بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی امیرکبیر

(پلی تکنیک تهران)

دانشکده مهندسی هسته‌ای و فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد

رشته فیزیک

بررسی اثر حرارتی الکترون‌ها در تولید ساختارهای الکترواستاتیک جایگزیده

نگارش:

محمد نوپوش

استاد راهنما:

دکتر حسین عباسی

بهمن ماه ۱۳۸۷

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی‌تکنیک تهران)

بسمه تعالی

فرم اطلاعات پایان‌نامه
کارشناسی- ارشد و دکترا

تاریخ: ۸۸/۲/۲۸
شماره:

معاونت پژوهشی
فرم پروژه تحصیلات تکمیلی ۷

مشخصات دانشجو:

نام و نام خانوادگی: محمد نوپوش | دانشجوی آزاد ● | بورسیه ○ | معادل ○
شماره دانشجوئی: ۸۵۱۱۱۰۰۹ | دانشکده: مهندسی هسته‌ای و فیزیک | رشته تحصیلی: فیزیک
گروه: فیزیک

مشخصات استاد راهنما:

نام و نام خانوادگی: دکتر حسین عباسی | درجه و رتبه: دانشیار و عضو هیئت علمی دانشگاه

مشخصات استاد مشاور:

نام و نام خانوادگی: - | درجه و رتبه: -

عنوان پایان‌نامه به فارسی : مطالعه اثرات حرارتی الکترون‌ها در تولید ساختارهای الکترواستاتیک جایگزیده

عنوان پایان‌نامه به انگلیسی:

Study of thermal effects of electrons on the generation of electrostatic localized structures

نوع پروژه: کارشناسی○ | ارشد ● | دکترا ○ | سال تحصیلی: ۸۸-۸۷
کاربردی ● | بنیادی ○ | توسعه‌ای ○ | نظری○

تاریخ شروع : ۸۶/۹/۳۰ | تاریخ خاتمه : ۸۷/۱۱/۱۶ | تعداد واحد :۶ | سازمان تأمین کننده اعتبار : -

واژه‌های کلیدی به فارسی: روش ذره در جعبه- سالیتون یون‌صوت- پلاسمای غیرتعادلی- تولید سالیتون- ذرات محبوس

واژه‌های کلیدی به انگلیسی:

Particle In Cell Method - Ion-Acoustic Soliton -Non Maxwellian Plasma -Soliton Excitation -Trapped Particles

مشخصات ظاهری	تعداد صفحات ۹۷	تصویر● جدول● نمودار● نقشه○ واژه‌نامه○		تعداد مراجع ۱۸	تعداد صفحات ضمائم -
زبان متن	فارسی●	انگلیسی○	چکیده	فارسی●	انگلیسی●
یادداشت					

نظرها و پیشنهادها به منظور بهبود فعالیت‌های پژوهشی دانشگاه

استاد: -

دانشجو: امکانات و بودجه اختصاص یافته به کارهای پژوهشی ناچیز است و با این شرایط انتظار توسعه پایدار محال می‌باشد.

به نام خدا

برگه ارزیابی پایان‌نامه کارشناسی‌ارشد

دانشگاه صنعتی امیرکبیر
(پلی تکنیک تهران)

نام و نام‌خانوادگی: آقای محمد نوپوش　　شماره دانشجویی: ۸۵۱۱۱۰۰۹

رشته: فیزیک　　تاریخ دفاع: ۸۷/۱۱/۱۶

عنوان پایان‌نامه: مطالعه اثرات حرارتی الکترونها در تولید ساختارهای الکترواستاتیک جایگزیده

هیأت داوران	نام و نام‌خانوادگی	امضاء
استاد راهنما	دکتر حسین عباسی	
داور داخلی	دکتر بهروز مراغه‌چی	
داور خارجی	دکتر حسین حکیمی‌پژوه	
نمره نهایی	۱۹/۵ (نوزده ونیم)	

مدیر تحصیلات تکمیلی دانشکده
حسین آفریده

رییس دانشکده
رضا امراللهی

دانشکده مهندسی هسته‌ای و فیزیک

تقدیم به پدر و مادر گرانقدرم

چکیده

اغلب سیستم‌های واقعی رفتاری غیرخطی دارند. برای یک سیستم غیرخطی پاسخ سیستم با ضربه تحریک کننده متناسب نیست. همچنین برای چنین سیستمی قانون برهم‌نهی به‌شکست می‌انجامد. مطالعات نظری نشان می‌دهد، ایجاد اختلالی بادامنه بزرگ دریک پلاسما منجربه اثرات غیرخطی می‌شود. درصورتیکه اثرات پاشندگی و غیرخطی درمحیط همدیگرراخنثی کنند، نوعی ساختار پایا درپلاسما شکل می‌گیرد که با عبور از پلاسما، شکل ودامنه خود را به‌خوبی حفظ می‌کند. این ساختار، سالیتون نامیده می‌شود. حال اگریک اختلال پتانسیل جایگزیده وخودسازگار را درپلاسما قراردهیم، این اختلال می‌تواند به یک یا چند سالیتون که جواب پایای سیستم است، تقسیم شود. از سویی، اگر سرعت اختلال مذکور از مرتبه‌ای باشد که ذرات موجود در محیط بتوانند به آن عکس العمل نشان دهند، برخی از آن‌ها، بسته به علامت بارشان، داخل پتانسیل به دام می‌افتند که آنها را ذرات محبوس می‌نامند. مثلاً برای یک پروفایل پتانسیل با دامنه مثبت، ذرات به دام افتاده الکترون‌ها هستند.

در این پایان‌نامه نقش ذرات محبوس در تولید این ساختارهای جایگزیده، از طریق شبیه‌سازی آن، مورد بررسی قرارگرفته است. به همین منظور یک نسخه کد ذره‌ای- سیالی تهیه شده است. کد مذکور ابتدا توسط یک آزمون دقیق مورد امتحان درستی قرارگرفته است. رویکرد این آزمون به این شیوه است که از جواب خودسازگار وپایای سیستم استفاده کرده وپایداری آنرا توسط کد بررسی خواهیم کرد. سپس با استفاده از یک پروفایل جایگزیده وخودسازگارکه جواب پایای سیستم نیست، فرایند تولید سالیتون را مطالعه خواهیم کرد.

کلید واژه: روش ذره در جعبه (Particle In Cell Method) – سالیتون یون-صوت (Ion-Acoustic Soliton) –پلاسمای غیرتعادلی (Non Maxwellian Plasma) – تولید سالیتون (Soliton Excitation) – ذرات محبوس (Trapped Particles).

فهرست

فصل اول : مبانی نظری وادبیات موضوع 1

۱.۱ سیستمهای خطی و غیرخطی 2

۲.۱ مبانی و تعریف سالیتون ٤

۱.۲.۱ خواص ظاهری سالیتون ٤

۲.۲.۱ خواص اساسی سالیتون ٥

۳.۲.۱ انواع سالیتون ٥

۴.۲.۱ تاریخچه سالیتون ٥

۵.۲.۱ مشاهدات راسل ٦

۶.۲.۱ شبیه‌سازیهای مقدماتی درحیطه فیزیک غیرخطی 6

۷.۲.۱ ویژگی سالیتونهای فیزیکی ۸

۸.۲.۱ کاربردهای سالیتون درعلوم مختلف ۹

۳.۱ بررسی مسئله سالیتون از نقطه نظر فرمول بندی ریاضی ۹

۱.۳.۱ بررسی مسئله سالیتون درسیالات ۱۰

۲.۳.۱ حل پروفایل بدون تغییر معادله Kdv ۱۱

۳.۳.۱ حل کلی معادله Kdv ۱۳

۴.۳.۱ سالیتون یون صوتی وحل خطی ۱٤

۵.۳.۱ حل غیرخطی ۱۷

۶.۳.۱ بررسی سالیتون با رویکرد دقیق موجی ۲۰
۴.۱ نظریه حفره‌های الکترونی 26
۵.۱ تابع توزیع کاپا ۳۱
فصل دوم: مدل وکدشبیه‌سازی ۳۵
۱.۲ توصیف مدل ۳٦
۱.۱.۲ سیستم معادلات ۳۷
۲.۱.۲ اساس روش شبیه‌سازی ۳۸
۳.۱.۲ روش وزن دهی 40
۲.۲ توضیح کد 41
۱.۲.۲ مقداردهی اولیه وآزمون آن 42
۲.۲.۲ تصحیحات لازم در اولین نیم‌گام زمانی ٤٤
۳.۲.۲ حلقه اصلی برنامه: ٤۸
۳.۲ آزمونهای صحت الگوریتم ۵۰
۱.۳.۲ آزمون پایستگی انرژی ۵۰
۲.۳.۲ آزمون پایستگی آنتروپی ۵۰
۳.۳.۲ آزمون پایستگی بارکل ۵۱
فصل سوم: آزمون الگوریتم از طریق سالیتون یون–صوت ۵۲
۱.۳ لزوم آزمودن الگوریتم به این روش ۵۳
۲.۳ به دست آوردن جواب پایای سالیتونی ۵۵
۱.۲.۳ روش تکرار نیوتن ۵۵

۲.۲.۳ روش بازگشت برای حل معادله‌ی ماتریسی سه‌قطری ۵۷
۳.۳ بررسی رابطه‌ی بین پارامترهای سالیتونها درتوابع توزیع ماکسولی وکاپا ۵۹
۴.۳ شبیه‌سازی دینامیک جوابهای سالیتونی ۶۳
۱.۴.۳ تابع توزیع ماکسولی ۶۳
۲.۴.۳ تابع توزیع کاپا ۶۸
فصل چهارم:تولید سالیتونهای یون–صوت از یک اختلال جایگزیده ۷۳
۴-۱ محاسبه‌ی عددی پتانسیل سازگار 74
۲.۴ شبیه‌سازی تولید سالیتونها ۷۵
۱.۲.۴ تابع توزیع ماکسولی ۷۵
۲.۲.۴ تابع توزیع کاپا ۸۱
نتیجه‌گیری و پیشنهادات ۹۳
فهرست مراجع ۹۵

فهرست اشکال

شکل ۱-۱- دو شکل a ، b توصیف کننده تغییرات پتانسیل موثر به ترتیب برای $v > 0$ و $v < 0$ می‌باشند..... ۱۲

شکل ۱-۲- پتانسیل الکتریکی مربوط به یک حفره الکترونی..... ۲۷

شکل ۱-۳- میدان الکتریکی مربوط به یک حفره‌ی الکترونی..... ۲۷

شکل ۱-۴- تابع توزیع الکترونی در فضای سرعت در دستگاه مختصات متحرک با سرعت حفره‌ی الکترونی..... ۲۹

شکل ۱-۵- مسیر ذرات در نزدیکی حفره‌ی الکترونی با انرژی‌های مختلف (در دستگاه مختصات متحرک با سرعت حفره)..... ۳۰

شکل ۱-۶- تغییر شکل مغناطوسپهر زمین در اثر وزش باد خورشیدی..... ۳۲

شکل ۲-۱- ذره ای در موضع x باز خودرا روی شبکه وزن دهی می‌کند..... ۴۱

شکل ۲-۲- قسمتی از الگوریتم که مربوط به ساختن اولین مرحله زمانی و تصحیحات مربوطه می‌باشد..... ۴۶

شکل ۲-۳- قسمتی از الگوریتم که مربوط به حلقه اصلی برنامه می‌باشد..... ۴۷

شکل ۳-۱- یک سالیتون نوعی..... ۵۹

شکل ۳-۲- منحنی تغییرات دامنه‌ی سالیتون برحسب پارامتر محبوس سازی به ازای مقادیر مختلف سرعت سالیتون..... ۶۰

شکل ۳-۳- منحنی تغییرات دامنه‌ی سالیتون برحسب سرعت سالیتون به ازای مقادیر مختلف پارامتر محبوس‌سازی..... ۶۱

شکل ۳-۴- منحنی تغییرات دامنه برحسب سرعت برای کاپاهای مختلف. $Beta = -0.5$ ۶۲

شکل ۳-۵- منحنی تغییرات دامنه برحسب پارانتر محبوس‌سازی برای کاپاهای مختلف $V_0 = 1.5$..... ۶۲

شکل ۳-۶- منحنی چگالی الکترونی برحسب مکان که به ازای چهارزمان در شکل رسم شده است..... ۶۵

شکل ۳-۷- منحنی چگالی یونی برحسب مکان که به ازای تمامی زمانها در یک شکل رسم شده است..... ۶۶

شکل ۳-۸- منحنی پتانسیل برحسب مکان که به ازای تمامی زمانها در یک شکل رسم شده است..... ۶۶

شکل ۳-۹- نمودار فضای فاز الکترونی که در تمامی زمانها مشابه است..... ۶۷

شکل ۳-۱۰- خطای نسبی در انرژی کل و انتروپی..... ۶۸

شکل ۳-۱۱- خطای نسبی در انرژی کل و آنتروپی..... ۶۹

شکل ۳-۱۲- منحنی چگالی الکترونها برحسب مکان که به ازای ۴ زمان رسم شده است..... ۷۰

شکل ۳-۱۳- منحنی چگالی یونها برحسب مکان که به ازای تمامی زمانها در یک شکل رسم شده است..... ۷۱

شکل ۳-۱۴- منحنی پتانسیل برحسب مکان که به ازای تمامی زمانها در یک شکل رسم شده است..... ۷۱

شکل ۳-۱۵- نمودار فضای فاز الکتزونی که در تمامی زمانها مشابه است..... ۷۲

شکل ۴-۱- منحنی چگالی الکترونها برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۷۷

شکل ۴-۲- منحنی چگالی یونها برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۷۸

شکل ۴-۳- منحنی پتانسیل برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۷۹
شکل ۴-۴- نمودارهای کانتوری فضای فاز در چهار زمان مختلف..... ۸۰
شکل ۴-۵- خطای نسبی در انرژی کل و آنتروپی..... ۸۱
شکل ۴-۶- منحنی چگالی الکترونی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۸۳
شکل ۴-۷- منحنی چگالی یونی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۸۴
شکل ۴-۸- منحنی پتانسیل الکتریکی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۸۵
شکل ۴-۹- نمودارهای فضای فاز الکترونی در زمانهای مختلف..... ۸۶
شکل ۴-۱۰- خطای نسبی در انرژی کل و آنتروپی..... ۸۷
شکل ۴-۱۱- خطای نسبی انرژی کل و آنتروپی..... ۸۸
شکل ۴-۱۲- منحنی چگالی الکترونی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۸۹
شکل ۴-۱۳- منحنی چگالی یونی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۹۰
شکل ۴-۱۴- منحنی پتانسیل الکتریکی برحسب مکان در چهار زمان مختلف..... ۹۱
شکل ۴-۱۵- نمودارهای کانتوری فضای فاز الکترونی در زمانهای مختلف..... ۹۲

فصل اول

مبانی نظری وادبیات موضوع

True laws of nature cannot be linear.

A. Einstein

۱.۱ سیستمهای خطی و غیرخطی

سیستمهای غیرخطی قادرند تمام سیستمهای فیزیکی بجزساده‌ترین آنها را مدل کنند. تا مدت مدیدی معادلات خطی برای توصیف پدیده‌های گوناگون بکارمی‌رفتند. برای مثال معادلات اساسی فیزیک، نظیر معادلات ماکسول وشرودینگر خطی‌اند و عموماً قادرند تنها پاسخ خطی یک سیستم را به یک اختلال خارجی بررسی کنند. این درحالی است که اغلب سیستمهای واقعی، سیستمهایی غیرخطی‌اند. اکثرمدلهای نظری هنوز برمبنای توصیفات خطی استوارند. به منظور تحلیل سیستمهای واقعی توسط مدل‌های خطی، معادلات مربوطه را تا آنجا که ممکن است برای رفتارهای غیرخطی مورد اصلاح قرار می‌دهند. مثلاً اثر غیرخطی را به صورت اختلال کوچکی وارد مدل می‌کنند. این طرز عملکرد می‌تواند منجربه نتایج نادرستی شود. چرا که نگرش خطی گاهی به طور کامل برخی رفتارهای جدایی ناپذیر سیستم را حذف می‌کند.

به منظور اینکه مفهوم غیرخطی بودن را بهتر درک کنیم می‌بایست بدانیم که خطی بودن دقیقاً به چه معناست. به طورکلی یک موج عبارتست از یک اختلال پیش رونده در یک محیط که با خود انرژی حمل می‌کند که در مورد برخی امواج مانند الکترومغناطیسی واحتمالاً گرانشی محیط فیزیکی نداریم.

خواص مشخصه هر موج خطی عبارتند از:

۱) شکل وسرعت امواج خطی مستقل از دامنه آنهاست.

۲) حاصل جمع دو موج خطی نیز یک موج خطی است.

۳) امواج با دامنه کم خطی اند.

نظریه امواج خطی براساس تقریب دامنه کوچک می‌باشد، که در آن از تمامی جملات غیرخطی (جملاتی که تابعی از متغیرهای وابسته و مشتقات آن‌ها از مرتبه دو یا بالاتر هستند) صرفنظر می‌شود. بنابراین، می‌توان از تبدیل فوریه برای تحلیل هر اختلال فیزیکی استفاده کرد. در این حالت، هرهارمونیک (یک موج سینوسی بافرکانس ω مشخص) به‌صورت مستقل رفتار می‌کند ومشخصات موج منتشرشونده، توسط رابطه‌ی پاشندگی(که به مشخصات محیط بستگی دارد) قابل بررسی است.

در بررسی غیرخطی انتشار امواج، تفاوتهای قابل توجهی نسبت به نظریه خطی دیده می‌شود. برای مثال هنگامی‌که یک موج با دامنه بزرگ (که ممکن است در ابتدا دامنه‌ی کوچکی داشته باشد) وارد سیستم می‌شود، به دلیل ناپایداری موج درمحیط، که منجر به رشد نمایی دامنه‌ی آن می‌شود، اثرات غیرخطی پدیدار می‌شوند. در مجموع، تفاوت یک سیستم خطی با یک سیستم غیرخطی به این صورت است که در یک سیستم خطی اثرنهایی ناشی ازکنش همزمان دوعامل، می‌تواند به صورت برهم‌نهی اثرات هریک از عوامل، به طورجداگانه، بررسی شود. اما در یک سیستم غیرخطی، دوعامل کنش اولیه که اثرهمزمان دارند می‌توانند منجر به اثر کاملاً جدیدی شوند، که منعکس کننده نوعی مشارکت بین اجزای سیستم است.

سرنوشت یک موج که در یک محیط حرکت می‌کند با توجه به خواص آن محیط تعیین می‌شود. غیرخطی بودن منجر به اعوجاج[۱] شکل موج، (مثلاً به شکل اغتشاش) می‌شود. اثرات غیرخطی اغلب با آستانه‌ها[۲]، حالات چند تعادلی[۳] وپسماندها[۴] و به طورکلی با پدیده‌هایی مرتبط هستند که در اثرتغییرماهیت

---

[1] Distortion

[2] Thresholds

[3] Multi-stability state

[4] Hystersis

تحریکات، از نقطه نظر کیفی تغییر می‌کنند [۱].

۲.۱ مبانی و تعریف سالیتون

سالیتون نوعی موج انفرادی[1] (به‌طورنوعی یک بسته موج یا پالس) بسیار پایدار است که شکل وسرعت خود را در اثرحرکت در یک محیط حفظ می‌کند. این ساختار به شدت پایدار، حاصل تعادل بین اثرات پاشندگی با اثرات غیرخطی در یک سیستم می‌باشد. اثرات پاشندگی همواره سعی می‌کنند پروفایل را درحوزه زمانی پهن کنند[2] و به‌عکس اثرات غیرخطی همواره در تلاشند پروفایل را درحوزه فرکانسی پهن کنند(که معادل تیزشدگی در حوزه زمانی می‌باشد). به این ترتیب موازنه بین این‌دو اثر می‌تواند دربردارنده نوعی حالت تعادل باشد که سالیتون محصول چنین حالتی است. این موجود فیزیکی، حاصل حل گروه وسیعی از معادلات دیفرانسیل با مشتقات جزئی ودارای اثرات غیرخطی و پاشندگی ضعیف می‌باشد که این معادلات همگی به نوعی توصیف کننده سیستم‌هایی فیزیکی می‌باشند. یک سالیتون، نوعی موج وهمزمان یک ماکزیمم محلی در چگالی انرژی است که دقیقاً مانند تک‌ذره دربرابر تغییر شکل و سرعت وحتی برخورد با سالیتون های دیگر ازخود مقاومت نشان می‌دهد. به بیان ریاضی، سالیتون، حاصل حل معادله کلاسیکی میدان است به طوری‌که همزمان خواص موجی و ذره‌ای داشته باشد. [۲، ۳]

۱.۲.۱ خواص ظاهری سالیتون

- ✓ شکل کاملاً پایدار دارند.
- ✓ گستردگی فضایی کوچکی دارند.
- ✓ سالیتون‌ها قادرند با هم وارد کنش شوند و بدون تغییر شکل (وتنها با اندکی جابجایی فاز) ازهم دور شوند.

---

[1] Solitary Wave

[2] Broadening

۲.۲.۱ خواص اساسی سالیتون

- ✓ دامنه آن با سرعت افزایش می یابد.
- ✓ پهنای آن متناسب با معکوس جذرسرعتش می‌باشد.
- ✓ سالیتون نوعی پالس موجی است که جهت‌های مشخصی را برمی‌گزیند. مثلاً سرعتش نمی‌تواند منفی شود.
- ✓ علامت سالیتون وابسته به علامت ضریب غیرخطی درمعادله Kdv می باشد.[۳]

۳.۲.۱ مهمترین انواع سالیتون

۱- سالیتون‌های پوش[1] که با معادله شرودینگر غیرخطی توصیف می‌شوند.

۲- سالیتون‌های یون- صوتی که با معادله Kdv توصیف می‌شوند. این سالیتون‌ها به نوعی هستند که نمی‌توانند خود به خود در پلاسما بوجود بیایند بلکه باید توسط یک عامل خارجی آنها را تحریک کرد.[۴]

٤.۲.۱ تاریخچه سالیتون

اولین بار در سال ۱۸۳۴ یک مهندس هیدرودینامیک به نام جان اسکات راسل[2] درکانال یونیون[3] در اسکاتلند، سالیتون را مشاهده کرد وآن را موج انتقال[4] نامید. وی مجدداً این موج را در یک مخزن ویژه تولید کرد و به طورکلی حدود ده سال از عمر خود را صرف مطالعه نظری این پدیده از رویکرد خطی

---

[1] Envelope Solitons

[2] John Scott Russel

[3] Union Canal

[4] Wave of translation

کرد که به عدم وجود سالیتون منجر شد. تا اینکه در سال ۱۸۹۵ کرتوگ[۱] و دوریس[۲] موفق به بدست آوردن رابطه‌ای برای توضیح سالیتون شدند. آن‌دو دانشمند محکم‌ترین استدلال وجود سالیتون تا آن زمان را به شکل معادله معروفشان یعنی معادله Kdv ارائه دادند.[۲]

۵.۲.۱ مشاهدات راسل

۱- بسته به دامنه اختلال، تعداد سالیتون‌های تولید شده یک، دو یا بیشتر است.

۲- امواج غیرخطی دارای سرعتی بزرگتراز $\sqrt{gh}$ می‌باشند که برابر با سرعت امواج خطی با طول موج بزرگ می‌باشد. سرعت سالیتون‌ها متناظر با $v = c_0(1 + A\eta)$ است که η ارتفاع موج و A عددی مثبت است.

۳- بسته به دامنه اختلال، تعداد سالیتون‌های تولید شده یک، دو یا بیشتر است.

تعریف موج انفرادی به آن شکلی که اسکات راسل کشف کرد به این قرار است: یک موج جایگزیده که فقط در امتداد یک جهت فضا با شکل ثابت منتشر می‌شود.[۲]

٦.۲.۱ شبیه‌سازی‌های مقدماتی درحیطه فیزیک غیرخطی

با ظهورکامپیوترها شبیه‌سازی رفتارهای غیرخطی سیستمها نیز ممکن شد. به عنوان نمونه درسال ۱۹۵۵ فرمی[۳]، پاستا[۴] و اولام[۵] آزمایشی را به همین‌منظور ترتیب دادند. آنها که قصد داشتند رفتار۶۴ ذره را دریک چیدمان غیرخطی مطالعه کنند، ذرات را توسط ریسمانی فرضی و بدون جرم به هم متصل

---

[1] Kortewege

[2] De vries

[3] Fermi

[4] Pasta

[5] Ulam

کردند، به طوری که نیروی کنش بین آنها برطبق رابطه غیرخطی هوک به صورت $K(\Delta l)+\alpha(\Delta l)^2$ باشد، با این فرض که عبارت دوم درمقایسه با عبارت اول بسیار کوچکتر است. قرار بود کامپیوتر معادله‌ای شبیه به معادله زیر را حل کند:

$$m\ddot{u}_n = k\,(u_{n+1}-u_n)-k\,(u_n-u_{n-1})+\alpha\left[(u_{n+1}-u_n)^2-(u_n-u_{n-1})^2\right]. \qquad (۱-۱)$$

درحالت هماهنگ $(\alpha=0)$، انرژیی که درحالت اولیه دریکی از مدها ذخیره شده بود، در همان مد باقی ماند و سیستم به حالت تعادل ترمودینامیکی نرسید. در حالت $(\alpha\neq 0)$ آنها شبیه‌سازی را با تحریک پایین‌ترین مد $(n=1)$ آغازکردند. مثلاً با انتخاب یک شرط اولیه ناجایگزیده که شکل یک موج تخت را داشت و طول موج آن برابر با طول سیستم بود، در ابتدا مشاهده کردند که انرژی به آرامی به مدهای دیگر انتقال می‌یابد. بنابراین مد دوم، سوم وبعدی به‌تدریج تحریک شدند. اما در کمال تعجب مشاهده شد که بعد ازحدوداً ۱۵۷ دوره تناوب معادل دوره تناوب مد پایه تمام انرژی مجدداً به مد پایه برگشت داده شد و حالت اولیه سیستم مجدداً بازیابی شد. این نتیجه قابل توجه که پارادوکس FPU نامیده شد، نشان دهنده این است که اثرات غیرخطی می‌توانند نه تنها از شرایط اولیه جایگزیده بلکه حتی از شرایط اولیه ناجایگزیده ویا تحریکات دمایی نیز ناشی شوند. کروسکال[1] و زابوسکی[2] بعد از اطلاع از این نتایج، با استفاده از کامپیوترهای مرکز لاس آلاموس[3]، آزمایشهایی مشابه انجام دادند و به یک نتیجه قابل توجه دست یافتند. آنها دریافتند برای دامنه‌های کوچک، ارتعاشات ریسمان پیوسته FPU به خوبی توسط معادله Kdv توضیح داده می‌شود. آن‌دو همچنین نشان دادند دو سالیتون پس از برخورد نه تنها از لحاظ شکل وسرعت پایدار می‌مانند بلکه در اثر برهمکنش، شتاب اندکی نیز می‌گیرند. بنابراین سالیتون‌ها خواص ذره‌ای نیز دارند. به عنوان دستاورد دیگری آنها خاطرنشان کردند که زمان بازگشت FPU تجلی خاصیت پایداری سالیتون می‌باشد که می‌تواند پس از یک دوره تناوب محدود شکل اولیه خود را تکرار کند.

---

[1] Kruskal

[2] Zabusky

[3] Los Alamos Laboratory

تعریف سالیتون به آن شکلی که کروسکال و زابوسکی از طریق روش عددی کشف کردند به قرار زیر است: یک پالس همدوس با دامنه بزرگ ویا یک موج انفرادی بسیار پایدار است که شکل وسرعتش در اثر برخورد با امواج دیگر از همین نوع تغییر نمی‌کند.[۱، ۲]

۷.۲.۱ ویژگی سالیتون‌های فیزیکی

از دیدگاه علوم ریاضی اگر سیستمی تمام خواص لازم را داشته باشد، هراختلالی می‌تواند منجر به سالیتون بخصوصی درآن شود، اما عموماً سیستم‌های فیزیکی برای شکل‌گیری سالیتون تنها محدوده کوچکی از تحریکات را می‌پذیرند. با وجود این‌که این سیستمهایی که جواب دقیق ریاضی دارند، مدلهای بسیار باارزشی هستند، فیزیکدانان (که دنیای واقعی را مطالعه می‌کنند)، به ندرت با چنین سالیتون‌های ایده‌آلی برخورد می‌کنند. درعوض آنها با نسخه‌های واقعی‌تر سالیتون، در موقعیت‌هایی که وجود جواب-های غیرسالیتونی یا اثرات اختلالی مانند اصطکاکی، نیروهای هدایت کننده خارجی، ناکاملی‌های شبکه اجتناب ناپذیرند، سروکار دارند. بنابراین چنین جواب‌های سالیتونی تنها جواب‌هایی هستند که مدت زیادی دوام دارند و شبه پایدارند. در واقع آن چیزی که از لحاظ فیزیکی اهمیت عمده دارد، بیشتر، وجود چنین خواص شبه سالیتونی است ونه دقیقاً خواص یک سالیتون. عموماً منظور ازسالیتون همان معنی ضعیف است که باخواسته‌های فیزیکدانان سازگاری بیشتری دارد. ازسوی دیگر همانطورکه بیان شد، سالیتون حالتی جایگزیده و با انرژی محدود است که اساساً ساختارهایی غیرخطی به شمار می‌روند. با این تفاسیر، در شرایط واقعی‌تر، اثرات اتلافی می‌توانند با اثرات غیرخطی به تعادل برسند که این منجر به موج تکی پاشنده[1] ویا سالیتون پاشنده[2] می‌شود [۲ ، ۳].

[1] Diffusive solitary wave

[2] Diffusive soliton

۸.۲.۱ کاربردهای سالیتون درعلوم مختلف

درفیزیک نظری ، کیهان شناسی ونظریه ریسمان‌ها[1]، انتشار برخی امواج هیدرودینامیکی یا امواج جایگزیده در پلاسمای نجومی، انتشار سیگنالها درفیبرهای اپتیکی ویا در مقیاس میکرو، انتقال بار در پلیمرهای رسانا، تولید مدهای جایگزیده درکریستالهای مغناطیسی ودینامیک مولکولهای بیولوژیکی نظیر DNA و پروتئین‌ها وغیره سالیتون‌ها کاربرد اساسی دارند. به عنوان مثال، از آنجایی‌که انتقال انرژی توسط سالیتون‌ها به شیوه‌ای بسیار بهینه صورت می‌گیرد، از سالیتون‌های اپتیکی در صنعت ارتباطات به عنوان حاملین علایم مخابراتی[2] استفاده می‌شود. همچنین درعلوم زیستی، سالیتون‌ها، درفرایند انتقال انرژی توسط پروتئین‌های آلفا هلیکس مشارکت می‌کنند [۲].

۳.۱ بررسی مسئله سالیتون از نقطه نظر فرمول بندی ریاضی

از نقطه نظر علوم ریاضی، معادلاتی که حل سالیتونی دارند به عنوان نمونه‌های قابل توجه سیستمهایی با حل دقیق[3] (بدون تکینگی) وبا تعداد نامتناهی درجه آزادی مطرح می‌شوند. به عنوان نمونه می‌توان به معادله کرتوگ–دوریس، معادله شرودینگر غیرخطی[4]، معادله ساین–گوردن[5] وغیره اشاره کرد. حل سالیتونی معادلات مذکور، توسط روش تبدیل پراکندگی معکوس[6] بدست می‌آید. عموماً پایداری

---

1 Strings

2 Communicative Signals

3 Integrable systems

4 Nonlinear Schrodinger equation

5 Sine-Gordon equation

6 Inverse scattering transform