

مؤسسه آموزش عالی آمار

رساله اول برای اخذ فوق لیسانس آمارشناسی (درجه ۱)

ترجمه قسمتی از کتاب آمار ریاضی (جلد دوم)

تالیف :

کنی و کیپینا گ

تجدید چاپ ۱۹۶۵

بوسیله

مینو کمپانی

براهنمائی :

دکتر عباسقلی خواجه نوری

استاد آمار دانشگاه تهران و رئیس مؤسسه آموزش عالی آمار

سال ۱۳۵۱

۱۰۶۳

تقدیم به برادر م فریدون

” بخاطر علاقه فراوانش به ریاضیات ”

۱۰۶۳۶

” فهم — رست ”

شماره صفحه

عنوان

فصل اول

احتمال

۳	۱-۱ اهمیت
۶	۱-۲ تعریف کلاسیک احتمال
۷	۱-۳ تعریف فراوانی
۱۱	۱-۴ تعاریف دیگر احتمال
۱۲	۱-۵ بعضی قضایای جبری
۱۶	۱-۶ چند قضیه اساسی از احتمال
۲۲	۱-۷ طرح احتمال با اصول متعارف
۲۴	۱-۸ مثالهایی از احتمال
۲۸	۱-۹ احتمالات پیوسته
۳۱	۱-۱۰ قضیه بیز
۳۸	۱-۱۱ قضیه بیز برای حوادث آینده
۳۹	مسائل

فصل دوم

توزیع و جمله ای و تقریب های نرمال و پواسن

۴۵	۲-۱ توزیع و جمله ای یا توزیع برنوشی
۴۷	۲-۲ نمایش گرانیکی

شماره صفحه

عنوان

۴۸	توابع فراوانی - انتگرالهای استلیس	۲-۳
۵۰	توابع توزیع	۲-۴
۵۱	امید ریاضی	۲-۵
۵۳	گشتاورها	۲-۶
۵۵	توزیع کشی	۲-۷
۵۷	گشتاورهای توزیع برنوتی	۲-۸
۵۹	مسائل	
۶۴	تقریب د و جمله‌های بوسیله منحنی نرمال	۲-۹
۶۸	تمرینات	
۷۰	قضیه د و موارد - لا پلاس	۲-۱۰
۷۳	نمونه‌گیری ساده صفات	۲-۱۱
۷۸	قضیه برنوتی	۲-۱۲
۸۰	جد اول قانون نرمال	۲-۱۳
۸۴	تقریب نمائی پواسن	۲-۱۴
۸۷	طرح‌های پواسن ولکس	۲-۱۵
۸۹	توزیع فوق هندسی	۲-۱۶
۹۲	مسائل	

فصل سوم

	بعضی توابع و انتگرالهای مفید	
۱۰۰	بعضی خواص انتگرالهای معین	۳-۱
۱۰۲	تابع گاما	۳-۲

<u>شماره صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱۰۶	تقریب استرلینگ ۳-۳
۱۰۹	تابع بتا ۳-۴
۱۱۰	تبدیل به توابع گاما و بتا ۳-۵
۱۱۲	توابع ناقص بتا و گاما ۳-۶
۱۱۳	مسائل

فصل چهارم

توزیع های دویا چند متغیره - توابع مولد گشتاور - قانون

اعداد بزرگ

۱۱۷	توزیع مشترك د و متغیره ۴-۱
۱۱۹	گشتاورها ۴-۲
۱۲۰	متغیره های ناپیوسته ۴-۳
۱۲۲	توزیع مشترك چند متغیره ۴-۴
۱۲۲	چند قضیه از امید ۴-۵
۱۲۵	توابع مولد گشتاور و توابع مشخص ۴-۶
۱۲۶	مثالهایی از توابع مولد گشتاور ۴-۷
۱۲۹	تغییر مقیاس و امید ۴-۸
۱۳۰	قضیه فردیت توابع مشخص ۴-۹
۱۳۱	کومولا نهها و تابع مولد کومولا ن ۴-۱۰
۱۳۲	خاصیت جمع پذیری کومولا نهها ۴-۱۱
۱۳۶	تصحیحات شپارد ۴-۱۲
۱۳۹	تبدیل های خطی متعامد ۴-۱۳

<u>شماره صفحه</u>	<u>عنوان</u>
۱۴۲	نامساوی بی بین امه - چه بی چف ۴-۱۴
۱۴۳	قانون خفیف اعداد بزرگ ۴-۱۵
۱۴۴	قانون شدید اعداد بزرگ ۴-۱۶
۱۴۷	قضیه حد مرکزی ۴-۱۷
۱۵۰	مسائل

فصل پنجم

توزیع های گاما و بتا و کای اسکور - دستگاه های منحنی پیرسن
و گرام چارلر - برازاندن منحنی

۱۵۸	توزیع گاما ۵-۱
۱۶۰	توزیع بتا ۵-۲
۱۶۳	توزیع کای اسکور ۵-۳
۱۶۶	توزیع مجموع مربعات ۵-۴
۱۶۹	مسائل
۱۷۰	دستگاه پیرسن ۵-۵
۱۷۵	بعضی انواع پیرسن ۵-۶
۱۷۹	سریهای گرام چارلر و گارت ۵-۷
۱۸۲	برازاندن منحنی ۵-۸
۱۸۵	یک مثال از برازاندن منحنی ۵-۹
۱۸۷	آزمون های تقریبی حالت نرمالی ۵-۱۰
۱۸۹	توزیع کثیر الجمله ۵-۱۱
۱۹۲	کای اسکور بعنوان منیاس انحراف نمونه ۵-۱۲

شماره صفحه

عنوان

۱۹۶	آزمون گای اسکور فرضی ما	۵-۱۳
۲۰۰	آزمون گای اسکور عملی در برابر زانندن منحنی	•-۱۴
۲۰۷	توزیع نرمال لگاریتمی	۵-۱۵
۲۰۹	مسائل	

منابع

مقدمه ————— :

شورای مؤسسه آموزش عالی آمار رساله اول اینجانب را برای اخذ فوق

لیسانس آمار شناسی (درجه ۱) ترجمه بخشی از یک کتاب آمار ریاضی بنام :

MATHEMATICS OF STATISTICS

PART TWO

BY

J.F.KENNEY University of Wisconsin.

E.S.KEEPING University of Alberta. Rep. 1965

تعیین نمود، آنچه اثنون بعنوان رساله اول از ناخواننده محترم میگذرد ترجمه ایست

از فصل اول کتاب مزبور که محتوی بسیاری از مفاهیم و مطالب اصلی آمار ریاضی میباشد .

در این ترجمه سعی فراوان بعمل آمد که تا حد امکان از اصطلاحات ریاضی و آماری موجود

در زبان فارسی استفاده گردد و خوشبختانه جز در یکی دو مورد، واژه‌های موجود که شمره

زحمت و تفکر پیشگامان علم ریاضی و آمار در این کشور میباشد تکافوی احتیاجات مترجم را نموده

است .

با توجه به اهمیت روز افزون کاربرد روشهای آماری در علوم مختلف و لزوم یادگیری

این علم احتیاج به ترجمه کتابهای مفید در این زمینه روز بروز افزون تر میگردد . و امید است

ترجمه کامل این کتاب که عنقریب بر اهنمائی استاد ارجمند جناب آقای دکتر خواجه نوری

توسط اینجانب بعمل خواهد آمد خدمت کوچکی به علاقمندان یادگیری علم آمار باشد .

از آنجا که مفهوم احتمال اساس استنباط آماری است فصل اول این کتاب به بیان

حساب احتمالات و تضایای مهم آن تشخیص داده شده . در فصل دوم توزیع ها و تقریب
 نهای نرمال و بواسن که دارای اهمیت اساسی در هر نوع مطالعه آماری میباشد شرح داده
 شده ، فصل سوم اختیام بصرفی توابع وانتگرالهائی دارد که در فهم مطالب مورد
 بحث بسیار مفید تشخیص داده شده و فصل چهارم به بحث درباره توزیع های چند متغیره
 و توابع مولد گشتا و روقانون اعداد بزرگ اختیامی دارد . فصل پنجم عبارت از معرفی
 توزیعیهای گاما و بتا و کای اسکور و نیز شرح دستگاشهای پیرسن و گرام چارلروه همچنین
 مطالب مهمی در مورد پرازاندن، منحنی میباشد .

وظیفه دارم از جناب آقای دکتر عباسقلی خواجه نوری استاد محترم و رئیس موسسه
 آموزش عالی آمار که از راهنمایی های ذیقیمت ایشان در دانشکده کشاورزی و موسسه آموزش
 عالی آمار همواره بهره مند بوده ام و نیز در نوشتن این رساله راهنمایی اینجانب را بعهده
 داشته اند صمیمانه سپاسگزاری نمایم .

همچنین از آقای مهندس محمد باقر سخاوت نیز بخاطر زحمات فراوانی که در تنظیم
 رساله اینجانب متحمل شده اند بینهایت متشکرم .

فصل اول

"احتمال"

۱-۱ - اهمیت :

نظریه احتمال یکی از جالبترین بخشهای ریاضیات جدید است و بعلمت کاربرد آن در بسیاری از رشته‌های آموزشی روز بروز بر اهمیت آن افزود می‌گردد. احتمالات نه تنها در نظریه بیمه و آمار، بلکه در بسیاری از رشته‌های علوم بیولوژی و فیزیک اهمیت اساسی دارد، نقل قولهای زیر از نویسندگان معاصر اهمیت نظریه احتمال را در فلسفه علوم جدید بیان میکند.

اولین بار هکسلی (۱) ادعا کرد: اگر شش میمون را جلو ماشینهای تحریر نشانده و آنها را وارد کنیم که در مدت میلیونها میلیون سال تمام کتابهای موزه بریتانیا را ماشین کنند، این میمونها با ناشیگری و بی شعورانه روی تکمه‌های ماشین تحریر می‌زنند. اگر آخرین صفحهای را که یک میمون معین ماشین کرده است امتحان کرد، بویبینیم که این میمون با وجود عمل کورکورانه اش بر حسب تصادف یک غزل شکسپیر را ماشین کرده است حقیقتاً باید وقوع آنرا اتفاق قابل توجهی تلقی نمائیم ولی اگر میان میلیونها صفحه ای که میمونهای میلیونها سال ماشین کرده‌اند بگردیم میتوانیم مطمئن باشیم که یک غزل شکسپیر را در بین نوشته‌های کورکورانه و تصادفی آنها خواهیم یافت.

این موضوع و سایر ملاحظات برای بسیاری از فیزیک دانان این فرض را بوجود آورده

است که در وقایعی که فقط آنها و الکترونها ملحوظند قانون علیت (۱) وجود ندارد و علیت ظاهری در پیشامدهای عظیم فقط یک طبیعت آماری دارد . وقتی با انبوه آنها و الکترونها سروکار داریم قانون ریاضی میانگین شاعلیت را وضع میکند در حالیکه قوانین فیزیکی از وضع آن عاجز است ما فقط میتوانیم به حساب احتمالات صحبت کنیم .

(۲) اقتباس از کتاب جهان اسرار آمیز سیر جیمس جینس .

بمنظور درک طبیعت علم زندگی اجتماعی و اقتصادی دانستن مطالبی در باره نظریه احتمالات لازم است . زیرا دانش در این رشته ها ذاتاً نامعین است . در این مورد دو عقیده اساسی وجود دارد که برای درک علوم اجتماعی فهم آنها لازم است . عقیده اول اینست که علم تماماً فلسفی است . هدف افتخار آمیز عهد فلسفه کشف و تعبیر مشخصات طبیعت (در حد ممکن فکری بشر) بود . در اینجا طبیعت به مفهوم همه چیز مادی یا جسمانی محیط خارج بشر و خود بشر می باشد . در بسیاری از رشته ها فکری بشر در طبیعت اسرار آمیز رسوخ کرد و دانش مربوط به آنها را بوجود آورد . در جنبه های فیزیکی (درونی و بیرونی بشر هر دو) پیشرفتی بزرگ برای رسیدن به دانش دقیق در حد و معینی صورت گرفته است . در حالیکه در همان هنگام در رشته روانشناسی پیشرفت در جهت افزایش احتمالات تعداد زیادی از فرضهای مختلف بود . اما از مشخصات جنبه های دانش روانی (۳)

اینست که حقایق در این رشته‌ها نامعلوم و مفصل و بدون تحرك میباشد . حتی در نیای فیزیکی و شیمیایی به‌ویژه وقتی در مقابل سرعت‌های زیاد و ذره‌های بی‌نهایت کوچک داخل اتم قرار میگیریم کشفیات سال‌های اخیری روی قلمرو عظیم عدم علیت متکی میشود . عقیده دوم اینست که در تمام رشته‌های دانش حتی در دانش فیزیک در آنسوی حیطه^۱ محدود دانش نسبتاً دقیق که بشر گردآوری کرده مرز وسیعی از اندیشه وجود دارد . وظیفه فلسفه اینست که با وسیله جدید خود یعنی روش علمی بصورت اندیشه در زرفمای این قلمرو دانش رسوخ کند . در وهله^۲ اول ، دخول اندیشه با توسعه نظریه احتمالات ممکن گردد .

(۱) از کتاب آمار مقدماتی جمس . ژ . اسمیت

در طبیعت نوعی علل تصادفی وجود دارد که میتوان اثرات آنها را با یکا بر بردن —

نظریه^۱ احتمالات عادی که در آن احتمالات حقیقی بطور محدودی از نظر آمار جانمایی

احتمالات ریاضی شده پیش بینی کرد .

(۲) از کتاب کنترل اقتصاد کیفیت محصولات تولیدی

1- Elementary Statistics, James G. Smith

2- Economic Control of Quality of Manufactured Product .

چنین پیداست که توسعه بیشتر نظریه احتمالات در ده بیست سال آینده شروع

فصل مهمی در تاریخ علم باشد .

(۱) مجله علم ، ۱۸ ژانویه ۱۹۲۹

توسعه عظیم کاربرد آمار در بیست سال اخیر به توسعه ریاضی نظریه احتمالات

بستگی داشته و بر اساس آن به حیز امکان درآمده است .

(۲) . هارولد هتلینگ ، مجله انجمن آمار آمریکا فوق العاده

مارس ۱۹۳۲ .

۱-۲ - تعریف کلاسیک احتمال :

با اینکه احتمال نقش اساسی را در نظریه آمار بعهده دارد تعریف آن بطور رضایت

بخش آسان نیست و کوششهای زیادی در این مورد بعمل آمده که مختصراً " بعضی از تعاریف

احتمال را ملاحظه خواهیم کرد .

تعریف کلاسیک احتمال بنا به تعریف لاپلاس بشرح زیر است :

اگر حادثه ای با n طریق مانعاً الجمع شبیه هم اتفاق بیافتد و $\frac{1}{n}$ تا از این

طرق مطابق وضعیتی باشد که بنام موفقیت می نامیم در این صورت احتمال موفقیت در هر

آزمایش $\frac{1}{n}$ است .

مثلاً " اگر آمدن شیر یا خط در یک سکه کاملاً یکسان باشد احتمال آمدن شیر $\frac{1}{2}$ است

1- Science , January 18, 1929

2- Harold Hotelling , Journal American Statistical Association
March Supplement , 1931 !

این تعریف بار رنظر گرفتن بعضی فرضها مثل همگن و نااریب بودن تاس و یا هر خوردن کامل يك دسته ورق برای بسیاری از مسائل ناشی از تمار قابل استفاده است. در حقیقت بمنظور مقابله با چنین مسائلی بود که اولین بار احتمال ریاضی در نیمه ۶ دوم قرن نوزدهم توسعه پیدا کرد.

ولی این تعریف نقائص آشکاری دارد از جمله اینکه چگونه باید بدانیم طرق مختلف اتفاق افتادن يك حادثه کاملاً "یکسان و شبیه هم است و نیز در مورد مسائلی که شرایط یکسان و شبیه هم نیستند چگونه باید رفتار کرد. مثلاً ۳ احتمال معین آوردن ۶ بايك تاس اریب البته نیست. بعلاوه مسائلی وجود دارد که در آنها عده طرق را به علت نامحدود بودنشان نمیتوان شمرد. مثلاً "ممکن است سؤال کنیم اگر نقطه ای را به تصادف در داخل دایره ۶ تیراندازی در نظر بگیریم احتمال اینکه این نقطه در لکه وسط دایره بیفتد چیست؟ اگر برای انتخاب تصادفی روش دقیق علمی داده شده باشد میتوانیم يك جواب عددی باین سؤال بدسیم. باین دلائل متعدد بسیار از نویسندگان تعریف های مختلفی را ترجیح داده اند.

۳-۱- تعریف فراوانی :

احتمال اینکه يك مرد ۵ ساله آمریکایی که قابلیت گذراندن آزمایشات پزشکی را دارد طی یکسال بمیرد بی شك معنایی دارد که نمیتوان بوسیله تعریف کلاسیک بیان داشت.

چنین احتمالی توسط يك شرکت بیمه برآورد شده و حق بیمه‌ایکه برای دریافت . . . (دلار بیمه باید پرداخت گردد از روی آن مدین میشود . مبنای برآورد این احتمال جدا اول متعدد مرگ و میراست که از روی بایگانی موسسات مربوطه تهیه میگردد . بعبارت دیگر احتمال بطریقه آماری برآورد میشود نه بطریق احتمال پیشین . (۱) از این طریق میتوان - احتمال را بشرح زیر تعریف کرد :

اگر پیشامدی R مرتبه n و موفقیت آمیز در m آزمایش تصادفی مستقل که تماما " شرایط اساسی یکسان دارند اتفاق بیافتد نسبت $\frac{m}{n}$ بنام فراوانی نسبی موفقیت نامیده میشود . حد $\frac{m}{n}$ وقتی n بسمت بینهایت میل میکند احتمال موفقیت در يك آزمایش است البته برای این تعریف هم محدودیتی وجود دارد و آن اینکه چگونه میتوان دانست که تمام شرایط اساسی ثابت باقیمانده اند ؟ در مورد بیمه که بطور خلاصه قبلا " گفته شد می دانیم که شرایط ثابت نمانده است . بعلمت پیشرفت بهداشت و ترقی علم پزشکی چندین سال است که متوسط عمر معمولی افزایش مییابد ، اما این مشکل برای تمام رشته‌ها علوم که در آنها تکرار (۲) يك تجربه یا مشاهده لازم است عمومیت دارد . محقق باید به قضاوت خود در تشخیص عواملی که تاثير محسوس در نتیجه دارند اذینان داشته باشد . مشکل دیگر اینست که در این تعریف ما نمیتوانیم احتمال تجربی را دقیقاً " بدانیم زیرا هیچوقت - نمیتوانیم بینهایت آزمایش انجام دهیم . اما وقتی n خیلی بزرگ است برآورد خیلی خوبی از احتمال میتوان حاصل کرد و این برآورد معمولاً " کافی است .