ورق در استای عمودی می باشد. بر این اساس ورق ها در محدوده دو نوع تغییر شکل به نام های تغییر شکل کوچک و تغییر شکل بزرگ قرار می گیرند.

۷. از تنش های محوری  $z$  عمود بر صفحه ورق صرفنظر می شود.

۸. شبیه ورق در برابر واحد قابل صرفنظر است.

با استفاده از فرضیات فوق می توان همه مولفه های تنش وارد بر ورق را بر حسب تغییر شکل  $w$  که خود تابعی از دو متغیر  $x$  و  $y$  است، به دست آورد. روند به دست آوردن مولفه های تنش وارد بر ورق بدین صورت است که تابع  $w = f(x, y)$  باستی در معادله دیفرانسیل ورق موردنظر، که یک معادله دیفرانسیل از مرتبه چهارم است، با اعمال شرایط تکیه گاهی ورق صدق کند. از حل این معادله دیفرانسیل محاسبه گشتاورهای خمی و مولفه های تنش وارد بر صفحه امکان پذیر می شود.

## ۱-۲-۱ انواع ورق

به طور کلی، در علوم مهندسی منظور از ورق یا صفحه جسمی است سه بعدی که بعد ضخامت آن در مقایسه با دو بعد دیگر که بیانگر سطح صفحه هستند بسیار کوچک است. خمش و تغییر شکل حاصل از بارگذاری ورق ها میستگی زیادی به بعد ضخامت دارند تا دو بعد دیگر. ورق ها را از نظر ضخامت و تغییر شکل می توان به صورت زیر تقسیم بندی کرد:

۱. ورق های نازک با تغییر شکل های کوچک

## ۲. ورق های نازک با تغییرشکل های بزرگ

### ۳. ورق های با ضخامت زیاد

در این حا برای آشنایی و درک تفاوت بین این سه نوع ورق به معرفی مختصر هر یک از آن ها پرداخته می شود. لازم به ذکر است که کل مطالعات انجام گرفته در این تحقیق مریبوط به مقاطعی هستند که ورق های تشکیل دهنده آن ها جزو ورق های نازک با تغییر شکل های کوچک محسوب می شوند.

### ۱-۱-۱ ورق های نازک با تغییرشکل های کوچک

چنانچه نسبت ضخامت ورق ( $t$ ) به کوچکترین بعد سطح آن ( $b$ ) کمتر یا مساوی  $\frac{1}{10}$  باشد،

ورق را نازک می نامند :

$$\frac{t}{b} \leq \frac{1}{10} \quad (3-1)$$

تغییر شکل خمی یا خیز  $w$  این ورق زمانی کوچک فرض می شود که نسبت آن به ضخامت کمتر یا مساوی  $\frac{1}{5}$  باشد :

$$\frac{w}{t} \leq \frac{1}{5} \quad (4-1)$$

البته نتایج حاصل از فرض تغییر شکل های کوچک را می توان با تقریب خوبی برای ورق های با  $1 \leq \frac{w}{t}$  نیز چه کار برد.

### ۱-۱-۲ ورق های نازک با تغییر شکل های بزرگ

در واقعیت، در تئوری تغییر شکل های کوچک نیز سطح میانی دچار تغییر شکل می شود. ولی در ورق های نازک می توان اثر آن را نادیده گرفت. از طرفی چنانچه تغییر شکل خمی یا خیز ورق  $w$  در حدود ضخامت صفحه و یا بیشتر از آن باشد نمی توان از تغییر شکل سطح میانی صرفنظر نمود و باید آن را در محاسبات وارد کرد. بدین منظور شرط تغییر شکل های بزرگ مطابق رابطه زیر تعیین می گردد:

$$\frac{w}{t} \geq 1 \quad (5-1)$$

در این حالت فرض چهارم قسمت ۱-۲ در مورد فرضیات اولیه تحلیل ورق ها معتبر نبوده و معادله دیفرانسیل خیز  $W$  به صورت غیرخطی در می آید. در حالتی که خیز بزرگ باشد شرایط انتهایی نیز تغییر می کند و لبه های آزاد یا گیردار ورق در تنش های کششی موثر می شوند. هم چنین سطح میانی در دو جهت  $x$  و  $y$  تغییر طول می دهد و به علت بزرگ بودن خیز، انحنای صفحه زیاد خواهد بود. به عبارت دیگر تنش های غشایی سطح میانی در خمین، موثر بوده و تغییر شکل ورق به صورت ترکیبی از خمش معمولی و تغییر شکل های غشایی بیان می شود.

### ۱-۲-۳ ورق های جا ضخامت زیاد

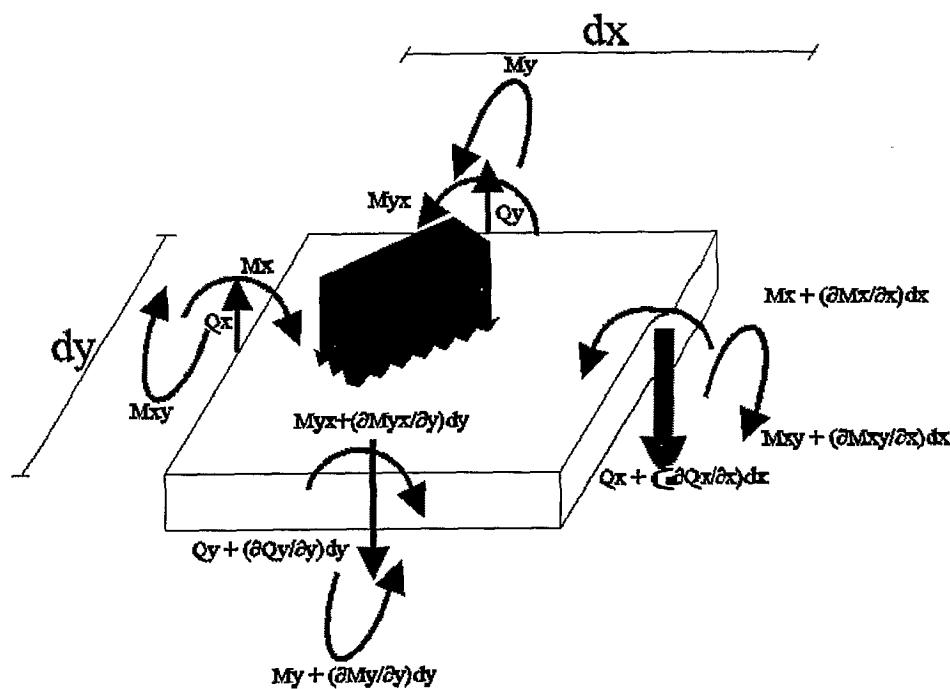
چنانچه ضخامت ورق نسبت به ابعاد دیگر آن قابل ملاحظه باشد فرضیات در نظر گرفته شده درمورد ورق های نازک با تغییر شکل های کوچک معتبر نبوده و به کارگیری معادلات دیفرانسیل مربوطه تقریب زیادی را به همراه خواهد داشت. در این حالت نیز فرض چهارم قسمت ۱-۲ در مورد فرضیات اولیه تحلیل ورق ها کاملاً غلط بوده ، به طوری که تنش های برشی در سطح ورق به خصوص حر حالتی که بارهای مرکز بزرگی وجود داشته باشند قابل ملاحظه می باشند. برای تحلیل این نوع از ورق ها از تئوری های الاستیسیته سه بعدی با در نظر گرفتن همه مولفه های تنش برشی استفاده می شود، در حالی که برای صفحات نازک تئوری الاستیسیته دو بعدی مورد استفاده قرار می گیرد.

### ۱-۲-۴ معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق

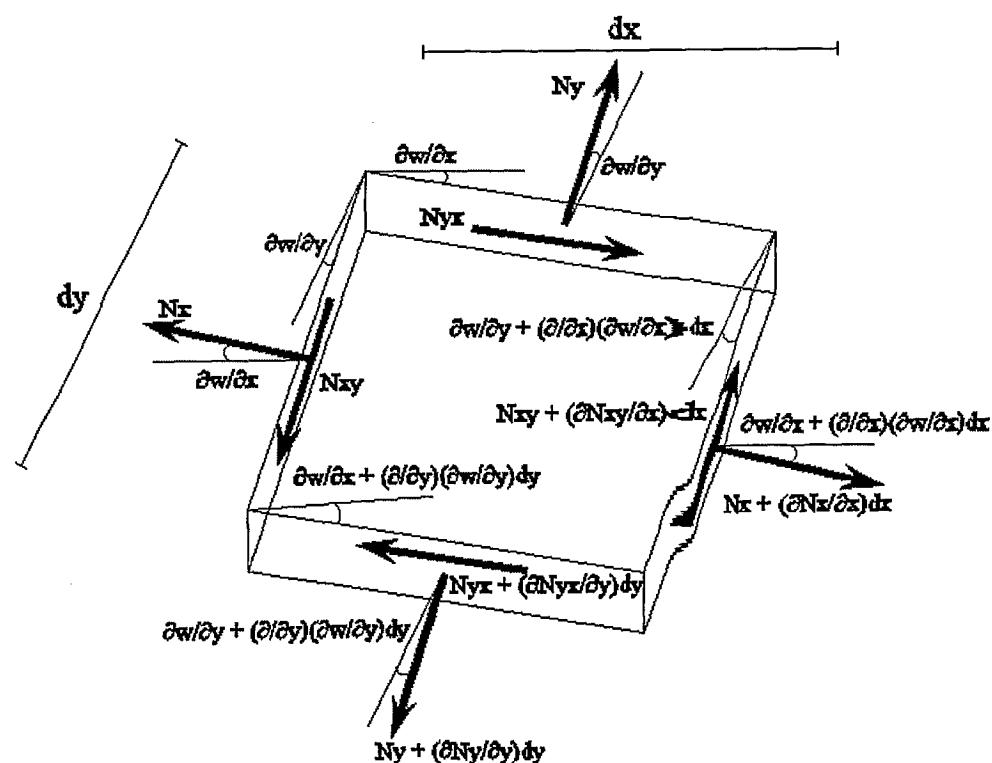
برای به دست آوردن معادله دیفرانسیل حاکم بر رفتار ورق، روابطی به ترتیب زیر نیاز می باشند:

۱. روابط بین جایجایی-کرنش (روابط هم سازی)
۲. روابط بین کرچش- تنش
۳. روابط بین نیروها و تنش ها (معادلات تعادل)

از آن جا که هدف اصلی این تحقیق در مورد کمانش اعضاي جدار نازک است، لذا از ذکر جزئیات مربوط به بدست آوردن معادله دیفرانسیل ورق صرف نظر شده است. برای اطلاعات کامل در این زمینه مطالعه مرجع [۷] توصیه می شود. روابط فوق بر پایه تئوری الاستیسیته دو بعدی به دست می آیند. شکل های (۱-۲) و (۱-۳) به ترتیب نیروهای خارج از صفحه (و ممان ها) و داخل صفحه



شکل (۲-۱) نیروهای خارج از صفحه و ممان‌های وارد بر المان ورق



شکل (۳-۱) نیروهای داخل صفحه وارد بر المان ورق و تغییر شکل‌های خمشی حاصل از آن‌ها