بسم الله الرحمن الرحيم
الحمد لله رب العالمين الرحمن الرحيم مالك يوم الدين
اياك نعبد واياك نستعين اهدنا الصراط المستقيم
صراط الذين انعمت عليهم غير المغضوب عليهم
ولا الضالين

۱۲۸۴۳۱

دانشگاه پیام نور - واحد فریمان
دانشکده علوم - گروه فیزیک

پایان‌نامه جهت اخذ درجه کارشناسی‌ارشد رشته فیزیک هسته ای

عنوان :

محاسبات ترازهای انرژی در مدل نیلسون

استاد راهنما و مشاور :
جناب آقای دکتر سعید محمّدی

۱۳۸۸/۹/ ۳
مرکز اطلاعات و مدارک علمی ایران
تهیه مدارک

تهیه و تنظیم:
فیصل اطمینان
پاییز ۱۳۸۷

۱۲۸۴۳۱

باسمه تعالی

((تصویب نامه پایان نامه))

پایان نامه کارشناسی ارشد تحت عنوان : **محاسبات ترازهای انرژی در مدل نیلسون** که توسط آقای فیصل اطمینان تهیه به هیات داوران ارائه گردیده است مورد تایید می باشد.

تاریخ دفاع:۸۷/۱۰/۵ نمره :۱۹/۵۰ درجه ارزشیابی: عالی

اعضای هیات داوران :

نام ونام خانوادگی:	هیات داوران	مرتبه علمی	امضا
۱- جناب آقای دکتر سعید محمدی	استاد راهنما	دانشیار	
۲-	استاد مشاور	ـــــ	
۳- جناب آقای دکتر علی اصغر مولوی	استاد داور	دانشیار	
۴- جناب آقای مهندس علیرضا بینش	نماینده گروه	مربی	

فرم چکیده پایان نامه تحصیلی دوره کارشناسی ارشد

نام خانوادگی دانشجو : اطمینان　　نام : فیصل

استاد راهنما :دکتر سعید محمدی　　استاد مشاور : دکتر سعید محمدی

دانشکده : پیام نور فریمان　　رشته : فیزیک　　گرایش : هسته ای　　مقطع :کارشناسی ارشد

تاریخ دفاع : ۱۳۸۷/۱۰/۵　　تعداد صفحات : ۱۳۰

عنوان پایان نامه : محاسبات ترازهای انرژی در مدل نیلسون

کلید واژه ها : مدل نیلسون, تراز انرژی, هامیلتونی ,هسته تغییر شکل یافته, چهارقطبی

چکیده :

در فرمولبندی مدل پوسته ای پتانسیل بصورت همسانگرد در نظر گرفته میشود,اما دیده میشود که برای هسته هایی با اعداد پروتونی و نوترونی خیلی متفاوت با اعداد جادویی تغییر شکلهای بزرگی وجود دارد بعنوان مثال گشتاورهای چهارقطبی بزرگ میتوان نامبرد. میدان تغییر شکل یافته تاثیر زیادی بر حرکت نوکلئون ها در هسته دارد, و در این رساله حالتهای مقید تحت تاثیر این نوع میدان و جفتشدگی های بین مدهای مختلف حرکت بررسی میشود. این میدان غیر کروی مقید باعث میشود که شکل هسته و جهت گیری آن بصورت متغیرهای دینامیکی در نظر گرفته شوند.

امضاء استاد راهنما

تقدیم به

پدر و مادر عزیزم و

برادرم شهرام اطمینان

سپاسگزاری

حال که در سایه الطاف پروردگار یکتا، تحقیق در مورد این پایان نامه به اتمام رسیده است، بر خود واجب می‌دانم که از زحمات کلیه کسانی که از آغاز تا به امروز، مرا تشویق و یاری نموده اند، کمال تشکر و قدردانی را به عمل آورم.

تقدیر و تشکر خاص خود را، تقدیم استاد علم و اخلاق، جناب آقای دکتر سعید محمدی می‌نمایم. بی شک، بدون راهنماییهای ارزشمند و حمایت‌های همه جانبه ایشان، پیمودن این راه پر مشقت میسر نبود.

همچنین از پدر و مادر عزیزم که مشوق اصلی من در طی این مسیر بوده، کمال تشکر را به عمل می‌آورم و امیدوارم بدین وسیله قسمی از زحمات بی حد ایشان را جبران کرده باشم.

در ضمن از برادرم آقای شهرام اطمینان که حامی همیشگی من در تمام مراحل زندگی ام بوده مراتب سپاس فراوان را به عمل می آورم.

فهرست مطالب

عنوان **صـفحه**

مقدمه ۱

فصل اول

۱-۱) مدل پوسته‌ای ۵

۱-۲) تعمیم مدل تک ذره‌ای ۲۲

فصل دوم

۲-۱) مدل جمعی ۲۴

۲-۲) طیف دورانی هسته‌های بدون اسپین ۲۶

فصل سوم

۳-۱) مدل لایه‌ای تغییر شکل یافته (مدل نیلسون) ۳۵

۳-۲) محاسبات حالت‌های بستگی هسته‌ای به پتانسیل تغییر شکل یافته ۴۷

۳-۲-۱) انتخاب میدان ۴۷

۳-۲-۲) انتخاب ویژه بردار ها و پایه‌ها و نمایش‌ها ۵۲

۳-۲-۳) جزئیات محاسبات ۶۰

۳-۲-۴) ترتیب و آرایش جدولها و شکل اصلی ۶۷

فهرست مطالب

عنوان — صـفحه

فصل چهارم

۴- ۱) رابطه بین مدل نیلسون و حرکت چرخشی ۷۱

۴-۲) حالت های ارتعاشی درهسته های کروی ۸۱

فصل پنجم

۵-۱) برهمکنش‌های ذرهٔ مستقل با هستهٔ زوج ۸۵

۵-۲) جفت شدگی ضعیف ۸۷

۵-۳) تقریب جفت شدگی قوی ۹۱

فصل ششم و نتیجه گیری

مدل واپیچشی نیلسون (Cranked Nilsson model) ۹۹

Abstract **۱۰۷**

منابع و مآخذ **۱۰۸**

جدول ها

جدول ۱(ویژه مقدارها و ویژه بردارها برای میدان تغییر شکل یافته)..... ***۱۱۰***

جدول 1a *(ویژه مقدارها ی نوسانگر کروی)*..... ***۱۲۶***

جدول1b(ویژه مقدارها و ویژه بردارها برای پوسته $N=۴$)..... ***۱۲۷***

جدول ۲(عناصر ماتریس انرژی جفت شدگی)..... **۱۳۰**

مقدمه

همان طور که می‌دانیم توصیف نیروهای هسته‌ای کامل نیست و ابهاماتی حتی در گستره انرژی پایینتر از حدود MeV ۳۵۰ باقی می‌ماند. علاوه بر این با بهترین نیروها، محاسبات (ابتدا به ساکن) هسته‌ای، حتی با بهترین ماشین‌های محاسبه، بی‌نهایت مشکل است. نیروهای هسته‌ای خیلی پیچیده است، و هسته ها مسائل چند جسمی هستند. بنابراین، در اغلب مسائل هسته‌ای لازم است که روش را ساده کرده و در مدل های هسته‌ای ویژه همراه با نیروهای هسته‌ای ساده شده استفاده کنیم.

به طور کلی مدل های هسته‌ای را می‌توان به مدل های ذره مستقل *IPM (independent particle model)* که در آنها فرض می‌شود ذرات، در پایین‌ترین مرتبه، به طور مستقل در یک پتانسیل هسته‌ای مشترک حرکت می‌کنند، و مدل های دسته جمعی یا بر هم کنش قوی *SIM (Strong interaction model)* که در آن نوکلئون ها قویا به یکدیگر جفت می‌شوند، تقسیم کرد. ساده‌ترین مدل SIM مدل قطره مایع ، و ساده‌ترین مدل IPM مدل گاز فرمی است.

مدل وحدت یافته، ویژگی‌های مدل پوسته‌ای و مدل دسته‌جمعی را ترکیب می‌کند. در این مدل فرض می‌شود که نوکلئون‌ها تقریباً مستقل از یکدیگر در یک

پتانسیل مشترک غیر کروی با تغییرات اندک، حرکت می‌کنند و برانگیختگی‌های نوکلئون‌های منفرد و تمامی هسته بررسی می‌شود.

بحث ما در این رساله شامل توصیف کمی و کیفی این مدل وحدت یافته است چون همان طور که گفتیم این مدل تلفیقی در خواص جمعی و تک ذره‌ای نوکلئون‌ها در هسته است ما در اینجا ابتدا به مدل پوسته‌ای کروی با جزئیات بیشتر می‌پردازیم سپس همان طور به توصیفی از مدل جمعی هسته سپس به چگونگی منجر شدن این دو مدل به مدل هسته‌ای تغییر شکل یافته می‌پردازیم.

خواص هسته‌ای که از این تقابل نتیجه می‌شود به طور اساسی به اندازه تغییر شکل هسته وابسته است که این به نوبه خود به پیکربندی نوکلئونی بستگی دارد. در ناحیه پوسته‌های بسته بزرگ، شکل تعادلی هسته به صورت کروی است و طیف تک ذره‌ای با در نظر گرفتن حرکت ذره در یک میدان کروی (مدل پوسته‌ای) به دست می‌آید.

هر چند در این ناحیه انتظار می‌رود که هسته مدهای اضافی برانگیختگی از نوع ارتعاشات جمعی را نیز شامل بشود. وابستگی حرکت ذره به شکل هسته‌ای بر همبستگی کوچکی بین حرکت ذره‌ای و جمعی این گونه هسته‌ها دلالت می‌کند، که می‌توان آن را به عنوان یک اختلال توضیح داد. جفت شدگی بین

مدهای جمعی و مدهای حرکت تک ذره‌ای مستقل می‌تواند به ساختار حالت‌های پیچیده هسته‌ای منجر شود.

فراتر از پوسته‌های بسته، هسته‌ها تغییر شکل‌های بزرگی را شامل می‌شود که منجر به جهت‌گیری پایدار و ثابتی می‌شود که این خود به طور تقریبی امکان جداسازی بین حرکت ذاتی نوکلئون‌ها که وابسته به میدان هسته‌ای ثابت است و حرکت جمعی دورانی و ارتعاشی را فراهم می‌سازد که این جداسازی تأثیری بر روی ساختار ذاتی هسته ندارد.

تفکیک مدهای مختلف حرکت، به طور تجربی با به دست آوردن طیف دورانی که بهترین گواه وجود این مدهای مختلف است، تأیید شد که این طیف دورانی با دقت جالب توجهی با عبارت نظری ساده مربوطه همخوانی و سازگاری داشت[۱].

جداسازی حرکت هسته‌ای به مدهای جمعی و ذاتی با فرض کردن تابع موج به صورت حلی از معادله موج هسته‌ای به صورت $\Psi = \chi\phi_{vib}D_{rot}$ همخوانی و مطابقت دارد. که در آن χ نشان دهنده حرکت ذاتی نوکلئون‌هاست که می‌توان آن را به صورت حرکت مستقل ذرّات در میدان تغییر شکل یافته توجیح کرد که این میدان هسته‌ای ثابت و ایستا در نظر گرفته شده است. عبارت دوم، ϕ_{vib} ارتعاشات

هسته حول شکل تعادلی‌اش نشان می‌دهد و D_{rot} حرکت جمعی دورانی کل سیستم را نمایش می‌دهد.

انتظار می‌رود که اکثر هسته‌ها شکل‌هایی با تقارن استوانه‌ای را ترجیح بدهند، و این نتیجه با طیف‌های دورانی مشاهده شده تأیید می‌شود. بنابراین ما در این رساله حالت‌های ذره‌ای را تحت میدان‌های کروی بررسی می‌کنیم.

در این مورد با تقارن محوری، حرکت ذاتی با اعداد کوانتومی Ωp مشخص می‌شود که Ωp مؤلفه تکانه زاویه‌ای هر نوکلئون بر روی محور هسته است و Ω کل با $\sum \Omega p$ داده می‌شود. بدون تبهگنی تصادفی، حالت‌ها به طور دوگانه تبهگن هستند $(\pm \Omega p)$ و χ کل یا $\chi_{\Omega p}$ حاصل‌ضرب توابع موج‌های تک ذره‌ای است که پاد متقارن سازی شده‌اند. اثر نیروهای مستقیم ذره‌ای تا اولین مرتبه یک جابه‌جایی در انرژی‌های بستگی ایجاد می‌کند بدون این که بر تابع‌های موج اثری داشته باشد. تصویر جفت شدگی هسته‌ای فقط اگر نیروهای ذره‌ای قابل قیاس با جفت شدگی ذرات با محور هسته باشد، به طور اساسی اصلاح خواهد شد.

فصل اول :

مدل پوسته ای

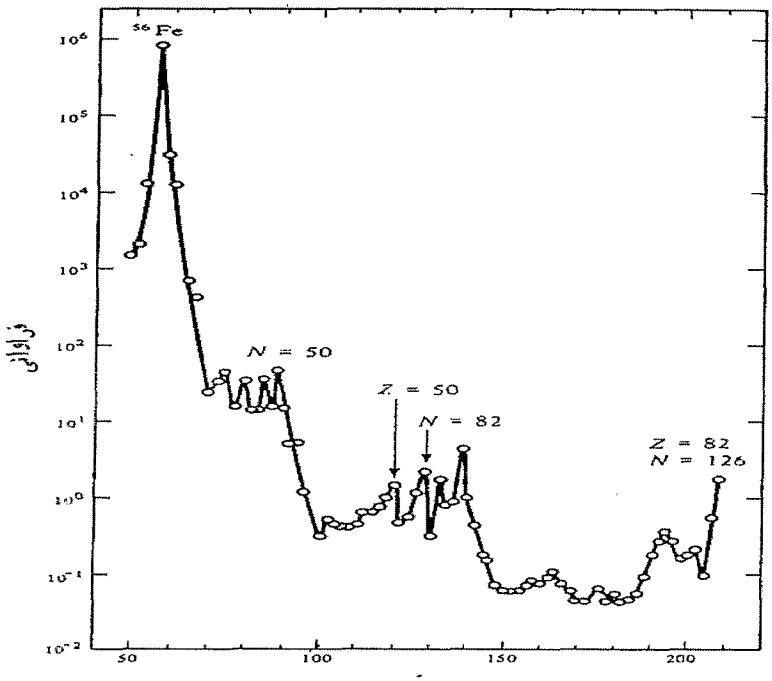
۱-۱) مدل پوسته‌ای

بعضی شواهد تجربی نشان می‌دهد که ویژه هسته‌های با Z یا N مساوی با یکی از اعداد جادویی ۲ و ۸، ۱۰، ۲۸، ۵۰، و ۸۲ یا ۱۲۶ مخصوصاً پایدار هستند این اعداد توسط مدل پوسته‌ای به خوبی توضیح داده شده‌اند. در شکل (۱-۱) فراوانی نسبی ویژه هسته‌های زوج- زوج مختلف به صورت تابعی از عدد اتمی A برای A>50 رسم شده است. ویژه هسته‌هایی که برای آنها N مساوی ۸۲، ۵۰، ۱۲۶ است، سه قله مشخّص تشکیل می‌دهند.

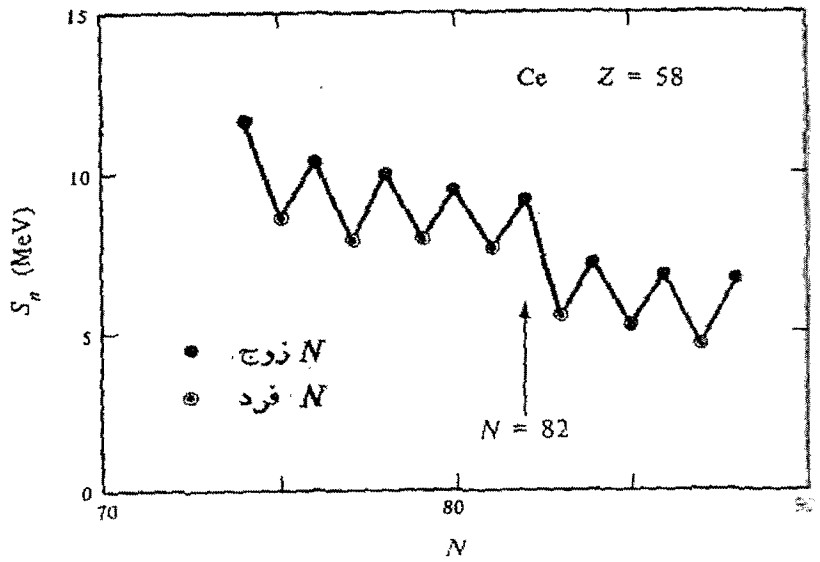
شواهد روشن برای وجود اعداد جادویی، از انرژی جداسازی آخرین نوکلئون‌ها به دست می‌آید. برای مثال، اگر نوترونی را از یک ویژه هسته (Z, N) جدا کنیم، یک ویژه هسته (Z, N-1) نتیجه می‌شود. انرژی لازم برای جداسازی برابر است با اختلاف بین انرژی‌های بستگی این دو ویژه هسته $S_n(Z,N)=B(Z,N)-B(Z,N-1)$ در شکل(۱-۲) نمودار S_n بر حسب N برای ایزوتوپ‌های سریم، Z=58 نشان داده است. دو اثر اینجا مشهود است، یکی اختلاف زوج و فرد بودن و دیگری ناپیوستگی در پوسته‌های هسته. رفتار

«زوج- فرد» ی نشان می‌دهد که وقتی N زوج است نوترونها نسبت به زمانی که N فرد است، مقیدترند. برای پروتون‌ها نیز همین وضعیت برقرار است.

این واقعیّت، همراه با این مشاهده تجربی که تمام هسته‌های زوج - زوج در حالت پایه‌شان دارای اسپین صفر هستند، نشان می‌دهد که وقتی دو ذره مشابه طوری با هم جفت می‌شوند که تکانه زاویه‌ای آنها صفر گردد، یک بر هم کنش جاذبه‌ای اضافی رخ می‌دهد. این اثر همچنین در ابر رساناها اتّفاق می‌افتد، که در آن الکترون با تکانه و اسپین‌های مخالف، تشکیل یک «زوج کوپر» می‌دهند.



شکل (۱-۱): فراوانی، H ، برای ویژه هسته‌های زوج - زوج مختلف، به صورت تابعی از A رسم شده است. فراوانیها نسبت به Si اندازه‌گیری شده‌اند. $\left[H(Si)=10^6\right]$



شکل (۱-۲): انرژی جداسازی آخرین نوترون برای ایزوتوپهای سریم.

پوسته‌های بسته باید دارای تقارن کروی، تکانه زاویه‌ای کل صفر، و پایداری خاصی باشند پایداری پوسته‌های بسته را می‌توان از انرژی‌های نخستین حالت‌های برانگیخته مشاهده کرد، یک پایداری بارز بدین معناست که به سختی می‌توان یک پوسته بسته را برانگیخت و در نتیجه اولین حالت برانگیخته مخصوصاً باید بالا باشد.

نخستین کوشش در ساختمان مدل پوسته‌ای، توضیح اعداد جادویی است. در مدل ذره مستقل فرض می‌شود که نوکلئون‌ها به طور مستقل در پتانسیل هسته‌ای حرکت می‌کنند. به علت کوتاهی برد نیروهای هسته‌ای، این پتانسیل شبیه به توزیع چگالی هسته‌ای است. برای ملاحظه صریح این شباهت، یک نیروی دو جسمی از نوع $V_{12} = V_0 f(r_1 - r_2)$ را در نظر می‌گیریم که در آن V_0 عمق مرکزی پتانسیل

بوده و f شکل آن را توصیف می‌کند. فرض می‌کنیم تابع f هموار و برد آن خیلی کوتاه باشد. تخمین کلّی از قدرت پتانسیل مرکزی که بر روی نوکلئون در درون هسته عمل می‌کند را می‌توان با میانگین گرفتن بر روی نوکلئون (۲) به دست آورد. این میانگین گیری، اثر تمام نوکلئون‌ها {به جز نوکلئون (۱)} را بر روی نوکلئون (۱) نشان می‌دهد. میانگین گیری را با ضرب کردن V_{12} در توزیع چگالی نوکلئون (۲) در هسته $\rho(r_2)$ انجام می‌دهیم.

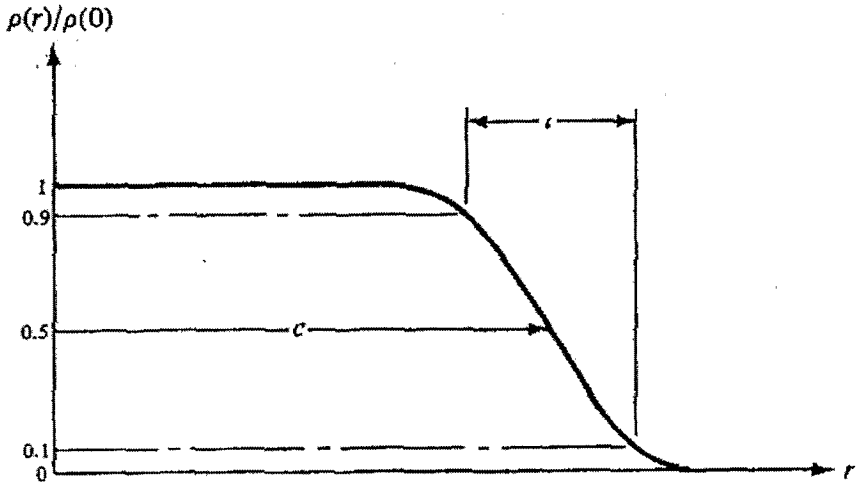
$$V(1)=V_0\int d^3r_2 f(r_1-r_2)\rho(r_2)$$

اگر برد f به اندازه کافی کوتاه باشد، می‌توان به جای $\rho(r_2)$ تقریباً $\rho(r_1)$ را قرار داد V_1 به صورت زیر درمی‌آید:

$$V(1)=CV_0\rho(r_1) \qquad C=\int d^3r\ f(r)$$

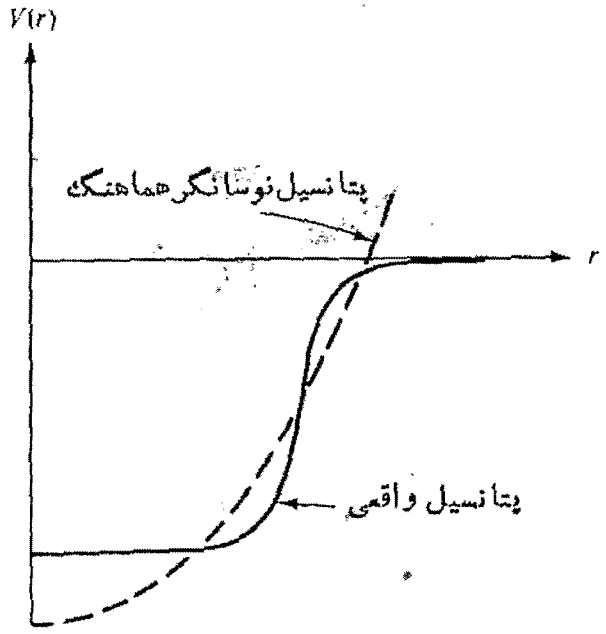
پتانسیلی که بر روی یک ذره اثر می‌کند، در حقیقت با توزیع چگالی هسته‌ای متناسب است. توزیع چگالی به نوبه خود، تقریباً همان توزیع بار است. بنابراین بجاست که بررسی ترازهای تک ذره‌ای را با به کار بردن پتانسیلی که به شکل توزیع فرمی، ولی جاذبه‌ای است آغاز کنیم.

$$\rho(r)=\frac{N}{1+e^{(r-c)/a}}$$



شکل(۱-۳): توزیع فرمی برای چگالی بار هسته‌ای. c شعاع نیم- چگالی و t ضخامت سطحی است.

N یک ثابت بهنجاراست و a و c پارامترهای توصیف کننده ی هسته اندنمی‌توان معادله شرودینگر را برای چنین پتانسیلی به شکل بسته حل کرد. نتیجتاً به بسیاری از بخش‌ها، پتانسیل واقعی را با پتانسیلی که بتوان آن را به سادگی بررسی کرد، یک چاه مربعی یا یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ، جایگزین می‌کنند. در شکل(۱-٤) پتانسیل هسته‌ای و تقریب آن را با نوسانگر هماهنگ را نشان داده‌ایم. (نوسانگر هماهنگ یک بعدی در کتاب مرجع[۲] بررسی شده است و نوسانگر سه بعدی را می‌توان در کتاب مرجع[۳] یافت.)



شکل (۱-٤): پتانسیل واقعی‌تری که شبیه به توزیع چگالی هسته‌ای است، با یک پتانسیل نوسانگر هماهنگ جایگزین می‌شود.

در نوسانگر هماهنگ ذره‌ای به سوی یک نقطه ثابت توسط نیرویی، که با فاصله r' بین ذره و نقطه ثابت متناسب است، جذب می‌شود، این ذره انرژی پتانسیل زیر را داراست:

$$V(r')=\frac{1}{2}kr'^{2} \qquad (۱-۱)$$

معادله شرودینگر برای چنین نوسانگر هماهنگ سه بعدی عبارت از

$$\nabla^2\Psi+\frac{2m}{\hbar^2}\left(E-\frac{1}{2}kr'^{2}\right)\Psi=0 \qquad (۱-۲)$$

با جایگزین‌های :

$$k = m\omega^2, r' = \left(\frac{\hbar}{m\omega}\right)^{1/2} r, \qquad E = \frac{1}{2}\hbar\omega\lambda \tag{۱-۳}$$

معادله شرودینگر به صورت زیر درمی‌آید:

$$\nabla^2 \Psi + \left(\lambda - r^2\right)\Psi = 0 \tag{۱-٤}$$

از آنجایی که نوسانگر هماهنگ دارای تقارن کروی است، بهتر است که معادله شرودینگر را در دستگاه مختصات قطبی کروی، φ, θ, r بنویسیم. در مختصات، عملگر ∇^2 به صورت زیر درمی‌آید:

$$\nabla^2 = \frac{1}{r^2}\frac{\partial}{\partial r}\left(r^2 \frac{\partial}{\partial r}\right) - \frac{1}{r^2 \hbar^2} L^2 \tag{۱-۵}$$

که در آن L^2 عملگر مربع تکانه زاویه‌ای کل است.

$$L^2 = -\hbar^2 \left[\frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\theta}\left(\sin\frac{\partial}{\partial\theta}\right) + \frac{1}{\sin^2\theta}\frac{\partial^2}{\partial\varphi^2}\right] \tag{۱-٦}$$

پیش فرضی به صورت

$$\Psi = R(r) Y_\ell^m(\theta, \varphi) \tag{۱-۷}$$

معادله (۱-٤) را حل می‌کند. در اینجا Y_ℓ^m هماهنگ‌های کروی هستند. Y_ℓ^mها ویژه تابعی از L^2, L_z است.