

# فهرست مطالب

صفحه

عنوان

مقدمه..... ۱

فصل اول: بررسی ممان شکل رویداد در QCD اختلا لی با در نظر گرفتن  
تصحیحات NNLO

۱-۱) QCD و فرآیند  $e^+e^- \rightarrow \text{Hadrons}$ ..... ۳

۱-۱-۱) چارچوب تئوری..... ۳

۱-۱-۲) چارچوب آزمایشگاهی..... ۵

۱-۲) رنگ و طعم برای کوارک..... ۶

۱-۳) لاگرانژی QCD..... ۸

۱-۴) نمودارهای مرتبه بالاتر و بازبهنجارش در QCD..... ۱۳

۱-۵) متغیر شکل رویداد..... ۱۷

۱-۵-۱) تعریف مشاهده پذیرها..... ۱۷

۱-۵-۱-۱) تراست..... ۱۷

۱-۵-۱-۲) جرم جت سنگین..... ۱۹

۱-۵-۱-۳) پهنای نیم کره ( $B_W$  و  $B_T$ )..... ۲۲

۲۳..... NNLO تصحیحات (۶-۱)

۲۵..... NNLO متوسط شکل رویداد در مرتبه ی (۷-۱)

۲۸..... مقیاس بازبهنجارش و تاثیر آن بر ثابت جفت شدگی (۸-۱)

۲۹..... QCD با پیش بینی های JADE و OPAL (۹-۱)

## فصل دوم (نتایج تجربی)

۳۴..... (۱-۲) نتایج برازش به دست آمده از تصحیحات NNLO با میانگین متغیرهای شکل رویداد

۵۲..... (۲-۲) محاسبه خطای تئوری ثابت جفت شدگی

۵۴..... (۳-۲) مقایسه تصحیحات NNLO با NLO در محاسبه مقدار ثابت پیوندی

۵۵..... (۴-۲) بحث و نتیجه گیری

## پیوست ها

۵۷..... پیوست الف : برنامه های کامپیوتری

۶۶..... پیوست ب : مراجع

## چکیده

امروزه QCD اختلالی به عنوان شاخه ای از دانش ذرات بنیادی اهمیت ویژه ای یافته و موضوع برجسته ای برای بسیاری از مقالات و کارهای علمی شده است. همچنین تقریب های NLO و NNLO، تصحیحات اختلالی مهم در بسیاری از تحقیقات می باشند. در این پایان نامه ثابت جفت شدگی قوی را با استفاده از پیش بینی های کرومودینامیک کوانتومی برای متغیر های  $\rho$ ,  $B_W$ ,  $1-T B_T$  تا مرتبه اول و دوم و سوم برای داده های مونت کارلو Monte Carlo و داده های حاصل از آشکار ساز های L3 و DELPHI محاسبه می کنیم. این عمل را ابتدا در تقریب NLO انجام می دهیم و با استفاده از پارامتر های ذکر شده، ثابت جفت شدگی قوی را به ازای مقیاس باز بهنجارش ( $\mu$ ) های گوناگون بدست می آوریم. سپس محاسبات فوق را در تقریب NNLO تا ممان مرتبه سوم تکرار می کنیم. مشاهده می کنیم که با افزایش مرتبه ممان و همچنین با افزایش مرتبه تصحیحات، دقت ثابت جفت شدگی افزایش می یابد. همچنین نتایج ما با نتایج به دست آمده از آزمایشات دیگر و با نظریه QCD همخوانی دارد.

## مقدمه

همچنان که خلق نظام عالم و تکامل آن برای خالق هستی زیباست ، رسیدن به قدرت درک و فهم این نظام برای ما لذت بخش و با شکوه است.

ذرات بنیادی را می توان نوت‌های اصلی جهان آفرینش فرض کرد. زمانی که این نوت ها با انواع نیرو های بنیادی کوک می شوند، سمفونی زیبای جهان آفرینش خلق می شود.

در فیزیک اختر، بزرگترین تلسکوپ ها به دنبال راز کهکشانها در دنیاهای دور (بزرگ) می باشند اما در فیزیک ذرات، ذرات پرشتاب در دنیای دور (کوچک) بدنبال راز موجودات بنیادین می باشند.

آزمایشهایی که دانشمندان ذرات بنیادی در طی سالهای اخیر به آنها روی آورده اند، برخورد ذرات و پراکندگی آنها در انرژی های بالا می باشند.

در فصل اول این پایان نامه ابتدا به اختصار در مورد فرآیند  $e^+e^-$  و بازبهنجارش در QCD صحبت شده است سپس متغیر های شکل رویداد تعریف شده و تصحیحات NNLO مرتبه ۱ و ۲ و ۳ ممان آنها بررسی شده است. نمودار های برازش تئوری QCD با داده های OPAL و JADE نیز در این فصل لحاظ شده است.

در فصل دوم پیش بینی های حاصل از تئوری اختلالی NNLO را با میانگین متغیر های شکل رویداد که از داده های شبیه سازی شده Monte Carlo و آشکار ساز های L3 و DELPHI فراهم شده است مقایسه میکنیم. در ادامه با استفاده از متغیر های شکل رویداد داده های Monte Carlo ، ثابت جفت شدگی QCD اختلالی را به ازای مقادیر متفاوت مقیاس بازبهنجارش ( $\mu$ ) برآورد می کنیم.

# بررسی ممان شکل رویداد در QCD اختلالی با در نظر گرفتن تصحیحات NNLO

در این فصل ابتدا با در نظر گرفتن تصحیحات NNLO و اثرات باز بهنجارش، فرآیند  $e^+e^-$  را بررسی کرده، سپس مشاهده پذیرهای شکل رویداد را تعریف می کنیم و ممان شکل رویداد در مرتبه NNLO را ارائه می دهیم. نمودارهای برآزش تئوری QCD با داده های OPAL و JADE نیز برای ممان مرتبه ۱ و ۲ و ۳ متغیرهای شکل رویداد رسم شده است.

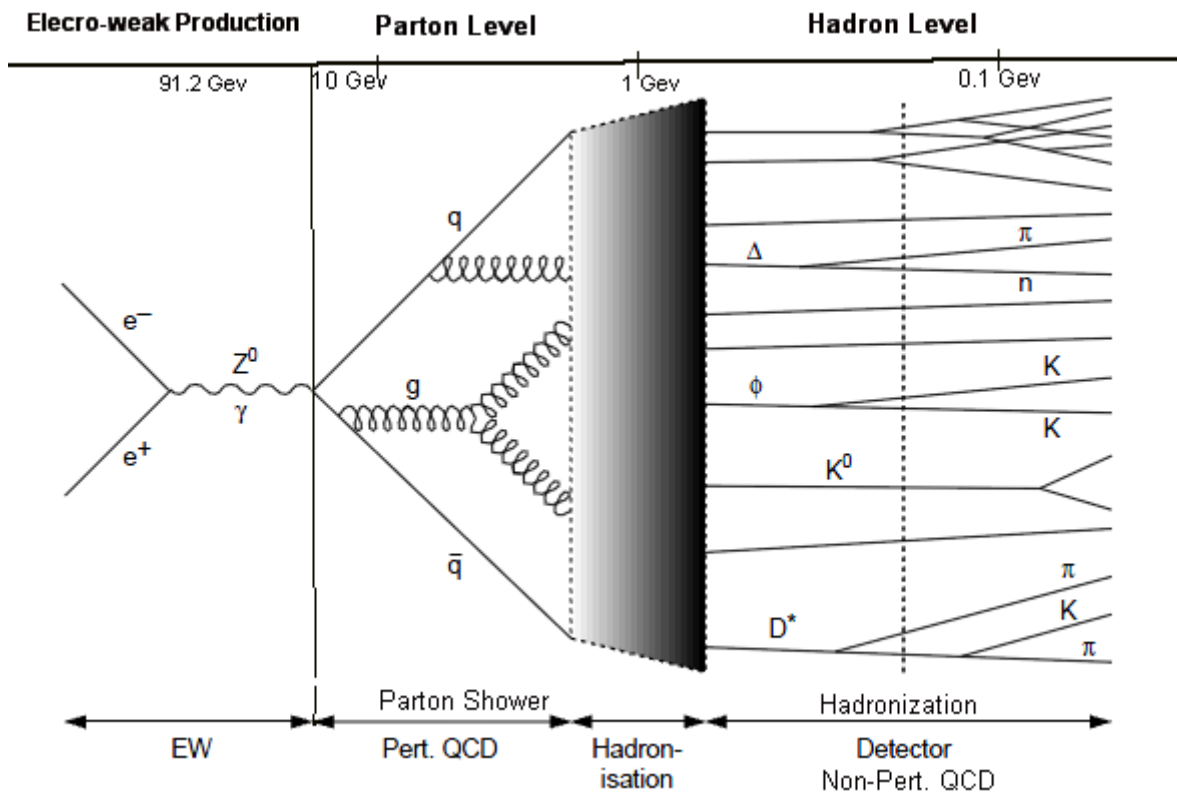
## ۱-۱) QCD و فرآیند $e^-e^+ \rightarrow \text{Hadrons}$ [۱]

### ۱-۱-۱) چارچوب تئوری:

QCD، تئوری پیمانۀ ای است که برای برهم کنش های قوی پیشنهاد شده است. برهم کنش بین کوارک ها و بوزون ها (که به عنوان ذره واسطه برهم کنش های قوی است) توسط این تئوری توصیف می شود.

کوارک ها و گلوئون ها، عدد کوانتومی بار رنگ را با خود حمل می کنند که این عامل بار رنگ باعث جفت شدگی گلوئون ها با هم، و کوارک ها و گلوئون ها با هم می شود. برهم کنش گلوئون، ما را به سوی یکی از خاصیت های بنیادی QCD به نام آزادی مجانبی (*asymptotic freedom*) رهنمون میسازد که این خاصیت، کاهش ثابت جفت شدگی قوی،  $\alpha_s$ ، را نسبت به انرژی پیش بینی میکند. از نقطه نظر تئوری، فرآیند تولید هادرون از کوارک و پاد کوارک، در نابودی زوج  $e^+e^-$ ، ترکیبی از دو مرحله متفاوت اختلالی و غیر اختلالی است.

مرحله اول، خلق پارتون ها می باشد که در انرژی های بالا و در فواصل کوچک انجام میپذیرد. آزادی مجانبی دلیلی است بر اینکه محاسبات مربوط به این مرحله به صورت اختلالی انجام میشود. مرحله دوم، مربوط به هادرونیزه شدن یا ترکش میباشد که ترکش کوارک ها و گلوئون های رنگی به هادرون های بدون رنگ، در فواصل زیاد صورت می پذیرد و از آنجایی که گذار پارتون ها به هادرون ها در یک انرژی پایین (حدوداً 1GEV) رخ می دهد، نمی توان این مرحله را به صورت اختلالی بررسی کرد. جدایی بین QCD اختلالی و حالت غیر اختلالی ترکش معمولاً با مقیاس انرژی  $Q_0$  ( 1-2 GEV ) داده می شود.



شکل (۱-۱): مراحل نابودی  $e^+e^-$  [۲]

نابودی  $e^+e^-$  در ۴ مرحله انجام می شود: [۳ و ۴]

(۱) نابودی  $e^+e^-$  به بوزون  $Z$  یا فوتون  $\gamma$ ، که آنها نیز به یک جفت کوآرک و پاد کوآرک واپاشی می کنند.

(۲) تابش گلوئون از کوآرک و پاد کوآرک، مطابق با پیش بینی های  $QCD$  اختلالی.

(۳) گذار غیر اختلالی پارتون ها به هادرون های بدون رنگ.

(۴) واپاشی هادرون ها ناپایدار.

### ۱-۱-۲) چارچوب آزمایشگاهی:

از آن جایی که بر هم کنش نابودی زوج  $e^+e^-$ ، محیطی مناسب برای بررسی فرآیندهای  $QCD$  ایجاد می کند، در طی ۲۵ سال اخیر، مطالعات بر روی رویدادهای هادرونی این بر هم کنش ها، تایید و تصدیق بر وجود  $QCD$  است. فرآیند نابودی  $e^+e^-$  دومزیت اساسی دارد:

۱) ثابت بودن مرکز جرم: الکترون و پوزیترون به واسطه این که پادذره یکدیگرند دقیقاً از یک جرم برخوردارند چنانچه این دو ذره از روبرو با اندازه حرکت برابر ، مخالف با هم برخورد کنند مرکز جرم واکنش ثابت می ماند و تمامی انرژی برخورد آزاد خواهد بود تا صرف خلق ذرات جدید شود (این بر خلاف شتاب دادن الکترونها و برخورد دادن آنها با هدفی ثابت است که در آن قانون بقای اندازه حرکت ، لازم می دارد که بیشتر انرژی صرف شتاب گرفتن هدف و رسیدن آن به اندازه حرکت لازم شود و در نتیجه فقط کسری از انرژی برای خلق ذرات جدید باقی می ماند.) همچنین در این حالت می توان توزیع زاویه ای ذرات حاصل را مستقیماً اندازه گیری کرد .

۲) ایجاد خلاء در نابودی زوج : با تشکیل خلاء در نابودی زوج می توان گفت که از حالت اولیه هیچ پسماندی باقی نمی ماند که روی پدیده های جالب جدید را بپوشاند . این وضعیت مخالف فرایند وجود در آزمایش ناکشسان ژرف است که در آنها برهمکنشهای فوتون - کوارک باید در حضور کوارکها یا لپتونهای تماشاچی انجام شوند .

ساختار رویداد های هادرونی ، مستقیماً به الگو های تابش گلوئون که در فرآیند های پارتونی QCD تولید می شود، نسبت داده می شوند. مشاهده ساختار دو جتی رویداد های هادرونی (two-jet) در برخورد های  $e^+e^-$  در SPEARS دلیل روشنی بر وجود کوارک بود [۵] و تحلیل زاویه پراکندگی جتها نشان داد که اسپین کوارک ها  $\frac{1}{2}$  است. مشاهده اولین رویداد سه جتی در PETRA وجود گلوئون و جفت شدگی آن با کوارک را اثبات کرد. [۶-۹] وراس های سه گلوئونی، در طی مطالعه زاویه پراکندگی رویداد های ۴-جتی در TRISTAN نمایان شدند. [۱۰]

آزمایش ها و تست های کوانتومی فراوانی در برخورد های  $e^+e^-$  انجام شده است. برای جزئیات این آزمایش ها و مطالعات، می توان به [۱۱-۱۶] رجوع کرد.

## ۲-۱) رنگ و طعم برای کوارک [۱۷]

یکی از راهها برای آنکه به تعداد طعمها و رنگهای کوارک پی ببریم آنست که سطح مقطع نابودی الکترون پوزیترون به کوارک پاد کوارک را با سطح مقطع نابودی الکترون پوزیترون به میوئون مقایسه کنیم.

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^- \mu^+) = \frac{4\pi\alpha^2}{3Q^2}$$



انرژی مرکز جرم بارابطه زیر داده می شود:

$$S = Q^2$$

با فرض وجود طعم و رنگ برای کوارکها سطح مقطع تولید کوارک و پاد کوارک به صورت زیر است:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = N_c e_q^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

$e_q$  بار کوارک و  $N_c$  تعداد رنگ کوارکها است. سطح مقطع تولید هادرونی از جمع بر روی تمام طعمها و رنگهای کوارک بدست می آید:

$$\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons) = \sum_q \sigma(e^+e^- \rightarrow q\bar{q}) = N_c \sum_q e_q^2 \sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)$$

حال نسبت سطح مقطع تولید هادرونها را به سطح مقطع تولید میونون با آزمایشات تجربی مقایسه می کنیم.

$$R = \frac{\sigma(e^+e^- \rightarrow hadrons)}{\sigma(e^+e^- \rightarrow \mu^+\mu^-)} = N_c \sum_q e_q^2$$

همانطور که در شکل (۲-۱) می بینیم تنها در صورتی که  $N_c = 3$  مقادیر تجربی و مقادیر تئوری با یکدیگر توافق خواهند داشت. همچنین بار مرتبط با طعم های مختلف باید به صورت زیر باشد:

$$e_q = \frac{2}{3} \quad \text{for } u, c, t$$

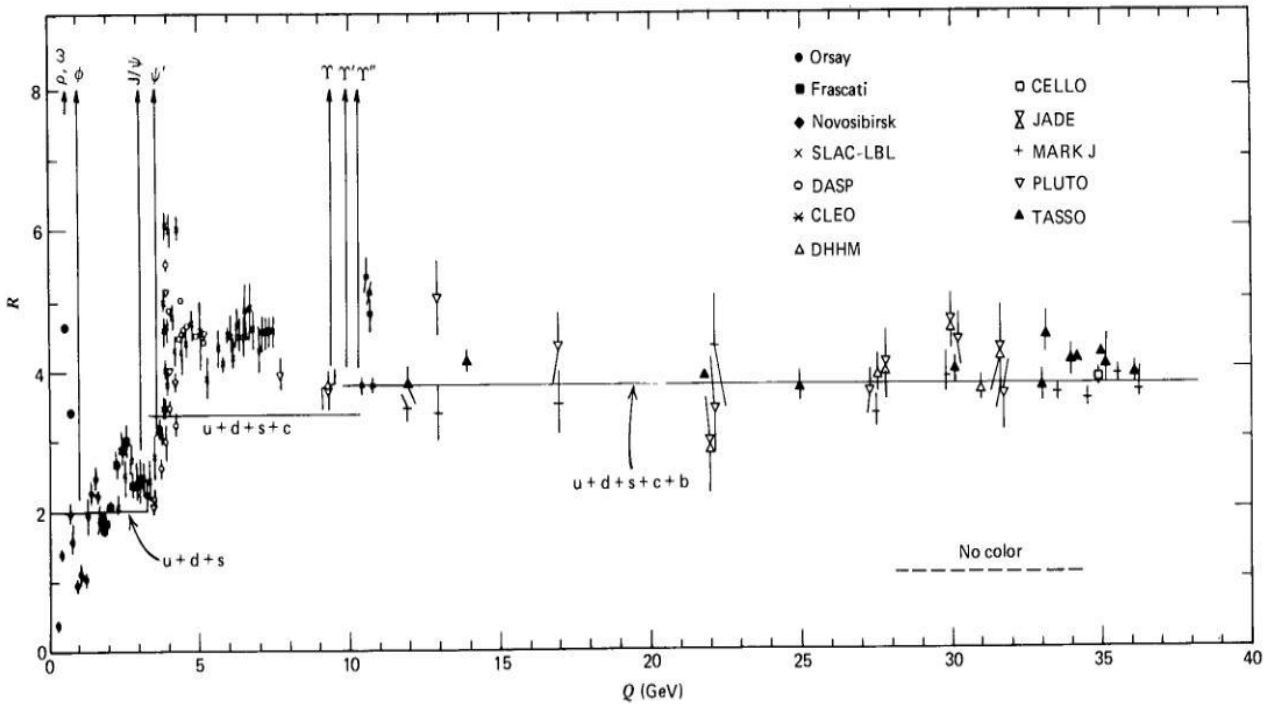
$$e_q = -\frac{1}{3} \quad \text{for } d, s, b$$

در این صورت نسبت مربوطه از لحاظ تئوری به صورت زیر خواهد بود:

$$R = 3\left[\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{1}{3}\right)^2\right] = 2 \quad \text{for } u, d, s$$

$$= 2 + 3\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{10}{3} \quad \text{for } u, d, s, b$$

$$= \frac{10}{3} + 3\left(\frac{1}{3}\right)^2 = \frac{11}{3} \quad \text{for } u, d, s, b, c$$



شکل (۲-۱): نسبت R به صورت تابعی از انرژی مرکز جرم

همانطور که از شکل (۲-۱) پیداست نتایج تجربی با پیش بینی های تئوری سازگارند. پس می توانیم مطمئن باشیم که تعداد رنگ و بار طعمهای مختلف را بدرستی انتخاب نموده ایم.

### (۳-۱) لاگرانژی QCD [۱۸]

QCD نظریه غیر ابدی YANG-MILLS می باشد. ویژگی ها و خصیصه های QCD از طریق رنگ گروه SU(3) تعیین می گردد. این ویژگی ها در چگالی لاگرانژی منعکس می گردند و بر هم کنش کوارک ها با اسپین نیمه صحیح و جرم  $m_q$  را با گلوئون هایی با اسپین +1 و بدون جرم توصیف می کنند.

شکل این لاگرانژی که تحت پیمانه ای انتقالی  $SU(3)$  ناورداست به شکل زیر توصیف میشود:

$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = -\frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu} + i \sum_i \bar{\psi}_q^i \gamma^q (D_\mu)_{ij} \psi_q^j - \sum_q m_q \bar{\psi}_q^i \psi_q^j \delta^{ij} \quad (1-3-1)$$

$\psi_q^j$  نشان دهنده تابع موج کوارک است که اندیس های  $i, j=1,2,3$  سه رنگ کوارک را نشان میدهند، به این ترتیب کوارک ها به عنوان سه تایی های رنگی ظاهر می شوند. اندیس پایین  $q=u,d,s,c,b,t$  نمایانگر طعم کوارک می باشند و جمع بندی روی تمام طعم های کوارک انجام می شود.

در معادله (1-3-1)،  $D_\mu$  مشتق ناوردا بوده و  $\gamma^\mu$  نیز چهار ماتریس گاما می باشد.

$G_a^{\mu\nu}$  تانسور قدرت میدان گلوئون (Field Strength Tensor) می باشد که به میدان های گلوئون  $G_\mu^a$  بستگی دارد. در معادله زیر این رابطه بیان شده است:

$$G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c \quad (2-3-1)$$

در آن  $(N_c - 1) = 8$  تا  $a,b,c = 1$  که درجات آزادی رنگ گلوئون میباشند و هشت عنصر میدان هشت تایی گلوئون را نشان میدهند. تنها پارامترهای آزاد در QCD شش جرم کوارک ( $m_q$ ) و ثابت پیوندی پیمانه ای می باشد. جمله آخر در معادله (2-3-1) واکنش های میان میدان های گلوئون که دو واحد بار رنگی حمل میکنند را نشان می دهند. این عبارت شامل ثابت ساختار  $f^{abc}$  مربوط به گروه  $SU(3)$  می باشد.

ثابت  $g_s$  قدرت برهم کنش رنگی را تعیین می کند که این ثابت، با ثابت جفت شدگی ارتباط دارد:

$$\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi} \quad (3-3-1)$$

مشتق ناوردایی  $D_\mu$  در معادله (3-3-1) با عبارت زیر مشخص می شود:

$$(D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} + ig_s (T_a G_\mu^a)_{ij}$$

(۴-۳-۱)

این مشتق به قدرت جفت شدگی  $g_s$  و مولدهای مربوط به گروه  $SU(3)$  و  $T^a$  وابسته می باشد.

با توجه به سه بار رنگی که توصیف کننده نمایش بنیادی  $SU(3)$  هستند، مولد های این گروه، ماتریس  $3 \times 3$  می باشند.

این ماتریس ها، ماتریس های Gell-Mann،  $\lambda^a$  با  $a=1, \dots, 8$  نامیده می شوند. خصوصیات این ماتریس ها به این شکل میباشد که هرمیتی و بدون رد هستند که میتوانند از ماتریس های معمولی Pauli حاصل شوند. با استفاده از این ماتریس ها، مولد های گروه  $SU(3)$  را به صورت زیر نمایش میدهیم:

$$T^a = \frac{1}{2} \lambda_a \quad [T_a, T_b] = if_{abc} T_c$$

$f_{abc}$  ثابت های ساختار گروه  $SU(3)$  می باشند.

باز بهنجارش مولد ها به گونهای انتخاب میشود که :

$$\text{Tr} (T_a T_b) = T_F \delta_{ab} \quad T_F = \frac{1}{2}$$

با استفاده از مولد ها و ثابت های ساختار، دو عامل زیر را میتوان به دست آورد:

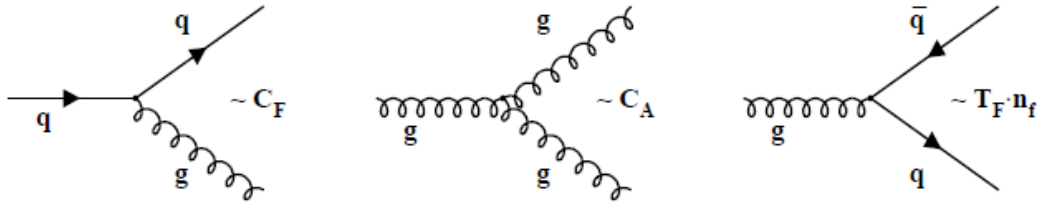
$$\sum_a (T_a)_{ij} (T_a)_{jk} = C_F \delta_{ik} \quad i, j, k=1 \dots N$$

$$N=3 \quad \text{اگر} \quad \rightarrow \quad C_F = \frac{N^2-1}{2N}$$

$$\sum_{a,b} f_{abc} f_{abd} = C_A \delta_{cd} \quad C_A = N=3$$

$$\sum_{a,b} (T_a)_{ij} (T_b)_{ij} = T_R \delta_{ij}$$

این فاکتور های رنگ، نقش تعیین کنندهای در جفت شدگی میان کوارک ها و گلوئون ها بازی می کنند.



شکل (۳-۱) نمودار های اولیه QCD

تمام مشخصه های QCD، با فاکتور های رنگ  $C_F$  و  $T_F \cdot n_f$  و  $C_A$  در ارتباط میباشند.  $C_F$  و  $T_F \cdot n_f$  و  $C_A$  عامل های رنگی هستند که به ترتیب با ساطع شدن گلوئون از کوارک، گلوئون از گلوئون و گلوئون که به دو جفت کوارک و پاد کوارک تبدیل می شود، تخمین زده میشوند.

با جایگذاری به جای عبارت

$$(D_\mu)_{ij} = \partial_\mu \delta_{ij} + i g_s (T_a G_\mu^a)_{ij}$$

شکل نهایی چگالی انرژی، اگر فقط یک طعم کوارک در نظر بگیریم، به این صورت خواهد بود:

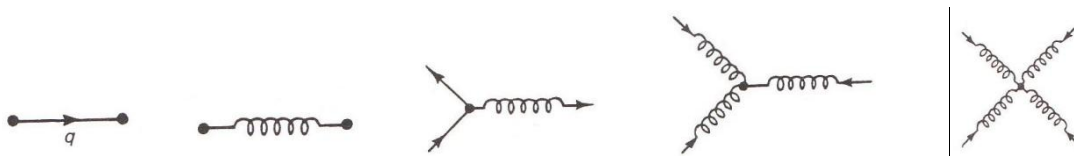
$$\mathcal{L}_{\text{QCD}} = \bar{\psi}_q (i \gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - g_s (\bar{\psi}_q \gamma^\mu T_a \psi_q) G_\mu^a - \frac{1}{4} G_{\mu\nu}^a G_a^{\mu\nu}$$

با اعمال  $G_{\mu\nu}^a = \partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a - g_s f_{abc} G_\mu^b G_\nu^c$ ، تانسور قدرت میدان گلوئون، و یادآوری اینکه  $G_\mu^a$  و  $\psi_q$  به ترتیب به میدان های گلوئون و کوارک مربوطه می باشند، معادله لاگرانژی را می توان به بخش های مختلف تجزیه کرد و در نهایت نوشت:

$$\begin{aligned} \mathcal{L}_{\text{QCD}} = & \bar{\psi}_q (i \gamma^\mu \partial_\mu - m_q) \psi_q - \frac{1}{4} (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) (\partial^\mu G_\alpha^a - \partial^\alpha G_\mu^a) - g_s \gamma^\mu \bar{\psi}_q^\alpha \left(\frac{\lambda}{2}\right)_{\alpha\beta} \psi_q^\beta G_\mu^a \\ & + \frac{g_s^2}{2} f_{abc} (\partial_\mu G_\nu^a - \partial_\nu G_\mu^a) G_b^\mu G_c^\nu - \frac{g_s^2}{4} f^{abc} f_{ade} G_b^\mu G_c^\nu G_\mu^d G_\nu^e \end{aligned}$$

که اگر شکل نمادین این لاگرانژی را در نظر بگیریم، عبارت های بر هم کنشی مختلف QCD بوسیله این شکل نمادین از هم جدا می شوند که هر یک از این عبارت ها می توانند به یک نمودار فاینمن که مشخص کننده ذرات واکنش و نوع واکنش هستند، مربوط شوند.

$$\mathcal{L}_{\text{qcd}} = \bar{q}q + G^2 + g_s \bar{q}qG + g_s G^3 + g_s^2 G^4 \quad (5-3-1)$$

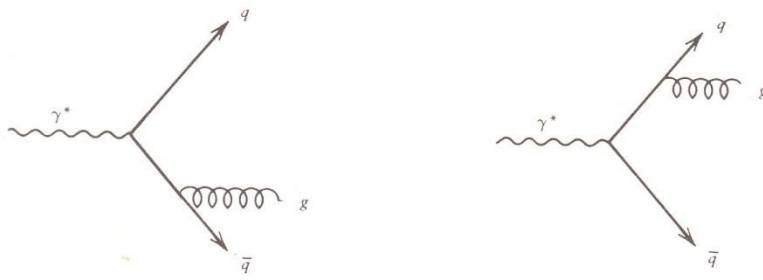


شکل (۴-۱)

جملات اول و دوم در معادله (۵-۳-۱) حاوی انرژی جنبشی برای میدان های مختلف است که منجر به انتشاردهنده مربوطه می شود. همان طور که می بینیم نمودار های اول و دوم شکل (۴-۱) انتشار یک کوارک و یک گلوئون را توصیف می کند، جمله سوم بر هم کنش رنگ بین کوارک ها و گلوئون ها را مشخص می کند که در تطابق شکل مربوط به آن به عنوان واپاشی یک گلوئون به یک زوج کوارک-پاد کوارک یا تولید گلوئون از یک کوارک-پاد کوارک می توان آن را توجیح کرد و نمودار آخر در بالا، وجه تمایز بین QED و QCD می باشند که به علت ویژگی غیر آبلی گروه تقارنی پیمانانه ای رنگ، عبارت  $G_a^{\mu\nu} G_{\mu\nu}^a$ ، نیز خود بر هم کنش دوگانه و چهار گانه ایجاد میکنند که جفت شدگی گلوئون-گلوئون را به شکل یک سه تایی و یک گروه چهار تایی گلوئون معرفی می کند. نمایش های بالا پارامتر هایی در بردارد که قدرت جفت شدگی  $g_s$  را تعیین می کند که مشابه ثابت جفت شدگی الکترو مغناطیس QED می باشد که با  $\alpha = \frac{e^2}{4\pi}$  تعریف می شود. احتمال تابش یا جذب گلوئون، با ثابت جفت شدگی قوی  $\alpha_s$  متناسب است.

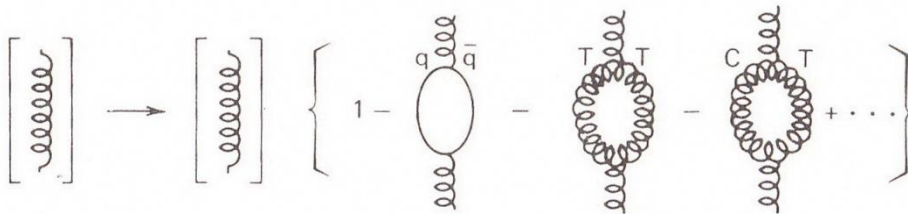
## ۴-۱) نمودارهای بالاتر و بازبهنجارش در QCD

در QCD برای محاسبه  $\alpha_s$ ، ثابت جفت شدگی بین کوارک و گلوئون تا مرتبه اول، نمودار (۵-۱) به کار می رود. به حساب آوردن نمودار های بالاتر و حلقه ها باعث واگرایی می شود و در نتیجه بایستی جرم و بار را دوباره تعریف کرد. مثلاً اگر چه در محاسبه  $\alpha_s$  تا مرتبه اول، جرم گلوئون را صفر در نظر میگیرند اما هنگام به کار بردن نمودارهای مرتبه بالاتر برای جلوگیری از واگرایی جرم ساختگی یا موهومی به گلوئون نسبت میدهند و محاسبات را با این جرم ساختگی ادامه می دهند. البته نتایج نهایی به صورتی است که به جرم ساختگی گلوئون بستگی ندارد. [۱۸]



شکل (۵-۱) صدور گلوئون از کوآرک و پاد کوآرک

در برهم کنش قوی همانند QED،  $\alpha_s$  تابعی از انرژی است.  $\alpha_s = \alpha_s(Q^2)$ . اما رفتار  $\alpha_s(Q^2)$  در QCD با رفتار  $\alpha_s(Q^2)$  در QED بسیار تفاوت دارد. مثلاً دیاگرام های سوم و چهارم داخل کروشه در الکترو دینامیک کوانتومی وجود ندارند.



شکل (۶-۱) تصحیح انتشار گلوئونی [۱۸]

در QCD به واسطه آنکه گلوئون ها دارای بار رنگ هستند و با هم برهم کنش دارند، تعداد و نوع نمودارها با برهم کنش الکترو مغناطیسی یکی نیست. از جمله مواردی که در نظریه کوانتومی باعث واگرایی میشوند، خود برهم کنش یک ذره است. (در خود برهم کنش یک ذره، هر چند چهار بردار اندازه حرکت در هر راس پایسته می ماند اما هیچ محدودیتی در مورد اندازه حرکتی که در حلقه ظاهر می شود وجود ندارد و باید بر روی تمام مقادیر اندازه حرکت انتگرال گیری گردد).



شکل (۷-۱)

با در نظر گرفتن سهم نمودارها در شکل (۷-۱)، برای استفاده از دستور العمل های باز بهنجارش، از پارامتر  $\mu$  استفاده میکنیم.

پارامتر  $\mu$ ، یک مقیاس جرم کاملاً اختیاری و دلخواه را نمایش می دهد که در فرآیند تنظیم ابعادی وارد می گردد. هر کمیت مشاهده پذیر فیزیکی نمی تواند مستقل از  $\mu$  بوده و از این رو مشاهده پذیر های فیزیک تحت تغییر متغیر های وابسته به  $\mu$ ، باید بدون تغییر و ثابت باشند. این عدم تغییر می تواند توسط معادله زیر بیان گردد:

$$\mu^2 \frac{dR}{d\mu^2} = 0$$

در فرمول بالا R یک کمیت فیزیکی بدون بعد است.  $\mu^2$  به این علت ضرب شده است که معادله بالا بدون بعد باشد.

با توجه به اینکه  $\alpha_s = \frac{g_s^2}{4\pi}$ ، مشتق کل نسبت به  $\mu$  را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\mu^2 \frac{d}{d\mu^2} = \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \frac{\partial}{\partial \alpha_s} + \mu^2 \frac{\partial m}{\partial \mu^2} \frac{\partial y}{\partial m} = \mu^2 \frac{\partial}{\partial \mu^2} + \beta(\mu^2) \frac{\partial y}{\partial \alpha_s} - \gamma_m(\mu^2) m \frac{\partial}{\partial x} \quad (1-4-1)$$

رابطه ی بالا دو ضریب گروه بازبهنجارش  $\beta$  و  $\gamma_m$  را نشان میدهد که آنها را تابع  $\beta$  و بعد غیر عادی جرم می نامند. طبق معادله (۱-۴) هر دو ضریب  $\beta$  و  $\gamma_m$  را می توان به صورت زیر نوشت [۱۸]

$$\beta(\mu^2) = \mu^2 \frac{\partial \alpha_s}{\partial \mu^2} \quad (2-4-1)$$

$$\gamma_m(\mu^2) = -\mu^2 \frac{1}{m} \frac{\partial m}{\partial \mu^2} \quad (3-4-1)$$

حل این معادله دیفرانسیل دو مشخصه اساسی و بنیادین QCD یعنی جفت شدگی روان  $\alpha_s(Q^2)$  و جرم روان  $m(Q^2)$  را آشکار می سازد. با استفاده از معادله (۲-۴-۱) می توان نوشت:

$$Q^2 \frac{\partial \alpha_s(Q^2)}{\partial Q^2} = \beta(\alpha_s(Q^2)) \quad (4-4-1)$$

که معادله گروه بازبهنجارش از آن استخراج می گردد. [۱۹-۲۱]

با توجه به (۴-۴-۱):

$$Q^2 \frac{d\alpha_s}{dQ^2} = \beta(\alpha_s) = -(\beta_0 \alpha_s^2 + \beta_1 \alpha_s^3 + \beta_2 \alpha_s^4 + \dots) \quad (5-4-1)$$

که به آن معادله Renormalization Equation Group یا (RGE) می گویند. در این معادله داریم:



$$\beta_0 = \frac{11C_A - 4n_f T_R}{12\pi} = \frac{33 - 2n_f}{12\pi}$$

$$\beta_1 = \frac{17C_A^2 - n_f T_R (10C_A + 6C_F)}{24\pi^2} = \frac{153 - 19n_f}{24\pi^2}$$

$$\beta_2 = \frac{(2857 - \frac{5033}{9}n_f + \frac{325}{27}n_f^2)}{128\pi^3}$$

این ضرایب، در واقع تابع بتا می باشند که  $\beta_0$  مربوط به ضریب تک حلقه ای،  $\beta_1$  ضریب ۲-حلقه ای و  $\beta_2$  ضریب ۳-حلقه ای هستند. برای مرتبه های بالاتر رجوع شود به [۲۸ و ۲۰]

با توجه به  $\beta_0$  ویژگی بسیار مهمی از QCD مشخص می شود. این ضریب مادامی که  $n_f < 17$  باشد، مثبت است و منجر به کاهش  $\alpha_s$  با افزایش  $Q^2$  خواهد شد. بنابراین برخلاف QED، QCD از آزادی مجانبی پیروی می کند. بدین معنی که کوارک ها و گلوئون ها در فواصل بسیار کوتاه مانند ذرات آزاد رفتار می کنند. در مقیاس های بسیار پایین، انرژی ثابت جفت شدگی قوی افزایش می یابد و این امر نشان دهنده این مطلب است که موجودات رنگی در نهایت، در ترکیبات بی رنگ محبوس می شوند. این ترکیبات مزون ها و بار یون ها هستند که میتوان در مرحله نهایی فرآیند پراکندگی آنها را یافت.

رابطه مشخص برای جفت شدگی روان  $\alpha_s(Q^2)$  را می توان با حل معادله گروه باز بهنجارش (۱-۴-۵) بدست آورد:

$$\alpha_s(Q^2) \sim \frac{1}{\beta_0 t} \left\{ 1 - \frac{\beta_1}{\beta_0^2} \frac{\ln t}{t} + \frac{\beta_1^2 (\ln t^2 - \ln t - 1) + \beta_0 \beta_2}{\beta_0^4 t^2} - \frac{\beta_1^3 (\ln t^3 - \frac{5}{2} \ln t^2 - 2 \ln t + \frac{1}{2}) + 3\beta_0 \beta_1 \beta_2 \ln t - \frac{1}{2} \beta_0^2 \beta_3}{\beta_0^4 t^3} \right\}, \quad T \equiv \text{LN} \left( \frac{\mu^2}{\Lambda^2} \right)$$

(۱-۴-۶)

$\Lambda$  کمیتی با بعد جرم است که برای باز بهنجارش به کار می رود. برای مقادیری از  $Q^2$  که بسیار بزرگتر از  $\Lambda^2$  هستند، جفت شدگی موثر کوچک است و در این ناحیه توصیف اختلالی بر حسب بر هم کنش های بین کوارک ها و گلوئون ها امکان پذیر است. برای انرژی های از مرتبه  $\Lambda$  نمی توانیم توصیف اختلالی را بکای ببریم، چون کوارک ها و گلوئون ها در بسته هایی به نام هادرون محبوسند. بنابراین میتوانیم  $\Lambda$  را به عنوان تعیین کننده مرز بین مرحله اختلالی و غیر اختلالی در نظر بگیریم. مقدار  $\Lambda$  بوسیله آزمایش تعیین میشود و یک پارامتر تجربی می باشد. از انجایی که محدوده مقدار  $\Lambda$  بین 0.1 GEV و 0.5 GEV می باشد، با این محدوده از  $\Lambda$ ،  $\alpha_s$  از مرتبه 0.1 است. پس

می توانیم از تئوری اختلال در QCD استفاده نماییم. [۲۲]

## ۱-۵) متغیرهای شکل رویداد [۲۳]

در طی ۲۵ سال گذشته، آزمایش‌های نابودی الکترون پوزیترون در LEP(CERN) و SLC(SLAC) و XPETRA(DESY)، اطلاعات و داده‌های پربراری در مورد انرژی‌های مرکز جرم هادرون‌ها به ما ارائه می‌دهند. از این رویدادها، رویداد ۳-جتی بیشتر مورد توجه است. با بررسی مراتب بالاتر QCD، مقدار بدست آمده از محاسبات مشاهده پذیرهای اختلالی ۳-جتی تقریباً با مقدار واقعی ثابت جفت شدگی برابر است.

متغیرهای شکل رویداد شامل تراست (THRUST)، جرم جت سنگین بهنجار شده (HEAVY JET MASS)، پهن شدگی جت کل (TOTAL JET BROADENING) و پهن شدگی عرض جت (WIDE JET BROADENING) است که اندازه‌ها هر یک از این مشاهده پذیرها در تئوری اختلال حاصل می‌شود. نتایج مرتبه NNLO (NEXT-TO-NEXT-LEADING-ORDER) برای پراکندگی این مشاهده پذیرها، در مقالات [۳۱-۳۴] موجود است.

N امین ممان یک مشاهده پذیر شکل رویداد  $\mathcal{O}$  به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\langle \mathcal{O}^n \rangle = \frac{1}{\sigma_{\text{tot}}} \int_0^1 \mathcal{O}^n \frac{d\sigma}{d\mathcal{O}} d\mathcal{O}$$

همه مشاهده پذیرها به گونه‌ای هستند که وقتی  $\mathcal{O} \rightarrow 0$  میل می‌کند، رویداد ما به ۲-جتی تبدیل می‌شود. از طرف دیگر، برای مقادیر بزرگ  $\mathcal{O}$ ، رویداد ما چند جتی خواهد بود.

## ۱-۵-۱) تعریف مشاهده پذیرها

### ۱-۵-۱-۱) تراست (THRUST):

محور تراست را به چند روش می‌توان یافت که کارآمدترین روش برای رویدادها با چندگانگی نه چندان زیاد، روش برانت و داهمن (DAHMMEN) [۲۴] می‌باشد. این روش بزرگترین مقدار تکانه کل تمام ترکیبات را پیدا می‌کند (یعنی با آزمودن تمام جت‌های تعریف شده توسط برآیند تکانه تمام ترکیبات ممکن در رویداد) بنابراین  $2^n$  (N تعداد کل ذرات است) ترکیب مختلف مورد آزمون قرار می‌گیرد تا محور تراست برای رویداد N شاخه‌ای بدست آید. این روش برای یافتن محور تراست در سال ۱۹۶۴ پیشنهاد شد.

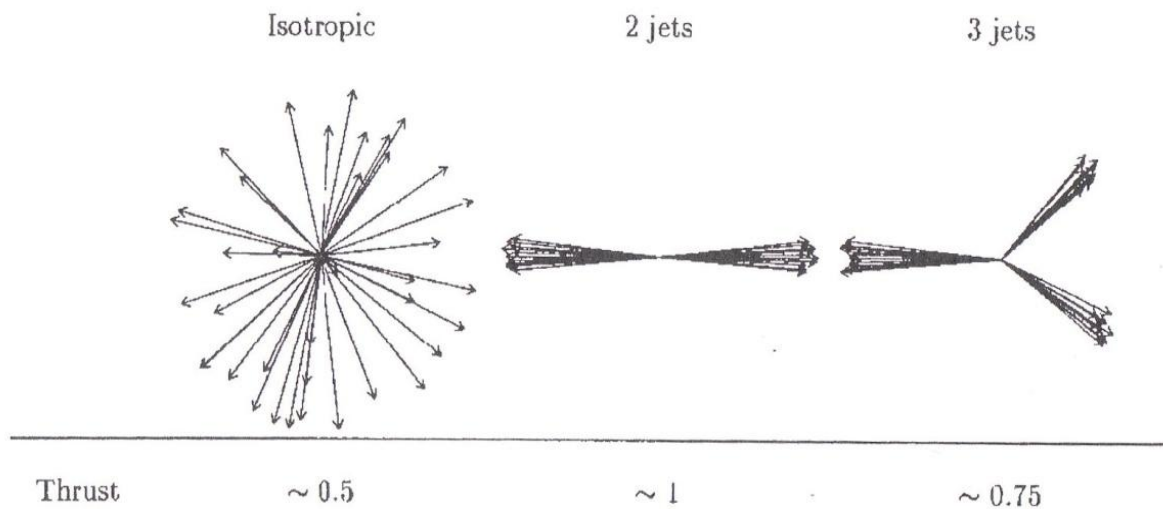
این روش هنگامی خوب است که تعداد ذرات هر رویداد چندان زیاد نباشد.

بنابراین، تراست به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$T = \frac{\max_{\vec{n}} \sum_j |\vec{P}_j \cdot \vec{n}|}{\sum_j |\vec{P}_j|}$$

$\vec{P}_f$  بردار اندازه حرکت ذره J ام است و جمع بندی بر روی کل ذرات مرحله نهایی انجام می شود. متغیر تراست، قسمت طولی بردار اندازه حرکت را در جهت بردار واحد  $\vec{n}$  بیشینه می کند. مقدار این  $\vec{n}$  را محور تراست می گویند و با  $\vec{n}_T$  نمایش می دهند.

مقدار تراست بین  $\frac{1}{2}$  و 1 است که اگر  $T=1$  باشد ← رویداد ما یک دو جتی ایده آل خواهد بود. (هر دو جت، برخلاف هم در یک خط مستقیم قرار می گیرند.) و اگر  $T=\frac{1}{2}$  باشد ← رویداد ما یک رویداد کروی متقارن خواهد بود. معمولاً به جای  $T$  از  $1-T$  استفاده می کنند. (به این دلیل که نمودار آن، همانند سایر مشاهده پذیر ها، سیر نزولی داشته باشد.)



شکل (۸-۱) تغییرات تراست با توجه به نوع رویداد

### ۱-۵-۱) جرم جت سنگین (HEAVY JET MASS): [ ۲۵ ]

در نظریه اختلال QCD و در آزمایش ها، مقدار میانگین  $1-T$  کوچکتر از آن چیزی است که انتظار می رود. در واقع در پایین ترین مرتبه QCD، مقدار  $T$  به گونه ای مقید هستند که از نقطه نظر سینماتیک رویدادهای چند پایونی کاملاً شناخته شده نیستند. (بدیهی نیستند.) با این همه این قیدها، در مرتبه های بالاتر QCD که در آنجا گلوئون و کوارک های بیشتری تابش می شود، نرم تر می شوند.

از نظر تحلیلی، نظریه اختلال نشان داده است که عناصر ماتریسی دارای جرم قطع (تابع تتا قطع) نسبت به هیچ گونه متغیری نیستند، از این رو تمام قید های QCD بر روی متغیر های جت از سینماتیک کوارک ها و گلوئون های بدون جرم بدست می آیند. این قید ها در حالت کلی به تعداد کوارک ها و گلوئون های حالت نهایی بستگی دارند که این امر منجر به وابستگی به مرتبه نظریه اختلال می شود. چون چندگانگی گلوئون ها، کمیتی است که به فرسرخ بسیار حساس است، این وابستگی می تواند تاثیرات غیر اختلالی را در مرتبه های بالاتر QCD به نمایش بگذارد و عمدتاً دور از این ناحیه است که می توان نظریه اختلال QCD را مورد آزمون قرار داد. علاوه بر این، چون ممان  $1-T$  در ناحیه ی ممان های بالاتر از ضریب وزنی بیشتری برخوردار است، بنابراین ممان های بالاتر این گونه متغیر ها در تصحیحات

مرتبه بالاتر QCD حساسیت بیشتری از خود نشان می دهند، پس جالب توجه است که بدانیم آیا کمیات دیگری وجود دارند که به فرو سرخ غیر حساس باشند و قیود آنها مستقل از مرتبه تصحیحات QCD باشند. جرم جت سنگین از این دسته کمیت هاست.

برای بدست آوردن جرم جت سنگین ابتدا صفحه عمود بر محور تراست را در نظر میگیریم. این صفحه فضا را به دو نیم کره  $H_1$  و  $H_2$  تقسیم میکند. روابط زیر را برای جرم های درون هر یک از نیم کره ها می توان نوشت:

$$M_i^2 = (\sum_{j \in H_i} P_j)^2, \quad i=1, 2$$

در این فرمول،  $P_j$  چهار تکانه مربوط به ذره  $J$  ام است.

کمترین مقدار مجموع مربع جرم های ناوردا در هر دو گروه را  $M^2$  و بیشترین مقدار هر یک را  $M_H^2$  گویند (جرم جت سنگین):

$$M^2 = \min_{\{H_1, H_2\}} (M_1^2 + M_2^2)$$

(۱-۵-۱)

$$M_H^2 = \max (M_1^2, M_2^2)$$

(۲-۵-۱)

در مرتبه اول QCD، در حالی که سه ذره داشته باشیم (۲ کوارک و ۱ گلوئون) جهت حرکت ذرات به گونه ای است که انگار ذرات از مرکز یک مثلث متساوی الاضلاع به سمت راس حرکت می کنند. بنابراین می توان نوشت:

$$1 - T \leq \frac{1}{3}$$

(۳-۵-۱)

$$\frac{M_H^2}{S} \leq \frac{1}{3}$$

(۴-۵-۱)

درک این مسئله با استفاد از اصول ساده هندسه قابل فهم است. جواب ها برای  $M^2$  به صورت  $2P_1P_3, 2P_1P_2, 2P_2P_3$  بدست می آیند. و تا زمانی که  $S = (P_1 + P_2 + P_3)^2$ ، جمع بر روی هر سه حالت ممکن  $M^2$  نتیجه ی  $M^2 = S$  را می دهد. با قرار دادن در فرمول (۴-۵-۱) مقدار  $\frac{M_H^2}{S}$  به طور واضح کمتر و یا مساوی  $\frac{1}{3}$  است که حالت مساوی برای  $P_1P_2 = P_1P_3 = P_2P_3$  (یعنی  $P_1P_3 = P_1P_2 = P_2P_3$ ) رخ می دهد.

برای بدست آوردن مرتبه بعدی QCD،  $\alpha_s^2$ ، فرض می کنیم ۴-تکانه ی مربوط به ۴ ذره به گونه ای باشد که این ۴ ذره از مرکز یک چهار ضلعی به سمت چهار راس آن حرکت می کنند. برای تراست داریم:

$$1 - T \leq 1 - \frac{1}{\sqrt{3}}$$

(۵-۵-۱)