دانشگاه حکیم سبزواری

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایاننامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته

فیزیک گرایش ذرات بنیادی

عنوان

بررسی بازبهنجارپذیری نظریه ی پیمانه ای ابرتقارنی $N = \frac{۱}{۲}$ در ابرفضای ناجابجایی در تصحیح مرتبه ی اول

استاد راهنما

دکتر احمد فرزانه کرد

استاد مشاور

دکتر سید علی اصغر علوی

پژوهشگر

محسن حدادی مقدم

اسفند ۱۳۹۰

بسْمِ اللّهِ الرّحمنِ الرّحیم

خدایا! از تو سپاسگذارم که به من توفیق دادی تا بتوانم در آیات آفاقی ات تأ مّل کنم.

کریما! سعادت این را نیز نصیبم گردان تا در آیات انفسی تو بیاندیشم.

بار الهی! زبانم قاصر از این است که بتواند سپاس تو را به جا آورد.

خدای من! دیگر بار تو را شکر می گویم.

نام خانوادگی دانشجو: حدادی مقدم نام: محسن

عنوان: بررسی باز بهنجار پذیری نظریه ی پیمانه ای ابر تقارنی $N=\frac{1}{2}$ در ابر فضای ناجابجایی در تصحیح مرتبه ی اول

استاد راهنما : دکتر احمد فرزانه کرد

استاد مشاور: دکتر سید علی اصغر علوی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد رشته: فیزیک گرایش: ذرات بنیادی دانشگاه تبریز

دانشکده علوم ریاضی تاریخ فارغ‌التحصیلی: اسفند ۱۳۹۰ تعداد صفحه: ۹۶

کلید واژه‌ها: ابر فضای ناجابجایی ، ابر تقارنی $N=\frac{1}{2}$، باز بهنجار پذیری، توابع – بتا

چکیده

به تازگی مطالعات گسترده ای در مورد نظریه هایی که در ابر فضای ناجابجایی تعریف می شوند، صورت گرفته است . چنین نظریه هایی غیر هرمیتی بوده و نیمی از ابرتقارنی متناظر با نظریه ی ابر تقارن معمول را دارا می باشند، بنابر این عبارت « ابر تقارن $N=\frac{1}{2}$» مطرح می شود.
مشکل این نظریه ها این است که به صورت قدرتمند باز بهنجارپذیر به شمار نمی آیند، اما

استدلال می شود با وجود این، آنها در حقیقت باز بهنجار پذیر می باشند، به این معنی که فقط تعداد محدودی از عبارات لازم است که به لاگرانژی اضافه شوند تا واگرایی ها را در تمام مراتب از بین ببرد.

در این رساله سعی بر آن شده است که باز بهنجار پذیری برای این نظریه ها در تصحیح مرتبه اول بررسی شود. بنابر این نمودار های تک ذره ی تک حلقه ی غیر قابل کاهش پذیر[1] را برای جملاتی از لاگرانژین، که در اثر تغییر شکل بر روی ابر فضا بوجود آمده است را در نظر می گیریم، سپس واگرایی های مربوط به این نمودار ها را در صورت وجود محاسبه کرده و به کمک روش های باز بهنجار پذیری، قابلیت باز بهنجارش نظریه را در صورت وجود مورد بررسی قرار می دهیم.

---

[1] one-loop one-particle irreducible (1PI) graphs

فهرست مطالب

۱.۰ مقدمه

ابرتقارن، تقارنی بین فرمیون ها و بوزون هاست. فرمیون ها ذراتی با اسپین نیمه صحیح اند، در حالیکه بوزون ها ذراتی با اسپین صحیح معرفی می شوند. بیان نظریه ابر تقارن این است که برای هر فرمیون ، یک بوزون متناظر با آن وجود دارد و بالعکس.
در حال حاضر، علی رغم کوشش های مدبرانه هیچ گواه تجربی برای ابر تقارن بدست نیامده است. امید است که آزمایش های در پیش رو که در LHC انجام خواهد پذیرفت، نشانه هایی از این نظریه را آشکار سازد.
لاگرانژی در این نظریه شامل مجموعه ای از میدان های بوزونی و فرمیونی است که تحت تبدیلات بی نهایت کوچک، موسوم به تبدیلات ابر تقارنی ناوردا می باشد. به طور کلی در نظریه میدان های کوانتومی، شکل تبدیل بی نهایت کوچک بر روی یک میدان به صورت زیر است:

$$\delta_\xi \psi_r = -i\epsilon\theta_{rs}\psi_s$$

که θ_{rs} ، یکسری ضرایب ثابت و مشخص بوده و ϵ پارامتر بی نهایت کوچک مربوط به تبدیل مذکور است. تبدیلات ابر تقارنی مشابه رابطه ی بالاست:

$$\delta_\xi \phi \sim \xi\psi$$

که ϕ، یک میدان بوزونی (اسپین—صفر) و ψ، یک میدان فرمیونی (اسپین—$\frac{1}{2}$) و ξ، یک پارامتر خیلی کوچک است. خواننده ی زیرک خیلی زود متوجه می شود که ξ باید به شکل اسپینور باشد.
در این تحقیق، بحث خود را معطوف به نظریه ی پیمانه ای ابر تقارن در ابر فضای ناجابجایی خواهیم کرد. در این حالت رابطه ی پاد جابجاگری بین کمیت های اسپینوری θ^α، به صورت زیر خواهد بود:

$$\{\theta^\alpha, \theta^\beta\}_* = C^{\alpha\beta}$$

که $C^{\alpha\beta}$ تانسوری متقارن می باشد. در اثر اعمال رابطه ی بالا، جابجا گری بین مختصه های فضا — زمان نیز به شکل زیر خواهد بود:

$$[x^{\mu}, x^{\nu}] \neq 0$$

و به این معنی است که ابر فضایی که در آن کار می کنیم، نا جابجاپذیر و غیر پاد جابجا پذیر می باشد. حال در شرایطی که دو رابطه ی اخیر بر قرار هستند، باز بهنجار پذیری لاگرانژی نظریه ی پیمانه ای را مورد بررسی قرار خواهیم داد. در واقع نظریه ی پیمانه ای شامل تمام بر هم کنش هایی می باشد که ذرات مدل استاندارد با یکدیگر می توانند داشته باشند. در حوزه ی ابر تقارنی نیز می توان نظریه ی پیمانه ای را طوری بسط داد که لاگرانژی نظریه در بر گیرنده ی ابر میدان ها باشد. و نهایتا مطالعاتی که به تازگی انجام شده است، به بحث ابر فضا های نا جابجایی مربوط می شود.

در فصل اول مروری اجمالی بر نظریه ی ابر تقارن، جبر حاکم بر این نظریه و همچنین مفاهیم مربوط به ابر فضا و ابر میدان خواهیم داشت.

در فصل دوم نظریه ی پیمانه ای ابر تقارن $N = 1$ را توضیح خواهیم داد و همچنین تبدیلات پیمانه ای و تبدیلات ابر تقارنی را بررسی می کنیم.

فصل سوم مطالبی همچون ابر فضای ناجابجایی و تصحیحاتی که نظریه ی پیمانه ای ابر تقارن در اثر تغییر شکل ابر فضا پیدا می کند (نظریه ی پیمانه ای ابر تقارن $N = \frac{1}{2}$) را در خود گنجانده است.

در فصل چهارم مفاهیم مربوط به باز بهنجار پذیری ، معادله ی گروه باز بهنجارش و محاسبه ی توابع بتا را برای نظریه ی Φ^4 بررسی می کنیم.

در فصل پایانی که اصلی ترین قسمت کار پایان نامه است، با در نظر گرفتن نمودار های تک ذره ی تک حلقه کاهش ناپذیر برای نظریه ی پیمانه ای ابر تقارن $N = \frac{1}{2}$ و انجام محاسبات پیچیده

ی مربوط به توابع گرین چند نقطه ای[2]، باز بهنجار پذیر بودن یا غیر قابل باز بهنجار بودن نظریه ی مذکور را در تقریب مرتبه ی اول مورد بررسی قرار می دهیم.

[2] N - Point Green Function

فصل ۱

آشنایی با ابر تقارن

۱.۱ مقدمه

همانطور که بیان کردیم ایده ی ابر تقارن این است که به ازای هر فرمیون یک بوزون متناظر با آن وجود دارد و بالعکس. می دانیم که حامل های نیرو یا بوزون های واسطه اسپین یک دارند، بنابر این آنچه را که ما امیدواریم متناظر با فرمیون ها (کوارک ها و الکترون) بیابیم ذراتی با اسپین صفر یا یک خواهند بود که ما آنها را با نام های اس کوار ک ها و سلکترون معرفی می کنیم. همچنین متناظر با بوزون ها، ذراتی با اسپین نیمه صحیح نیز وجود خواهند داشت. ذرات پیشنهاد شده، دارای نام های انتزاعی فوتینو، وینو و گلوئینو می باشند. که به ترتیب همزاد ذراتی چون فوتون، $W^{\pm}$ و گلوئون هاست.

می توان این طور فکر کرد که رابطه ای بین فرمیون ها و بوزون ها وجود دارد، در طبیعت تعدادی مساوی از حالت های بوزونی و فرمیونی وجود دارند. در حالت ایده آل، این حالت ها دارای جرم های یکسان اند. همانطور که می دانیم پوزیترون ضد ماده ی الکترون است، دارای جرمی مشابه الکترون و لی بار آن مخالف بار الکترون است. بنابر این یک سلکترون بوزونی است که جرم آن برابر جرم الکترون است ولی دارای اسپین صحیح بوده، در صورتی که می دانیم الکترون دارای اسپین $\frac{1}{2}$ است. واضح است که چنین ذراتی تا به حال مشاهده نشده اند. این بدان معناست که اگر ابر تقارنی وجود دارد، جرم ذرات ابر تقارنی (همچون سلکترون) باید خیلی سنگین تر از الکترون ها باشد یا اینکه توسط یک مکانیزم ناشناخته در لفافه قرار داشته باشد. بنابر این چرا ما هنوز نتوانسته ایم آنها را مشاهده کنیم ؟ ما به شتاب دهنده های خیلی بزرگ نیاز داریم تا به انرژی های بسیار بالا برای خلق کردن یک سلکترون دست پیدا کنیم. از آنجا که بین جرم ذرات مشاهده شده در طبیعت و همزاد شان (ذرات ابر تقارنی) تفاوت احساس می شود، ابر تقارنی باید شکسته شده باشد [۱۱، ۲، ۱].

البته در این پایان نامه ابر تقارن را به صورت مفصل مطرح نخواهیم کرد.

۲.۱ جبر ابر تقارن

هر تبدیلی در فیزیک ذرات، روابط جبری مخصوص به خود را در پی خواهد داشت. در مورد ابر تقارن جبر حاکم، موسوم به جبر ابر تقارن است. در واقع مولد هایی که بر روی میدان ها اثر می کنند، ابر بار های Q_α و $Q_{\dot\alpha}$ می باشند که این دو عملگر همیوغ مختلط اند. تنها بسط ممکن از کمترین حالت ابر تقارنی، حالتی است که فقط یک اسپینور دو تایی برای ابر بار Q_α وجود دارد. که با ابر تقارن $N = 1$ نمایش داده می شود. البته می توان حالت $N > 1$ را در نظر گرفت. در این صورت ابر بار $Q_{\alpha i}$ را داریم که $i = 1, 2, ..., N$ است.

بنابر این به طور خلاصه جبر ابرتقارن را به صورت زیر بیان می کنیم:

$$\{Q^i_\alpha, \bar{Q}_{\dot\alpha j}\} = 2\ \sigma^\mu_{\alpha\dot\alpha}\ p_\mu\ \delta^i_j, \tag{۱.۱}$$

$$\{Q^i_\alpha, Q^j_\beta\} = \{\bar{Q}_{\dot\alpha i}, \bar{Q}_{\dot\beta j}\} = 0, \tag{۲.۱}$$

$$[p_\mu, Q^i_\alpha] = [p_\mu, \bar{Q}_{\dot\alpha i}] = 0, \tag{۳.۱}$$

$$[p_\mu, p_\nu] = 0. \tag{۴.۱}$$

که $(\alpha, \dot\alpha = 1, 2)$، اسپینور های دو مولفه ای ویل هستند و $(\mu, \nu = 1, ..., 4)$ معرف چار بردار های لورنتس می باشند. همچنین p_μ، چار بردار انرژی — اندازه حرکت است. i, j نیز فضای داخلی را مشخص می کنند، که مقدار آنها از 1 تا N خواهد بود.

می توان ابر تقارن $N=1$ را به صورت $N=(\frac{1}{2},\frac{1}{2})$ نیز نشان داد. این نمایش بیانگر این است که مولد های Q و $\bar{Q}$، به ترتیب مولد های کایرال [1] و پاد کایرال برای ابر تقارن به حساب می آیند. در فضای مینکوفسکی بین قسمت های کایرال و پاد کایرال رابطه ی همیوغ مختلط بر قرار است. در ادامه خواهیم دید که در ابر فضا های ناجابجایی چنین رابطه ای وجود ندارد.(در قسمت ابر میدان، کایرال و پاد کایرال را توضیح خواهیم داد).

۳.۱ مفاهیم ابر فضا – ابر میدان

فرمالیزم برازنده ی ابر تقارن $N=1$، به کار گیری ابر میدان ها در ابر فضاست. ابر فضا را به صورت مختصات $(x,\theta,\bar{\theta})$ معرفی می کنیم. در حقیقت θ^{α} و $\bar{\theta}_{\dot{\alpha}}$ کمیت های فرد گراسمنی نام دارند که به مختصات فضا – زمان اضافه کرده ایم. برای کمیت های گراسمنی جبر مقابل را داریم:

$$\{\theta^{\alpha},\theta^{\beta}\}=\{\bar{\theta}_{\dot{\alpha}},\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\}=\{\theta^{\alpha},\bar{\theta}_{\dot{\beta}}\}=0$$

ابر میدان ها، میدان هایی وابسته به ابر مختصات $(x,\theta^{\alpha},\bar{\theta}_{\dot{\alpha}})$ می باشند. می توان تعریف دیگری از ابر مختصات نیز ارائه داد. برای مثال، (y,θ)، که $y^{\mu}=x^{\mu}+i(\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta})$، مختصات کایرال نامیده می شود. در مختصات کایرال (y,θ)، مولد ابر تقارن و مشتق های هم وردا به صورت زیر خواهند بود: (برای توضیح بیشتر در مورد مشتقات هم وردا و مولد ابر تقارن به مرجع [۱۴] فصل ابر تقارن مراجعه شود).

$$Q_{\alpha}=\frac{\partial}{\partial\theta^{\alpha}}\ ,\bar{Q}_{\dot{\alpha}}=-\frac{\partial}{\partial\bar{\theta}^{\dot{\alpha}}}+2i(\theta\sigma^{\mu})_{\dot{\alpha}}\frac{\partial}{\partial y^{\mu}} \tag{۵.۱}$$

[1] chiral

$$D_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} + 2i(\sigma^\mu \bar{\theta})_\alpha \frac{\partial}{\partial y^\mu} \ , \bar{D}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} \qquad (۶.۱)$$

از آنجا که $\bar{D}_{\dot{\alpha}} y = \bar{D}_{\dot{\alpha}} \theta = 0$، ابر میدان کایرال Φ، توسط رابطه ی $\bar{D}_{\dot{\alpha}} \Phi = 0$ تعریف می شود. بنابر این می توان Φ را به صورت میدان های مولفه ای نوشت:

$$\Phi = A(y) + \sqrt{2}\theta^\alpha \psi_\alpha(y) + \theta\theta F(y) \qquad (۷.۱)$$

همچنین می توان تعریف دیگری از ابر مختصات به صورت $(\bar{y}, \bar{\theta})$، داشته باشیم که $\bar{y} = y^\mu - 2i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})$، مختصات پاد کایرال نامیده می شود. در مختصات پاد کایرال، مولد های ابر تقارن و مشتق های هم وردا به صورت زیر خواهند بود:

$$Q_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} - 2i(\sigma^\mu \bar{\theta})_\alpha \frac{\partial}{\partial y^\mu} \ , \qquad \bar{Q}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} \qquad (۸.۱)$$

$$D_\alpha = \frac{\partial}{\partial \theta^\alpha} \ , \qquad \bar{D}_{\dot{\alpha}} = -\frac{\partial}{\partial \bar{\theta}^{\dot{\alpha}}} - 2i(\theta\sigma^\mu)_{\dot{\alpha}} \frac{\partial}{\partial y^\mu} \qquad (۹.۱)$$

بنابر این ابر میدان پاد کایرال $\bar{\Phi}$، در رابطه ی $D_\alpha \bar{\Phi} = 0$ صدق خواهد کرد، که می توان برای $\bar{\Phi}$ نوشت:

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}(y - 2i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta}), \bar{\theta}) &= \bar{A}(y) + \sqrt{2}\bar{\theta}_{\dot{\alpha}} \bar{\psi}^{\dot{\alpha}}(y) - 2i(\theta\sigma^\mu\bar{\theta})\partial_\mu \bar{A}(y) \\ &+ \bar{\theta}\bar{\theta}(\bar{F} + i\sqrt{2}(\theta\sigma^\mu\partial_\mu\bar{\psi}) + \theta\theta\partial_\mu\partial^\mu\bar{A})(y). \qquad (۱۰.۱) \end{aligned}$$

ابر میدان برداری

برای ابر میدان برداری V داریم: $V^\dagger = V$. گروه پیمانه ای $U(1)$ را در نظر بگیرید، با توجه به تبدیلات پیمانه ای، V به صورت زیر تبدیل می شود:

$$V \to V + \Phi' + \bar{\Phi}' \qquad (۱۱.۱)$$

که Φ' و $\bar{\Phi}'$، به ترتیب ابر میدان های کایرال و پاد کایرال هستند. V بر حسب مولفه های میدان به شکل زیر بیان می شود:

$$\begin{aligned} V(x,\theta,\bar{\theta}) = C(x) + i\theta\chi(x) - i\bar{\theta}\bar{\chi}(x) + \frac{i}{2}\theta\theta[M+iN](x) \\ -\frac{i}{2}\bar{\theta}\bar{\theta}[M-iN](x) - \theta\sigma^{\mu}\bar{\theta}v_{\mu}(x) \\ +i\theta\theta\bar{\theta}[\bar{\lambda} + \frac{i}{2}\bar{\sigma}^{\mu}\partial_{\mu}\chi](x) - i\theta\theta\bar{\theta}[\lambda + \frac{i}{2}\sigma^{\mu}\partial_{\mu}\bar{\chi}](x) \\ +\frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}[D + \frac{1}{2}\partial^{\mu}\partial_{\mu}C](x). \end{aligned} \tag{۱۲.۱}$$

ابر میدان برداری در پیمانه ی وس – زومینو[2] به شکل زیر خواهد بود:

$$\begin{aligned} V(y,\theta,\bar{\theta}) = -(\theta\sigma^{\mu}\bar{\theta})v_{\mu}(y) + i\theta\theta\bar{\theta}\bar{\lambda}(y) \\ -i\bar{\theta}\bar{\theta}\theta\lambda(y) + \frac{1}{2}\theta\theta\bar{\theta}\bar{\theta}(D - i\partial_{\mu}v^{\mu})(y). \end{aligned} \tag{۱۳.۱}$$

در این پایان نامه، در تمام محاسبات از ابر میدان برداری در پیمانه ی وس – زومینو استفاده خواهیم کرد [۲، ۲۱، ۱۵].

[2] Wess - Zumino gauge

فصل ۲

نظریه ی پیمانه ای ابر تقارنی $N = 1$

۱.۲ مقدمه

یک میدان پیمانه ای بدون جرم همچون $A^\mu(x)$، شبیه فوتون در نظر بگیرید. این میدان دارای اسپین یک است. انتظار می رود که تبدیلات ابر تقارنی برای میدان $A^\mu(x)$، میدانی با اسپین $\frac{1}{2}$ را همراه سازد. همچنین، همزاد فرمیونی برای یک میدان پیمانه ای[1]در حالت کلی گیجینو[2] معرفی می شود. بنابر این برای میدان فوتون ، همزاد فرمیونی اش با فوتینو بیان خواهد شد که آنرا با λ[3] نشان می دهیم. این [ابر] چند گانه [4] مشابه فوتون بوده و دارای اعداد کوانتومی داخلی یکسان با فوتون است، در حالت خاص باید از لحاظ الکتریکی نیز خنثی باشد. بنابر این λ نمی تواند با $A^\mu(x)$ هیچ بر هم کنشی داشته باشد. توجه داشته باشید که این صرفا یک حالت خاص است. در ادامه برهم کنش بین ذرات پیمانه ای با ذرات همزاد شان را از نظر خواهیم گذراند. در حالت کلی نظریه پیمانه ای ابر تقارن $N=1$، بر هم کنش بین میدان های پیمانه ای و میدان های همزادشان را بررسی می کند [۱۵].

اکنون با این مقدمه ابتدا بحث را با لاگرانژی این نظریه شروع می کنیم و در ادامه تبدیلات پیمانه ای و تبدیلات ابر تقارنی در فرمالیزم ابر میدان را برای نظریه ی مذکور بیان خواهیم کرد.

---

[1] $gauge\ field$

[2] $gaugino$

[3] λ اسپینور می باشد.

[4] ابر چند گانه موجودی است که هر دو حالت فرمیونی و بوزونی را در خود دارد. این حالت های فرمیونی و بوزونی توسط عملگر ابر بار Q به هم مربوط می شوند.