

دانشگاه علامه طباطبایی

دانشکده اقتصاد

پایان نامه جهت اخذ مدرک کارشناسی ارشد

در رشته علوم اقتصادی

موضوع:

قیمت گذاری بهینه پویا در بازار برق

(مطالعه موردی برق منطقه ای تهران)

استاد راهنما:

دکتر تیمور محمدی

استاد مشاور:

دکتر جاوید بهرامی

نگارش:

ندا بیات

شهریور ۸۸

فهرست مطالب

عنوان

فصل اول: کلیات

۹	مقدمه
۱۱	(۱-۱) بیان مسئله
۱۲	(۲-۱) فرضیه و سوال تحقیق
۱۳	(۳-۱) اهداف تحقیق
۱۳	(۴-۱) روش شناسی
۱۳	(۵-۱) روش گردآوری اطلاعات و داده ها
۱۳	(۶-۱) جامه آماری، روش نمونه گیری و حجم نمونه
۱۴	(۷-۱) روش تجزیه و تحلیل داده ها
۱۴	(۸-۱) تعریف مفاهیم و واژگان اختصاصی
۱۴	(۹-۱) مشکلات و تنگناهای احتمالی تحقیق

فصل دوم: مبانی نظری

۱۶	مقدمه
۱۶	(۱-۲) بهینه یابی
۱۷	(۱-۱-۲) روش های مختلف در حل مسائل بهینه یابی پویا
۱۸	(۱-۱-۱-۲) حساب تغییرات
۱۹	(۲-۱-۱-۲) نظریه کنترل بهینه
۲۱	(۳-۱-۱-۲) برنامه ریزی پویا

۲۲	۲-۲) بهینه یابی پویا برای انحصارگر
۲۳	۱-۲-۲) تابع سود پویا
۲۴	۲-۲-۲) مسیر بهینه قیمت
۲۴	۳-۲) مبانی قیمت گذاری
۲۴	۱-۳-۲) قیمت گذاری بر مبنای هزینه نهایی
۲۸	۲-۳-۲) قیمت گذاری بر مبنای بهینه دوم
۳۲	۳-۳-۲) قیمت گذاری بر مبنای حداکثر بار
۳۷	۴-۳-۲) قیمت گذاری رمزی
۳۹	۵-۳-۲) قیمت گذاری بر مبنای هزینه متوسط
۴۱	۶-۳-۲) قیمت گذاری تبعیضانه
۴۷	۴-۲) قیمت گذاری پویا
۴۹	۱-۴-۲) مدل های قیمت گذاری مرسوم ایستا
۵۰	۲-۴-۲) مدل های قیمت گذاری پویا
۵۳	جمع بندی
۵۴	۵-۲) مروری بر مطالعات تجربی
۵۴	۱-۵-۲) مطالعات تجربی داخلی
۶۱	۲-۵-۲) مطالعات تجربی خارجی
۶۵	جمع بندی
	منابع فصل دوم

فصل سوم: شناخت صنعت

۶۶	مقدمه
۶۷	۱-۳) صنعت برق در صحنه جهانی
۷۰	۲-۳) برق به مثابه کالای خصوصی
۷۱	۳-۳) ضرورت تجدید بازار در صنعت برق
۷۴	۴-۳) تفاوت های بازار برق با سایر بازارها
۷۵	۵-۳) بازار برق
۷۷	۶-۳) بازار مالی برق
۷۹	۷-۳) بازار های مرتبط با بازار برق
۸۰	۸-۳) بازیگران عمده بازار برق
۸۵	۹-۳) تاریخچه مختصر صنعت برق در ایران
۹۰	۱۰-۳) بازار برق ایران
۹۲	۱۱-۳) ساختار آینده صنعت برق کشور
۹۸	جمع بندی
	منابع فصل سوم

فصل چهارم: روش شناسی و برآورد مدل

۱۰۱	مقدمه
۱۰۱	۱-۴) تصریح مدل

۱۰۵	۲-۴) روش مدل سازی و تخمین نمونه های انتخاب شده
۱۰۵	۱-۲-۴) مبانی اقتصاد سنجی پنل دیتا
۱۰۵	۱-۱-۲-۴) روش ترکیب داده های سری زمانی مقطعی
۱۰۶	۲-۱-۲-۴) مزایای استفاده از داده های تابلویی
۱۰۶	۳-۱-۲-۴) روش تخمین داده های تابلویی
۱۰۷	۴-۱-۲-۴) انتخاب مدل مورد استفاده
۱۰۸	۵-۱-۲-۴) آزمون هاسمن
۱۰۹	۶-۱-۲-۴) مانا یا نامانا بودن متغیرها
۱۱۰	۷-۱-۲-۴) آزمون ریشه واحد
۱۱۲	۳-۴) مبانی اقتصاد سنجی روش برآورد تعمیم یافته گشتاورها
۱۱۳	۱-۳-۴) استخراج تخمین زن GMM
۱۱۴	۴-۴) برآورد مدل
۱۱۵	۱-۴-۴) برآورد کشش
۱۱۶	۲-۴-۴) برآورد قیمت سایه
۱۱۸	۳-۴-۴) برآورد هزینه واحد
۱۲۰	جمع بندی
	منابع فصل چهارم
	فصل پنجم: جمع بندی و نتیجه گیری
۱۲۴	مقدمه

۱۲۴

۵-۱) جمع بندی و نتیجه گیری

۱۲۷

۵-۲) ارائه پیشنهادات و توصیه های مهم سیاسی

چکیده:

در این پژوهش با استفاده از شیوه های جدید قیمت گذاری های بهینه در تحقیقات اخیر و مدل مطرح شده در فصل چهارم به بررسی قیمت گذاری بهینه پویای برق در بازار صنعت برق (مطالعه موردی شرکت برق منطقه ای تهران) پرداخته شده است. بدین منظور با استفاده از اطلاعات و آمار قیمت های سوخت، مقادیر فروش و قیمت برق شرکت برق تهران و برخی نیروگاه های برق در یک دوره ی زمانی معین و با بهره گیری از تکنیک های اقتصاد سنجی پنل دیتا و روش گشتاورهای تعمیم یافته، پارامترهای مدل تخمین زده شد. در واقع، این تحقیق با استفاده از تکنیک های اقتصاد سنجی و تخمین های رگرسیونی اجازه تغییر به پارامترها و کشش های تخمینی برای مقاطع مورد بررسی را داده و با تامین شرط پویایی روند قیمت های بهینه ساعتی را به صورت متوسط در دوره ی مورد نظر با روند قیمت های حاصل از روش های ایستای فعلی مقایسه کرده و به آزمون فرضیه تحقیق یعنی تفاوت قیمت های پویا با قیمت های مرسوم ایستا پرداخته است. نتایج مبین این نکته است که قیمت های پویا نسبت به قیمت ایستا مقادیر بیشتری را نشان می دهند. با توجه به اینکه حداکثر سود بنگاه در طی افق برنامه ریزی، هدف عمده انحصارگران است؛ با اتکاء به این روش قیمت گذاری، سود آنها افزایش خواهد یافت و به نقاط بهینه بنگاه، متمایل تر خواهد شد.

واژه های کلیدی: قیمت گذاری بهینه پویا، مسیر قیمت بهینه، اثرات پویایی

فصل اول

کلیات

مقدمه:

با ملاحظه ای سطحی و گذرا بر مسائل مقابل بنگاه های بخش عمومی در ایران در میابیم که یکی از معضلات عمده این بنگاه ها مقوله قیمت گذاری خدمات عمومی است. این مشکل از آن جهت بروز نموده که بخش دولت از بودجه حاضر و آماده بر خوردار بوده که از درآمد نفتی نشات می گرفته است. نوسانات این درآمد نفتی و رسیدن آن در برخی سال های اخیر به پایین ترین حد، رشد جمعیت و انتظارات و... بنگاه های عمومی را با مشکلات جدی بودجه ای مواجه ساخت. این مشکل با آزاد سازی نرخ ارز دو چندان شد زیرا این بنگاه ها بسیاری از نهاده های خود را با قیمت دلار از خارج خریداری می کنند در حالی که به دلیل مشکلات قانونی و یا اجتماعی و برابری قادر نیستند قیمت های خود را متناسب با شرایط سازگار نمایند. مهم تر آن که حتی اگر محدودیت قانونی نمی داشتند باز هم به دلیل عدم آگاهی از قواعد قیمت گذاری دانش لازم برای اعمال آن ها اندک است. دانش اقتصادی مناسب این قدرت را به مسئولین دولتی می دهد تا در بحث های قانونی صلاح متقاعد کننده ای در دست داشته باشند.

از آن زمانی که نیروی برق تولید شد، قیمت گذاری برق یک مسئله بحث بر انگیز بوده است. به یمن دست آوردهای اقتصاد دانان حرفه ای که تا دهه ۱۹۱۰ وارد مباحثات نشده بودند، دو خط استدلال وجود دارد که نگرش مرسوم در رابطه با قیمت گذاری در بخش برق را شکل داده است. یکی مربوط به این حکم بوده است که قیمت گذاری هزینه نهایی (MC)^۱ بر مبنای اصول کارایی اقتصادی بهینه اول است. دیگری مربوط به این مسئله است که اگر یک تاسیسات برق حداکثر کننده سود(به غلط یا درست) از شرایط یک انحصار بر خوردار باشد، نمی توان انتظار داشت که قیمت ها را بر مبنای هزینه نهایی برقرار نماید.

¹- Marginal Cost Pricing

در واقع تحلیل اقتصادی به ما می گوید که تحت شرایط معینی، قیمت گذاری MC شرط لازم برای تخصیص بهینه منابع است که در آن مقوله، بهینگی در این معنا تعریف می گردد که با یک توضیح مواهب اولیه، نتوان وضع یکی را بدون بدتر کردن وضع دیگری بهبود داد. به علاوه نشان داده شده است که هر تعادل قیمت گذاری MC را می توان به وسیله بازارهای رقابت کامل، بنگاه های حداکثر سازنده سود و خانوارهای حداکثر سازنده مطلوبیت، حاصل کرد. بنابراین، اگر انگاره رقابت کامل به وسیله یک انحصار طبیعی مختل گردد (ساختار صنعتی تاسیسات برق مد نظر بودند تا با آن مطابقت داشته باشند) شرایط لازم برای کارایی تنها زمانی برآورده می گردد که ملزم نماییم انحصارگر قیمت های (تسویه کننده بازار) MC را اخذ نماید. این امر توضیح می دهد که چرا قیمت گذاری MC برای برق، اغلب به عنوان یک قاعده تجویز شده برای رفتار بنگاه ارائه می گردد تا یک استراتژی که تاسیسات در انتخاب آن به دنبال سود، کوتاهی نمی کند. به عبارت دیگر، بر حسب سیاست گذاری، تناظری بین قیمت گذاری MC و تنظیم تاسیسات عمومی وجود دارد.

اصولی از جمله پوشش دهی هزینه نیازمند انحراف از قیمت گذاری مبتنی بر MC می باشند و با توجه به این محدودیت که راهبردهای قیمت گذاری غیرخطی موجه نیست، آنگاه راه حل بهینه دوم (تعادل جزئی)، قیمت های خطی رمزی را فرا می خواند. در سال های اخیر در صنعت برق ایران این سبک قیمت گذاری مورد توجه قرار گرفته است و در این مقوله بهینه دوم بدان معناست که بنگاه های عمومی مجموع اضافه رفاه مصرف کننده و تولید کننده را با توجه به قید سر به سری حداکثر می کنند. این معادل حداقل سازی زیان خالص در کارایی ناشی از انحراف از قیمت گذاری MC است ولی در ادامه باید گفت که همه این گونه قیمت گذاری های مرسوم به روش ایستا عمل می کند و یکی از نقائص عمده تئوری قیمت گذاری مرسوم تمرکز آن ها روی دوره کوتاه مدت است که در این رویکرد فرض بر وجود بازار و محیط های ایستاست و جریان آنی سود را به عنوان یک ملاک کلیدی در نظر می گیرند.

یکی از دلایل ناکارایی این تئوری ها در جهان واقع این حقیقت است که مدیران و سیاست گذاران بر این حقیقت واقفند که بازار و محیط های تولید آنها با گذر زمان متحول می شوند و به همین دلیل در پی قواعد قیمت گذاری هستند که عملکرد بهتری را در بلند مدت نشان دهد. روش های پویا اجازه دسته بندی و اتخاذ استراتژی قیمتی بهینه در شرایط اعمال هر گونه محدودیت تولیدی و بازاری را فراهم می کند.

۱- بیان مساله:

قیمت گذاری کالا و خدمات عمومی از جمله برق، همواره یکی از موضوعات بسیار حساس و مهم در تصمیمات سیاستی یک کشور به شمار می رود قیمت گذاری برق نیز همانند دیگر کالاهای عمومی، یکی از موضوعات مهم در چارچوب سیاست گذاری های اقتصادی یک کشور مطرح می باشد. برق در اقتصادهای نوین و پیشرفته نقش حیاتی دارد و در برنامه توسعه اقتصادی، بیشتر کشورها آن را به عنوان یک بخش کلیدی و مهم در نظر می گیرند.

در کشورهایی که دارای اقتصاد مبتنی بر بازار آزاد نبوده و بسیاری از تصمیمات اقتصادی و خصوصا قیمت گذاری کالاها و خدمات به صورت متمرکز و بر اساس توصیه های سیاست گذاران و در چارچوب ویژگی های خاص مدیریتی، تعیین می گردد. انتخاب الگوی مناسب قیمت گذاری و چگونگی اعمال آن با توجه به ویژگی های خاص مصرف کنندگان و ویژگی های خاص عرضه و ساختار بازار کالای مورد نظر، از اهمیت زیادی برخوردار است. به لحاظ اهمیت صنعت برق در توسعه اقتصادی و ماهیت ساختاری آن تا سال های اخیر، این بخش عمده دولتی بوده و برنامه ریزی تولید و قیمت گذاری برق توسط دولت انجام می گرفته است. در سال های اخیر، از اوایل دهه ۱۳۶۰ که سیاست غالب بر مبنای انتقال از مالکیت دولتی به آزادسازی اقتصادی در کشورهای در حال توسعه (از جمله ایران) بوده، صنعت برق را تحت تاثیر قرار داده است^۱ به همین دلیل باید

^۱- امامی میبیدی، علی، مجله برنامه بودجه شماره ۳۷ ص ۵۶-۳۷

در روش قیمت گذاری این صنعت باتوجه به ویژگی های مالکیت بخش خصوصی تغییراتی را لحاظ کرد. باتوجه به این که بخش خصوصی تمایل دارد که از حداکثر سود بهره مند شود.

در مباحث مرسوم اقتصادی و نیز محاسبه قیمت برق انجام شده در داخل کشور با بررسی MC و روش رمزی، قیمت بهینه در یک زمان مشخص و به طور ایستا محاسبه شده است. اما باید توجه داشت که این قیمت با دادن علائم قیمتی، درگام های بعدی، مجددا تقاضا را تحت تاثیر قرار داده، بر سود بنگاه موثر می باشد. به عنوان مثال، اگر قیمت بیش از حد بالا باشد، در دوره بعد، مصرف کنندگان با جانشین کردن سایر انرژی ها و منابع (خودزئراتوری)، تقاضا را کم می کنند و لذا سود در دوره بعد، تحت تاثیر قرار می گیرد. لذا مسئله، حداکثر سازی سود در کل دوره برنامه ریزی با درنظر گرفتن این فعل و انفعالات در محیطی پویا می باشد.

در نتیجه هنگامی که تصمیم های اتخاذ شده فعلی روی سودهای آینده تاثیر می گذارند، اتخاذ تصمیمات قیمتی، با حضور این اثرات پویا در بازار بسیار پیچیده تر می شوند و یک بنگاه آینده نگر که در یک بازار پویا فعالیت می کند، باید توجه خاصی به بررسی رسمی راهبرد های قیمت گذاری خود داشته باشد.

۱-۲- فرضیه ها و سوال تحقیق

سوال تحقیق

- مدل قیمت گذاری بهینه پویا در این مطالعات (شرکت برق منطقه ای تهران) کدام است؟

فرضیه تحقیق

- تکنیک قیمت گذاری بهینه پویا قیمتی متفاوت از روش های قیمت گذاری مرسوم ایستای فعلی

می دهد.

۱-۳-اهداف تحقیق

۱- ارایه الگویی جهت قیمت گذاری بهینه برق تحت شرایط پویا بادر نظرگرفتن فعل و انفعالات قیمت و

تقاضا

۲- محاسبه قیمت بهینه پویا طبق الگوی فوق برای شرکت برق منطقه ای تهران

۱-۴- روش شناسی

نوع روش تحقیق

● توصیفی ● همبستگی ● تجربی ● تاریخی ● علی و...

۱-۵- روش های گردآوری اطلاعات و داده ها

استفاده از آمار شرکت برق منطقه ای تهران، استفاده از داده های سود و زیان، و هزینه ها و فروش ۱۶

نیروگاه برق کشور

۱-۶-جامعه آماری، روش نمونه گیری و حجم نمونه

مقادیر مصرف و قیمت سه سال به صورت روزانه و ساعتی

مقادیر هزینه و فروش ۱۱ سال ۱۶ نیروگاه (آذربایجان، اصفهان، باختران، تهران، خراسان، خوزستان، زنجان،

سمنان، غرب، فارس، کرمان، گیلان، مازندران، هرمزگان، یزد

۱-۷- روش تجزیه و تحلیل داده ها

روش های اقتصادسنجی و تکنیک های پنل دیتا، برآورد تعمیم یافته گشتاورها (GMM)

۱-۸- تعریف مفاهیم و واژگان اختصاصی طرح

- قیمت گذاری بهینه پویا (Dynamic optimal pricing): قیمت گذاری بهینه در طی زمان
- مسیر قیمت بهینه (Optimal price path): عبارتست از مسیر قیمت های بهینه که در طی زمان به دست می آید.
- اثرات پویایی (Dynamic effects): عبارتست از اثرات پویا که شامل پویایی های طرف تقاضا (اثر اشباع یا انتشار بازار) و یا هزینه (اثر منحنی حاصل از کسب تجربه) می باشد.

۱-۹- مشکلات و تنگناهای احتمالی

- فقدان تحقیقات و مطالعات مربوط در این زمینه
- عدم دسترسی به آمار و اطلاعات و مشکلات دست یابی به آمارها

فصل دوم

مبانی نظری

مقدمه:

موضوع طراحی و تنظیم نرخ های برق در مقایسه با سایر فعالیت های تولیدی و خدمات اجتماعی یکی از پیچیده ترین و بحث انگیز ترین مباحث در حیطه قیمت گذاری در هر کشور می باشد.

عوامل و متغیر های گوناگونی که در مسائل فنی و اقتصادی تولید و عرضه و مصرف برق وجود دارد، موضوع نرخ گذاری در صنعت برق را چنان در یک فرآیند پر پیچ و خمی قرار داده که نتیجه آن ارائه نظریات بسیار فراوان و گاه متناقضی است که هم اکنون در ادبیات اقتصاد برق به فراوانی در کتب مختلف ملاحظه می شود.

ارائه تئوری ها و نظریات مختلف در این رابطه یکی از مقولاتی است که ظرف نیمه دوم قرن بیستم به بعد همواره مورد توجه کارشناسان و محققین اقتصاد برق کشورهای جهان بوده و هر روزه با توجه به شرایط گوناگونی که بر اقتصاد کشورهای مختلف حاکم است، این نظریات با تغییراتی متناسب با خصوصیات تولید و مصرف برق در هر کشور پایه طراحی نرخ های برق قرار می گیرد.

در این تحقیق تلاش شده است تا با کمک تکنیک های اقتصاد سنجی به ارائه الگویی جهت قیمت گذاری بهینه برق تحت شرایط پویا با در نظر گرفتن فعل و انفعالات قیمت و تقاضا و محاسبه قیمت پویا طبق الگوی پویا برای شرکت برق منطقه ای تهران پردازیم.

۱-۲- بهینه یابی^۱

بهینه یابی در تحلیل ها و مباحث اقتصادی از جمله موضوعات برجسته است و بدین منظور روش های کلاسیک حساب دیفرانسیل و انتگرال برای پیدا کردن حداقل و حداکثرها چه به صورت آزاد و چه مقید در حیطه ابزار

^۱ - optimization

روزانه اقتصاددانان و در بیشتر تکنیک‌های جدید و پیشرفته برنامه‌ریزی ریاضی از جایگاه ویژه‌ای برخوردار است. گرچه این ابزارها کارا هستند ولی فقط در مورد مسائل بهینه‌یابی در حالت ایستا کاربرد دارند و جواب حاصل در این گونه مسائل غالباً یک مقدار بهینه منفرد به ازای هر متغیر انتخابی است مثل سطح بهینه محصول در یک زمان محدود (یک هفته و ...) یا قیمت بهینه قابل پرداخت برای یک محصول در این شرایط لازم نیست که عملیات را برای یافتن جواب‌ها تکرار کنیم.

در مقابل در مسائل بهینه‌یابی پویا سوال مطرح این است که مقدار بهینه متغیر انتخابی برای هر دوره زمانی در طول دوره برنامه‌ریزی (حالت زمان گسسته) یا در هر نقطه از یک فاصله زمانی معین مثلاً $[0, T]$ در حالت زمانی پیوسته، چقدر است. در این صورت امکان یک افق برنامه‌ریزی نامحدود نیز وجود دارد. به طوری که فاصله زمانی مربوطه از صفر تا بی‌نهایت است. یعنی $(0, \infty)$

جواب مسئله بهینه‌یابی پویا برای هر متغیر انتخابی به شکل یک مسیر زمانی بهینه خواهد بود که بهترین مقدار این متغیر را برای روزهای گذشته و آتی تا پایان افق برنامه‌ریزی مشخص می‌کند.

گرچه بهینه‌یابی پویا عمدتاً به صورت دنباله‌ای از زمان پدیدار می‌گردد ولی این امکان نیز هست که افق برنامه‌ریزی مربوط به صورت دنباله‌ای از مراحل یک فرآیند اقتصادی نیز در نظر گرفته شود در این حالت بهینه‌یابی پویا به عنوان مسئله تصمیم‌گیری چند مرحله‌ای در نظر گرفته خواهد شد. ولی ویژگی خاص آن در این نکته است که پاسخ بهینه چندین مقدار یعنی بیش از یک مقدار را برای متغیر انتخاب ارائه می‌دهد. (چیانگ، ۳، ۱۳۸۷).

۲-۱-۱- روش‌های مختلف در رابطه با حل مسائل بهینه‌یابی پویا^۱

^۱-Dynamic optimization

در رابطه با حل مسائل پویا سه روش اصلی وجود دارد که در این جا به توضیح مختصر در رابطه با هر یک از این روش‌ها در حد حوصله این تحقیق می‌پردازیم.

این سه روش عبارتند از روش حساب تغییرات^۱، نظریه کنترل بهینه^۲ که روش جدیدتر و تعمیم بهتری از روش حساب تغییرات است و روش برنامه‌ریزی پویا^۳ (چیانگ، ۱۷، ۱۳۸۷).

۲-۱-۱-۱- حساب تغییرات

در اواخر قرن هفدهم حساب تغییرات یک روش کلاسیک برای حل مسائل بوده است. یکی از قدیمی‌ترین مسائلی که در این موضوع مطرح شد و توسط اسحاق نیوتن حل شد تعیین شکل سطح دورانی است که در هنگام چرخش حول یک وسیله مقاوم کمترین مقاومت را نشان می‌دهد (سطح دورانی با حداقل مساحت). سایر ریاضی‌دانان آن زمان نیز از جمله جان و جیمز برنولی نیز مسائل مشابهی را مطرح کردند. این مسائل را می‌توان به صورت فرمول کلی زیر ارائه کرد. تابعی (۱-۲) را با توجه به محدودیت‌های زیر حد اکثر یا حداقل کنید. A و T و Z معلوم هستند (A نقطه ی شروع، B نقطه ی پایان)

$$v[y] = \left[\int_0^T F(t, y(t), y'(t)) \right] \quad (1-2)$$

$$y(0) = A \quad Y(t) = Z$$

مسائل حداکثر و حداقل کردن در شرایط مرتبه دوم با هم فرق دارند اما در شرایط مرتبه اول مثل هم هستند. کار حساب تغییرات انتخاب مسیری از میان مجموعه‌ای از مسیرها (یا راه‌های) قابل قبول y است که بهترین مقدار را نتیجه می‌دهد.

¹-Calculus at variations

²-Optimal control Theory

³-Dynamic programming

از آن جا که حساب تغییرات بر روش‌های کلاسیک محاسبه متنی است و مستلزم استفاده از مشتقات مرتبه اول و مرتبه دوم است باید مجموعه مسیرهای قابل قبول را به منحنی‌های پیوسته که دارای مشتقات پیوسته هستند محدود کنیم. یک مسیر هموار y که یک اکستریم $v[y]$ را نتیجه می‌دهد یک اکستریمال نامیده می‌شود.

دو رابطه با تعیین اکستریم $v[y]$ ، اکستریم مطلق پایین مدنظر می‌باشد.

از آن جا که حساب تغییرات به روش‌های محاسبه کلاسیک متنی است می‌تواند به طور مستقیم تنها در مورد مقدار بهینه (اکستریمال) نسبی بحث کند.

یعنی یک اکستریمال تنها در قیاس با مسیرهای واقع در همسایگی بلافصل خود یک مقدار حدی را نتیجه می‌دهد. (چیانگ، ۱۳۸۷: ۴۳).

۲-۱-۱-۲- نظریه کنترل بهینه

مطالعه مستمر مسائل تغییرات به ارائه روش جدیدتر نظریه کنترل بهینه انجامید. در این نظریه مسائل بهینه‌یابی پویا دارای ۳ نوع متغیر (به جای دوتا) هستند. علاوه بر متغیر زمان t و متغیر وضعیت $y(t)$ ، متغیر کنترل $u(t)$ نیز مورد توجه قرار می‌گیرد. و در واقع همین متغیر سوم است که عنوان کنترل را به این گونه مسائل داده است و در این روش جدید حل مسائل بهینه‌یابی پویا نقش اساسی دارد.

جهت تمرکز بر متغیر کنترل لازم است که متغیر وضعیت را به موقعیت و مرتبه ثانویه تنزیل دهیم.

این تنها زمانی قابل قبول است که تصمیم در مورد یک مسیر کنترل $u(t)$ وقتی که موقعیت اولیه y معلوم باشد به طور مشخص مسیر یک متغیر وضعیت $y(t)$ را به عنوان یک نتیجه فرعی تعیین نماید.

بنابراین یک مسئله کنترل بهینه باید معادله‌ای را در راستای ارتباط y به u در برداشته باشد.

$$\frac{dy}{dt} = f[t, y(t), u(t)] \quad (2-2)$$

چنین معادله‌ای را معادله حرکت (انتقال یا وضعیت) می‌نامند و بیانگر این مطلب است که در هر لحظه از زمان و با فرض معلوم بودن متغیر وضعیت u انتخابی توسط برنامه‌ریز متغیر وضعیت، y را در طول زمان متأثر می‌سازد.

هنگامی که به مسیر بهینه متغیر کنترل $u(t)$ دست یابیم معادله حرکت این امکان را برآورده می‌سازد که مسیر بهینه متغیر در وضعیت مربوطه $y(t)$ را ایجاد کند.

مسائل کنترل بهینه در تناظر با مسئله حساب تغییرات عبارت است از حداکثر یا حداقل کردن تابعی.

$$v[u] = \int_0^T F[t, y(t), u(t)] dt \quad (3-2)$$

$$y' = f[t, y(t), u(t)]$$

با توجه به محدودیت‌های (A و T و Z معلوم‌اند).

$$y(0)=A$$

$$y(t)=Z$$

نکته حائز اهمیت در این معادله این است که نه تنها تابعی هدف شامل u به عنوان یک متغیر مستقل است بلکه از $v[y]$ به $v[u]$ تغییر یافته است. و به این معناست که حالا u ابزار نهایی بهینه‌یابی است.

و با تمام این توضیحات مسئله کنترل خصوصاً با مسئله حساب تغییرات معادله (۱-۲) مربوط می‌شود در حقیقت با لحاظ $u[t]$ به جای $y(t)$ در تابع داخل انتگرال (۱-۲) و اتخاذ معادله دیفرانسیل $y'(t) = u(t)$ به عنوان معادله حرکت فوراً به معادله (۳-۲) می‌رسیم.