فهرست

فهرست شکل ها ج

فهرست جدول ها خ

چکیده فارسی د

چکیده انگلیسی ذ

فصل اول – مقدمه ۱

۱- ۱ مقدمه ۲

۱- ۲ مروری بر کارهای انجام شده ۳

فصل دوم – FGM و روابط حاکم بر مواد مرکب ۴

۲- ۱ مقدمه ۵

۲- ۲ تاریخچه پیدایش مواد FGM ۶

۲- ۳ فرآیندهای تولید مواد FGM ۸

۲- ۴ کاربرد مواد FGM ۹

۲- ۵ نوع پراکندگی ساختار ۱۰

۲- ۶ تغییرات آرام بر خلاف ساختارهای لایه های مستقیم ۱۱

۲- ۷ معادلات ساختاری مواد FGM ۱۳

۲- ۷- ۱ کلیات ۱۳

۲- ۷- ۲ قوانین مخلوطها در FGM ۱۴

۲- ۷- ۳ روش تغییر متغیر در FGM ها ۱۶

۲- ۷- ۴ روش های میکرو مکانیکی ۱۷

۲- ۷- ۴- ۱ روش های استاندارد ۱۷

۲- ۷- ۴- ۲ روشهایی با درجات بالاتر ۱۹

۲- ۷- ۴- ۳ حل های عددی ۲۰

۲- ۷- ۴- ۴ روش های تجربی ۲۰

۲- ۷- ۵ تکنیکهای منطق فازی ۲۲

۲- ۸ روابط کسر حجمی ۲۳

۲- ۹ خصوصیات موثر مواد ۲۴

۲- ۱۰ رفتار ماکرومکانیکی مواد FGM ۲۶

۲- ۱۰- ۱ رفتار ماکرومکانیکی یک ماده مرکب چند لایه ۲۶

۲- ۱۰- ۱- ۱ تنش و کرنش مربوط به مواد غیر ایزوتروپ ۲۷
۲- ۱۰- ۱- ۲ روابط تنش و کرنش برای یک لایه در جهت های اختیاری ۲۹
۲- ۱۰- ۱- ۳ تغییرات تنش – کرنش در یک چند لایه ۳۰
۲- ۱۰- ۱- ۴ نیروها و مـ ـت ـنتجه در چند لایه ۳۱
۲- ۱۰- ۲ روابط تنش و کرنش مواد FGM ۳۳
۲- ۱۰- ۲- ۱ خواص مؤثر ۳۳
۲- ۱۰- ۲- ۲ نیروها و ممان های منتجه در یک FGM ۳۵
فصل سوم – پیزوالکتریک **۳۶**
۳- ۱ تاریخچه پیزوالکتریسیته ۳۷
۳- ۲ اصل قطبیت الکتریکی ۳۹
۳- ۲- ۱ کریستال دو یونی ۴۰
۳- ۳ سرامیکهای فروالکتریک ۴۳
۳- ۴ ناخالص سازی اثر در PZT ۴۷
۳- ۵ پلیمرها ۴۸
فصل چهارم – معادلات حاکم **۵۰**
۴- ۱ معادلات اساسی ۵۱
فصل پنجم – نتایج **۵۷**
۵- ۱ نتایج مدلسازی عددی با نرم افزار MATLAB ۵۸
۵- ۲ نتایج مدلسازی المان محدود با نرم افزار ANSYS ۶۵
۵- ۲- ۱ مدلسازی ۶۵
۵- ۲- ۲ نتایج نرم افزار ANSYS ۶۶
۵- ۲- ۳ کانتورهای جابجایی نمونه ۶۷
۵- ۳ مقایسه نتایج دو روش ۶۷
۵- ۴ بررسی راستی آزمایی ۶۹
۵- ۵ بررسی و نتیجه ۷۱
۵- ۶ پیشنهاد برای ادامه کار ۷۱

منابع **۷۳**

پیوست **۷۶**

الگوریتم و فلوچارت کد برنامه MATLAB ۷۷

مولفه های ماتریس K و KG ۷۸

فهرست شکل ها

شکل (۲-۱) مثالهایی از ریز ساختارهای با تغییرات تدریجی متفاوت با روشهای ساخت مختلف ۹
شکل (۲-۲) شماتیک تغییرات ریز ساختاری که در یک ماده دو فازی، به صورت افزایش کسر حجمی فاز دوم، رخ می دهد ۱۱
شکل (۲-۳) تفاوت بین ریز ساختار لایه ای و یک ریز ساختار با تغییرات پیوسته ۱۲
شکل (۲-۴) نمودار تنش و کرنش برای مواد FGM بر طبق قانون مخلوط ها ۲۲
شکل (۲-۵) تغییرات کسر حجمی f_c برای پوسته تک لایه با موقعیت شعاعی z در جهت ضخامت پوسته ۲۴
شکل (۲-۶) لایه های تشکیل دهنده یک چند لایه ۲۶
شکل (۲-۷) شکل یک چند لایه با N لایه مختلف ۳۲
شکل (۳-۱) اصول قطبیت ۳۹
شکل (۳-۲) ساختار کریستال cds ۴۰
شکل (۳-۲) تغییر کرنش مرتبط با جهت گیری قطبیت ۴۴
شکل (۳-۳) میدان الکتریکی بر حسب کرنش PZT ۴۵
شکل (۳-۴) ساختار پروسکیت در PZT ۴۶
شکل (۳-۵) اثر دو قطبی ۴۷
شکل (۳-۶) PVDF یک جهته و دو جهته ۴۹
شکل (۵-۱) منحنی نمایش تغییرات مدول یانگ FGM قانون توانی در جهت ضخامت ۵۸
شکل (۵-۲) منحنی‌های کمانش پوسته استوانه‌ای FGM بدون سختی پیزوالکتریک، برای شاخص‌های حجمی مختلف (V=۰, R=۰.۱ h=۰.۰۰۱,) ۵۹
شکل (۵-۳) منحنی‌های کمانش پوسته استوانه‌ای FGM با سختی پیزوالکتریک، برای شاخص‌های حجمی مختلف (V=۰, R=۰.۱ h=۰.۰۰۱,) ۶۰
شکل (۵-۴) منحنی‌های کمانش پوسته استوانه‌ای FGM با سختی پیزوالکتریک ، برای شاخص‌های حجمی مختلف و ولتاژ مختلف , R=۰.۱ N=۰, h=۰.۰۰۱) ۶۰
شکل(۵-۵) بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای FGM (L/R=۱, h/R=۰.۰۱, R=۰.۱) ۶۲
شکل (۵-۶) بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای FGM با در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک (L/R=۱, h/R=۰.۰۱, R=۰.۱, h_{Piezo}=۰.۰۰۱) ۶۲
شکل (۵-۷) اثر ضخامت پوسته استوانه‌ای FGM بر روی بار بحرانی کمانش بدون در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک (V=۰, L/R=۱, R=۰.۱,h_{Piezo}=۰.۰۰۱) ۶۳
شکل (۵-۸) مقایسه اثر ضخامت پوسته استوانه‌ای FGM بر روی بار بحرانی کمانش بدون در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک و اعمال ولتاژ ۲e۶ و ۲e۶- و ۰ ولت بر لایه‌های پیزوالکتریک (L/R=۱, R=۰.۱,h_{Piezo}=۰.۰۰۱) ۶۳
شکل (۵-۹) اثر ضخامت پوسته استوانه‌ای FGM بر روی بار بحرانی کمانش با در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک (V=۰, L/R=۱, R=۰.۱,h_{Piezo}=۰.۰۰۱) ۶۴
شکل (۵-۱۰) مقایسه اثر ضخامت پوسته استوانه‌ای FGM بر روی بار بحرانی کمانش با در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک و اعمال ولتاژ ۲e۶ و ۲e۶- و ۰ ولت بر لایه‌های پیزوالکتریک (L/R=۱, R=۰.۱,h_{Piezo}=۰.۰۰۱) ۶۴
شکل (۲-۳) و (۵-۱۱) ساختار لایه ای و ساختار با تغییرات پیوسته ۶۵

شکل (۵-۱۲) نحوه المان بندی پوسته استوانه ای در نرم افزار ANSYS ۶۶
شکل (۵-۱۳) جابجایی استوانه تحت بار بحرانی ۶۷
شکل (۵-۱۴) نتایج حاصل از نرم افزار ANSYS ۶۸
شکل (۵-۱۵) مقایسه نتایج حاصل از نرم افزار ANSYS و نرم افزار MATLAB ۶۸
شکل (۵-۱۶) نمودار جابجایی بی بعد بر حسب زمان ۷۱

فهرست جدول ها

جدول (۳-۱) مشخصات PZT و PVDF ۵۰
جدول(۵-۱) مشخصات مواد تشکیل دهنده صفحه FGM ح ۵۸
جدول(۵-۲) بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای FGM ($L/R=۱, h/R=۰.۰۱, R=۰.۱$) ۶۱
جدول(۵-۳) بار بحرانی کمانش پوسته استوانه‌ای FGM با در نظر گرفتن سفتی پیزوالکتریک
($L/R=۱, h/R=۰.۰۱, R=۰.۱, h_{Piezo}=۰.۰۰۱$) ۶۱
جدول (۵-۴) نتایج حاصل از نرم افزار ANSYS ۶۷
جدول (۵-۵) مقایسه نتایج پژوهش حاضر با مرجع [۲۹] ۷۰

چکیده:

تحلیل پیش کمانش پوسته های استوانه ای FGM هوشمند تحت بار محوری

محمد خالد رفیعی بصیری

در این رساله پیش کمانش پوسته ی استوانه ای FGM جدار نازک که در سطح داخلی و خارجی آن دارای یک لایه نازک پیزوالکتریک می باشد تحت شرایط تکیه گاهی ساده، بررسی گردیده است و بار محوری بحرانی کمانش به دست آمده است. معادلات این پوسته از تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT) استخراج شده است و حل دقیق به وسیه نرم افزار MATLAB انجام شده است. در نهایت نیز مدلسازی المان محدود در نرم افزار ANSYS انجام شده است و نتایج دو روش بررسی و مشاهده گردید که با تقریب بسیار خوبی هم خوانی دارند.

کلید واژه: پیش کمانش، FGM، پیزوالکتریک، پوسته استوانه ای

Abstract:

Pre-Buckling Analysis of Intelligent FGM Cylindrical Shells under Axial Load

Mohammad Khaled Rafiei Basiri

In this research, a simply support- FGM cylindrical thin-walled shell which its internal and external surfaces are covered by a thin layer piezoelectric material, under axial load was studied. This shell's equations were extracted from first order shear deformation theory (FSDT) and the exact solution was done with the help of MATLAB software. Finally the finite element modeling in ANSYS used to obtain Eigen-buckling values and in the end, the result of both methods were compared and we observed that they conform to a very good approximation.

Keywords: Pre-Buckling, FGM, Piezoelectric, Cylindrical Shell

۱- ۱ مقدمه

تحقیقات گسترده با هدف ساخت یک ماده مصنوعی مقاوم در برابر دماهای بالا و شوکهای حرارتی جهت استفاده در بدنه فضاپیماها و نیروگاههای هسته‌ای به شناخت FGM منجر گردیده است. پیش‌بینی می‌گردد با توجه به ویژگی‌های منحصر بفرد این ماده، کاربردهای صنعتی آن در سالهای آتی توسعه یابد. مواد FGM از نظر زیر ساختاری ناهمگن بوده بطوریکه خواص مکانیکی بطور ملایم و پیوسته از یک سطح تا سطح دیگر ماده تغییر می‌کند. نوع رایج این مواد سرامیک- فلز می‌باشد. در این حالت یک سطح از جسم سرامیک بوده و سطح مقابل فلز می‌باشد و خواص مکانیکی در ضخامت جسم از سرامیک به فلز در تغییر است.

ضمناً عبارت سیستم سازه هوشمند به انواع وسیعی از مواد فعال و سیستم‌های سازه‌ای غیرفعال نسبت داده می‌شود. بعنوان مثال، یک سیستم متشکل از یک کامپوزیت (تیر، ورق، پوسته و یا هر شکل بنیادی دیگری) با قطعه‌های پیزوالکتریک تعبیه شده یا چسبانده شده بر روی سطوح سازه و یا حتی لایه‌هایی از مواد فعال در یک سیستم چند لایه می‌باشد.

از طرفی کمانش یکی از انواع ناپایداری هاست که عضوهای تحت فشار سازه ها دچار آن می شوند. بعبارت دیگر این پدیده به تفاوت رفتار فیزیکی یک عضو نازک تحت فشار و کشش تاکید دارد و از نقطه نظر عملی، تعیین بار بحرانی کمانش، مبحثی با اهمیت فوق العاده در طراحی مهندسی محسوب می گردد. در این میان، پوسته ها (و ورقها) از مهمترین موضوعاتی هستند که در سازه ها و عناصر سازه های بزرگ مورد استفاده قرار می گیرند، لذا مطالعه کمانش بر روی این اجزا، توجه بسیاری از محققان را به خود جلب نموده است. در مورد پوسته ها، وقوع کمانش همیشه مترادف با زوال ساختمان آن محسوب نمی گردد و پوسته ها غالباً پس از کمانش نیز قابلیت تحمل بار را خواهند داشت ولی از نظر مهندسی وقوع کمانش مقدمه ای بر زوال پوسته به شمار می آید. در این رساله سعی شده است که با استفاده از تئوری تغییر شکل مرتبه اول (FSDT) به تحلیل کمانش پوسته‌های استوانه‌ای FGM مجهز به لایه‌های عملگر پیزوالکتریک پرداخته شود.

۱-۲ مروری بر کارهای انجام شده

Flugge [۱] کمانش الاستیک پوسته های استوانه ای ایزوتروپیک را تحت انواع بار گذاریها در شرایط دو سر تکیه گاه ساده تحلیل نمود. Tsan san و Whitny [۲] بار بحرانی کمانش را برای نمونه های آزمایشگاهی تیوبهای استوانه ای مرکب، تحت بار پیچشی و محوری در شرایط دو سرگیردار محاسبه کردند.آنها معادلات Flugge را برای مواد مرکب اصلاح کردند و بارهای بحرانی را از روش حل دقیق با استفاده از تبدیل Stoke و نیز روش حل تقریبی بدست آوردند.

Ruter [۳] رفتار پوسته های استوانه ای مرکب را تحت فشار داخل با استفاده از تئوری Donnell [۴] تحلیل نمود. همچنین Yuon [۵] رفتار پوسته های استوانه ای مرکب را تحت فشار داخل با حل معادلات الاستیسیته به کمک تابع تنش Lekhnitskii مورد بررسی قرار داد. Stavsky و Greenberg [۶] کمانش پوسته های استوانه ای مرکب را تحت بار محوری غیر یکنواخت در شرایط دو سر تکیه گاه ساده تحلیل نمودند. Babich و Kilin [۷] تحلیل سه بعدی پایداری را روی پوسته های استوانه ای ارتوتروپیک سه لایه مورد بررسی قرار دادند. Kardomateas [۸] نیز کمانش پوسته های استوانه ای مرکب جداره ضخیم را در وضعیت کرنش مسطح تحت فشار خارجی با استفاده از تحلیل سه بعدی الاستیسیته مورد مطالعه قرار داد. همچنین مطاعاتی در زمینه خمش،کمانش، ارتعاشات آزاد و پایداری پوسته های کامپوزیتی تک لایه و چند لایه با خواص الاسستیک غیر همگن، در میدانهای الکتریکی و گرمایی تحت بار محوری به صورت ضربه ای یا متناوب از جنس FGM با استفاده از تئوریهای متفاوت مانند تئوری لاو، سندرز، فلاگه[۹-۱۰] و . . . و استفاده از حلهایی دقیق و تقریبی انجام شده است. [۱۱-۱۲-۱۳]

۴-۱ معادلات اساسی

یک پوسته استوانه‌ای FGM جدار نازک به طول L، ضخامت h و شعاع متوسط R در اینجا در نظر گرفته شده است. ضمناً سطوح داخلی و خارجی پوسته مفروض با لایه‌های پیزوالکتریک به ضخامت h_{piezo} بطور کامل پوشانده شده است.

مولفه‌های تغییر مکان در جهات x، θ و z به ترتیب با U، V و W بیان می‌شوند. بر اساس تئوری تغییر شکل برشی مرتبه اول (FSDT) میدان جابجایی به صورت ذیل ملحوظ شده است [۱۷]

$$\begin{aligned} U(x,\theta,z,t) &= u(x,\theta,t) + z\psi_x(x,\theta,t) \\ V(x,\theta,z,t) &= v(x,\theta,t) + z\psi_\theta(x,\theta,t) \\ W(x,\theta,z,t) &= w(x,\theta,t) \end{aligned} \qquad (۱-۴)$$

که u، v و w مقادیر جابجایی در صفحه مرجع و ψ_x و ψ_θ دوران حول محورهای x و θ می‌باشند.

ضمناً کرنش‌های پوسته استوانه‌ای نیز عبارتند از [۱۷]

$$\begin{aligned} \varepsilon_x &= \varepsilon_x^0 + z\ k_x \\ \varepsilon_\theta &= \varepsilon_\theta^0 + z\ k_\theta \\ \gamma_{x\theta} &= \gamma_{x\theta}^0 + z\ k_{x\theta} \\ \gamma_{\theta z} &= \gamma_{\theta z}^0 \\ \gamma_{xz} &= \gamma_{xz}^0 \end{aligned} \qquad (۲-۴)$$

که ε_x^0، ε_θ^0 و $\gamma_{x\theta}^0$ کرنش‌های سطح میانی و k_x، k_θ و $k_{x\theta}$ انحناهای سطح میانی و γ_{xz} و $\gamma_{\theta z}$ کرنش‌های برشی می‌باشند که به صورت زیر تعریف شده‌اند [۱۴]

$$\begin{aligned}
&\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u}{\partial x} && k_x = \frac{\partial \psi_x}{\partial x} && \gamma_{xz} = \frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x \\
&\varepsilon_\theta^0 = \frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R} && k_\theta = \frac{1}{R}\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} && \gamma_{\theta z} = \frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} + \psi_\theta \\
&\gamma_{x\theta}^0 = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta} && k_{x\theta} = \frac{\partial \psi_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial \psi_x}{\partial \theta}
\end{aligned} \qquad (۳-۴)$$

رابطه ساختاری برای پوسته استوانه‌ای FGM با در نظر گرفتن اثر پیزوالکتریک به صورت زیر تعریف می‌گردد [۱۴]

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \tau_{xy} \\ \tau_{xz} \\ \tau_{yz} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 & 0 & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & Q_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & Q_{55} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{xz} \\ \gamma_{yz} \end{Bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{32} \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} E_x \\ E_\theta \\ E_z \end{Bmatrix} \qquad (۴-۴)$$

که Q_{ij} سفتی‌های الاستیک لایه FGM بوده که به صورت زیر بدست می‌آیند [۱۴]

$$\begin{aligned}
&Q_{11} = Q_{22} = \frac{E(z)}{1-\upsilon(z)^2} \\
&Q_{12} = \frac{\upsilon(z)E(z)}{1-\upsilon(z)^2} \\
&Q_{44} = Q_{55} = Q_{66} = \frac{E(z)}{2(1+\upsilon(z))}
\end{aligned} \qquad (۵-۴)$$

که مشخصات مکانیکی مواد FGM شامل E ، υ و ..... یصورت زیر بیان می‌گردد [۱۴]

$$\begin{aligned} E(z) &= E_m + E_{cm} V_f(z) \qquad & E_{cm} &= E_c - E_m \\ \upsilon(z) &= \upsilon_m + \upsilon_{cm} V_f(z) \qquad & \upsilon_{cm} &= \upsilon_c - \upsilon_m \end{aligned} \tag{۶-۴}$$

که علائم c و m به ترتیب بیانگر سرامیک و فلز می‌باشند و V_f کسر حجمی قانون توانی است که [۱۴]

$$V_f(z) = \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2}\right)^N \tag{۷-۴}$$

همچنین $[e]$ ، ماتریس ثابت‌های تنش پیزوالکتریک را می‌توان بر حسب ماتریس ثابت‌های کرنش پیزوالکتریک $[d]$ و ماتریس سفتی الاستیک پیزوالکتریک $\left[Q^p\right]$ به طریق زیر بدست آورد [۲۷]

$$e_{31} = d_{31} Q_{11}^p + d_{32} Q_{12}^p \quad , \quad e_{32} = d_{31} Q_{12}^p + d_{32} Q_{22}^p \tag{۸-۴}$$

و $\{E\}$ که بردار الکتریکی می‌باشد و به شکل زیر تعریف نمود

$$\{E\}=\begin{Bmatrix}0\\0\\-\dfrac{v}{h_{piezo}}\end{Bmatrix} \qquad (۹-۴)$$

که v ولتاژ اعمالی به لایه عملگر پیزوالکتریک در راستای ضخامت می‌باشد و h_{Piezo} ضخامت لایه پیزوالکتریک است.

حال با انتگرال گیری از معادله (۴-۴) در راستای ضخامت، شدت نیروها و ممان‌ها برای یک پوسته استوانه‌ای FGM به صورت زیر بدست می آید [۲۴-۲۵]

$$N_{xx}=A_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+A_{12}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{w}{R}\right)+A_{16}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)$$
$$+B_{11}\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+B_{12}\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+B_{16}\left(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_x}{\partial\theta}\right)-2v\left(d_{31}Q_{11}^{p}+d_{32}Q_{12}^{p}\right)$$

$$N_{\theta\theta}=A_{12}\frac{\partial u}{\partial x}+A_{22}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{w}{R}\right)+A_{26}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)$$
$$+B_{12}\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+B_{22}\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+B_{26}\left(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_x}{\partial\theta}\right)-2v\left(d_{31}Q_{12}^{p}+d_{32}Q_{22}^{p}\right)$$

$$N_{x\theta}=A_{16}\frac{\partial u}{\partial x}+A_{26}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{w}{R}\right)+A_{66}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)$$
$$+B_{16}\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+B_{26}\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+B_{66}\left(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_x}{\partial\theta}\right)$$

$$M_{xx}=B_{11}\frac{\partial u}{\partial x}+B_{12}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial\theta}+\frac{w}{R}\right)+B_{16}\left(\frac{\partial v}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial\theta}\right)$$
$$+D_{11}\frac{\partial\psi_x}{\partial x}+D_{12}\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_\theta}{\partial\theta}+D_{16}\left(\frac{\partial\psi_\theta}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial\psi_x}{\partial\theta}\right)$$

$$M_{\theta\theta} = B_{12}\frac{\partial u}{\partial x} + B_{22}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R}\right) + B_{26}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + D_{12}\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + D_{22}\frac{1}{R}\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + D_{26}\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial \psi_x}{\partial \theta}\right)$$

$$M_{x\theta} = B_{16}\frac{\partial u}{\partial x} + B_{26}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial v}{\partial \theta} + \frac{w}{R}\right) + B_{66}\left(\frac{\partial v}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial u}{\partial \theta}\right) + D_{16}\frac{\partial \psi_x}{\partial x} + D_{26}\frac{1}{R}\frac{\partial \psi_\theta}{\partial \theta} + D_{66}\left(\frac{\partial \psi_\theta}{\partial x} + \frac{1}{R}\frac{\partial \psi_x}{\partial \theta}\right)$$

$$Q_{xx} = A_{55}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x\right) + A_{45}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} + \psi_\theta\right)$$

$$Q_{xx} = A_{45}\left(\frac{\partial w}{\partial x} + \psi_x\right) + A_{44}\left(\frac{1}{R}\frac{\partial w}{\partial \theta} - \frac{v}{R} + \psi_\theta\right)$$

(۱۰-۴)

و سفتی‌های پوسته استوانه‌ای FGM به صورت زیر حاصل می‌گردد

$$A_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(Q_{ij}\right)_{FGM} dz$$
$$B_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(Q_{ij}\right)_{FGM} z\,dz \qquad (۱۱-۴)$$
$$D_{ij} = \int_{-\frac{h}{2}}^{\frac{h}{2}} \left(Q_{ij}\right)_{FGM} z^2 dz$$

معادلات حاکم بر پوسته استوانه‌ای FGM بر حسب نیروها و ممان‌های منتجه شامل اثرات برش‌های عرضی و ترم‌های اینرسی دورانی به صورت زیر بیان می‌شوند

$$\begin{aligned}
&\frac{\partial N_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial \theta}=0\\
&\frac{\partial N_{x\theta}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial N_{\theta\theta}}{\partial \theta}+\frac{Q_{\theta\theta}}{R}=0\\
&\frac{\partial Q_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial Q_{\theta\theta}}{\partial \theta}-\frac{N_{\theta\theta}}{R}-\bar{N}_x\frac{\partial^2 w}{\partial x^2}=0\\
&\frac{\partial M_{xx}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial \theta}-Q_{xx}=0\\
&\frac{\partial M_{x\theta}}{\partial x}+\frac{1}{R}\frac{\partial M_{\theta\theta}}{\partial \theta}+Q_{\theta\theta}=0
\end{aligned} \qquad (۱۲-۴)$$

که $\bar{N}_x$ بیانگر بار محوری می‌باشد.

توابع جابجایی برای پوسته استوانه‌ای با شرایط تکیه‌گاهی ساده به صورت زیر تعریف می‌گردند [۱۴-۲۶-۲۷]

$$\begin{aligned}
u &= A_{nm}\cos(n\theta)\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\\
v &= B_{nm}\sin(n\theta)\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\\
w &= C_{nm}\cos(n\theta)\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\\
\psi_x &= D_{nm}\cos(n\theta)\cos\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\\
\psi_\theta &= E_{nm}\sin(n\theta)\sin\left(\frac{m\pi x}{L}\right)\quad ,\quad n,m=1,2\ldots
\end{aligned} \qquad (۱۳-۴)$$

با جایگزاری معادلات (۴-۱۰) در معالات پوسته استوانه‌ای FGM (۴-۱۲) و سپس با قرار دادن روابط جابجایی (۴-۱۳) در نتیجه بدست آمده، رابطه ماتریسی زیر حاصل می‌گردد، [۲۷-۲۸]

$$\left([K]+\bar{N}_x\left[K_g\right]\right)\{X\}=\{0\} \qquad (۱۴-۴)$$

که $[K]$ ماتریس سفتی و $\left[K_g\right]$ ماتریس ضرایب بار می‌باشند و با دترمینان گرفتن از رابطه (۴-۱۴) بار بحرانی کمانش بدست می‌آید.

۲-۱ مقدمه

مواد FGM مواد کامپوزیتی هستند که از دیدگاه میکروسکوپی غیر همگن بوده و خصوصیات مکانیکی آن به طور محسوس و پیوسته از یک سطح به سطح دیگر تغییر می کنند. این امر با تغییر در ترکیب ماده FGM رخ می دهد که این امر نیز از تغییر پیوسته در کسر حجمی مواد تشکیل دهنده ترکیب ناشی می گردد [۱].

در کاربرد های صنعتی، بسیاری از اجزای ساختاری با شرایط خاصی روبرو می شوند که موادی خاص با نقش و عملکرد متغیر با مکان ذرات تشکیل دهنده داخل جزء را می طلبد. انتقال ناگهانی در ترکیب و خواص مواد در داخل یک جز، چه تنش داخلی باشد و چه به صورت خارجی اعمال گردد، اغلب به تمرکز تنش های محلی و تشدید تنش منجر می شود. با داشتن این نکته که در صورتی که انتقال گرما از یک ماده به ماده دیگر تدریجی باشد، تمرکز تنش ها به میزان زیادی کاهش می یابد، این ملاحضات از ارکان اساسی در منطق پیدایش مواد FGM هستند.

به بیان واضح تر، مواد FGM برای ایجاد اجزایی با خاصیت تغییرات یا انتقال های تدریجی در میکروساختارها و یا ترکیبات ساخته شده مهندسی، به کاربرده می شود. آشناترین ماده FGM، یک ساختار با تغییرات تدریجی خواص و عملکرد ها از یک فلز به یک سرامیک می باشد. چنین ماده ای می تواند وظایف ناسازگار با یکدیگر، مثل مقاومت در برابر حرارت و خوردگی و زنگ نزدن سرامیک ها و استحکام بالا و سفتی و قابلیت ماشین کاری فلزات را بدون فراهم آمدن تنش های حرارتی به صورت یکپارچه، دارا باشد. به طور کلی مواد FGM توانایی بهبود خواص ترمودینامیکی یک جزء به روش های مختلف نظیر موارد ذیل را دارا هستند[۱۴] :

۱- اندازه تنش های حرارتی می تواند مینیمم گردد. همچنین نواحی بحرانی که ماکزیمم تنش حرارتی در آن قسمت به وجود می آید می تواند کنترل شود.

۲- شروع تسلیم پلاستیک و شکست برای یک بارگذاری ترمومکانیکی می تواند با تاخیر اتفاق بیافتد.

۳- جلوگیری از تمرکز تنش های شدید در محل تقاطع لبه ها و نقاط تکین.

۴- مقاومت باندهای واسط بین جامدات غیر همگون مانند فلز و سرامیک با کاهش پیوسته ترکیب یا جهت دار کردن تغییر خواص مکانیکی می تواند افزایش پیدا کند.

۵- نیروی پیشران برای رشد ترک می تواند با انتخاب مناسب درجه بندی خواص مکانیکی کاهش یابد.

۶- قرار گیری پوشش سخت روی نمونه فرعی با جنس نرم به وسیله درجه بندی پیوسته خواص مکانیکی و جهت دار کردن تغییر خواص مواد می تواند آسان تر شود.

۷- درجه بندی ترکیب در لایه های سطح می تواند میدان های تکین ناشی از بریدگی ها و فرو رفتگی های نوک تیز را از بین برده و مشخصه های تغییر شکل پلاستیک اطراف فرورفتگی ها را تغییر دهد[۱].

۲-۲ - تاریخچه پیدایش مواد FGM

ایده اصلی پیدایش این نوع مواد مرکب برای اولین بار در سال ۱۹۷۲ توسط Bever و Duwez برای کامپوزیت ها و مواد پلیمری ارائه گردید. برای این منظور، مدلهای مختلفی برای اجزای ترکیب شونده با کاربرد های خاص برای این نوع ساختار های مواد مرکب پیشنهاد شد. با این وجود تا سال ۱۹۸۰ بررسی و تحقیق واقعی پیرامون چگونگی طراحی، ساخت و ارزیابی Graded Structure وجود نداشت. در سال ۱۹۸۵، به منظور افزایش استحکام چسبندگی و کاهش تنش های حرارتی در پوشش های سرامیکی و اتصالات موتور راکت، روش کنترل بافت پیوسته پیشنهاد گردید و پس از اجرا، این نتیجه حاصل گردید که کنترل پیوسته یک خاصیت، می تواند به مفهوم کلی تری جهت دست یابی به خواص و توابع جدید از طریق اعمال تغییرات تدریجی در بافت یا ترکیب آن، مورد استفاده قرار گیرد. در سال ۱۹۸۶، این نوع مواد مرکب Functionally Graded Materiasl نامگذاری گردیده و واژه اختصاری FGM به آن اطلاق گردید و عصر جدیدی برای تحقیقات گسترده

روی این نوع مواد گشوده شد. پیرو مذاکراتی که در سومین همایش بین المللی FGM ها در سال ۱۹۹۴ در لوزان سوئیس برگزار گردیده بود، در سال ۱۹۹۵، تصمیم گرفته شد که نام Functionally Graded Materials برای این مواد ثبت گردد. زیرا از هر دو نظر توصیفی و گرامری دقیق است. از آنجا که FGMها موادی همگن نمی باشند، به منظور تکمیل و دست یابی به اطلاعات جامعتر در خصوص روش های طراحی، مدلسازی، فرایند سازی و ساخت این مواد، در سال ۱۹۸۷ یک برنامه پژوهشی ۵ ساله با عنوان:

Fundamental Studies on the Relaxation of Thermal Stress by Tailoring Graded Structures.

در ژاپن آغاز گردید. توجه عمده برنامه مذکور برای به کارگیری این مواد در دمای بالا برای فضاپیماهای مافوق صوت بود. در این زمینه، یگ گروه دولتی در ژاپن پیش بینی کردند که در گیری شدید ژاپن در تحقیقات فضایی و رشد روز افزون این تحقیقات، باعث می گردد که پیشرفت ژاپن در این زمینه، شدیداً به تولید این مواد جدید وابسته باشد. سه تن از دانشمندان به نامهای Niino و Koizumi و Hirai تحقیقات خود را روی پروژه هواپیمای فضائی آغاز کردند. تحقیقات این سه تن نشان داد که که اجزای سازه های به کاررفته در بدنه هواپیمایی فضایی، تحت بارهای حرارتی بسیار شدید قرار می گیرد و بنابراین در ترکیب و درجه بندی ریزساختارهای سازه های بدنه بایستی به دو مورد توجه زیادی شود [۱].

۱- از مواد موجود و در دسترس، اجزای سازه ای تولید گردند که بهترین استفاده را در اکثریت اهداف صنعتی داشته باشند.

۲- جلوگیری از تمرکز تنش یا کرنش که ناشی از به وجود آمدن سطوح نوک تیز به دلیل جدا بودن مواد مختلف می باشد.

تا سال ۱۹۹۱ برنامه های تحقیقاتی دیگری در راستای این پروژه تحقیقاتی انجام شد. در سال ۱۹۹۳، Koizumi و Miyamoto و Niino و Sasaki توجه خود را روی سیستم های بقاء انرژی معطوف کردند. هدف این برنامه تحقیقاتی دوم استفاده از FGM برای بهینه کردن تبدیل انرژی حرارتی به الکتریسیته بود که در مواد ترموالکتریک و ترمویونیک کاربرد پیدا

می کنند[۱]. FGM ها در اصل برای مینیمم کردن تنش های حرارتی به کار می روند. اهمیت خاص پروژه دوم، دستاورد بزرگی بود که در زمینه بازدهی بالا در بقاء انرژی در محدوده وسیعی از تغییرات درجه حرارت بدست آمده است. در خارج از کشور ژاپن در بین سالهای ۱۹۸۰ تا ۱۹۹۰ و در چند کشور از جمله آلمان، ایالات متحده، چین و روسیه، FGM جزء موضوعات روز تحقیقات بود. در آلمان یک برنامه تحقیقاتی شش ساله از سال ۱۹۹۵ و با مشارکت تعداد زیادی آزمایشگاه طرح ریزی گشت. برنامه شامل چهار شاخص اصلی بود که عبارت بودند از[۲] :

۱. فرآیند تولید FGM براساس ذوب کردن (ریخته گری، صاف کردن، رشد کریستالی).

۲. فرآیند FGM براساس پودر کردن.

۳. مدلسازی ترمومکانیکی.

۴. ساخت مواد زیست پزشکی.

در ایران فعالیت های صورت پذیرفته در این خصوص به مطالعات و تحقیقات دانشگاهی محدود گردیده است که طبق آخرین آمار سازمان صنایع اخیراً اولین واحد تولیدی این مواد با مشارکت بخش دولتی و جهت مصارف نظامی در شهرستان مشهد در حال شکل گیری می باشد.

۲-۳- فرآیندهای تولید مواد FGM

فرآیند و روش های تولید FGM عموماً به دو گروه عمده طبقه بندی شده اند که عبارتند از :

۱- فرآیند ساخت FGM بصورت لایه به لایه که عموما به روش متالوژی پودر می باشد.

۲- فرآیند ساخت FGM بر اساس جریان سیال، نفوذ نمونه های اتمی و هدایت حرارتی.