بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه پیام نور

مرکز شیراز

پایان نامه برای دریافت درجه کارشناسی ارشد

در رشته آمار ریاضی

دانشکده علوم ریاضی

گروه علمی آمار

عنوان پایان نامه:

برآورد پارامترهای رگرسیون فازی

استاد راهنما:

سرکار خانم دکتر محبوبه حسین یزدی

استاد مشاور:

سرکار خانم دکتر نرگس عباسی

نگارش:

فریبرز جلالی

ماه و سال

شهریورماه ۱۳۸۹

دانشگاه پیام نور

بسمه تعالی

تصویب پایان نامه

پایان نامه تحت عنوان

برآورد پارامترهای رگرسیون فازی

که توسط آقای فریبرز جلالی در مرکز شیراز تهیه و به هیأت داوران ارائه گردیده است مورد تأیید می باشـد.

تاریخ دفاع: ۱۳۸۹/٦/۲۳	نمره: ۱۸/۷۵	درجه ارزشیابی : عالی

اعضای هیأت داوران:

نام و نام خانوادگی	هیأت داوران	مرتبه علمی	امضاء
۱- سرکار خانم دکتر محبوبه حسین یزدی	استاد راهنما	استادیار	
۲- سرکار خانم دکتر نرگس عباسی	استاد مشاور	دانشیار	
۳- جناب آقای دکتر علی شادرخ	استاد داور	استادیار	
٤- جناب آقای دکتر بهمن یوسفی	نماینده تحصیلات تکمیلی	استاد	

تقدیم به:

همسر عزیزم که با بردباری خویش همیشه مشوقم بوده است.

سپاسگزاری

سپاس و ستایش مخصوص پررودگار شکوهمند و با عظمتی است که انسان را به نعمت خرد و دانش مزین نموده تا انسان بوسیله این امانت الهی به وجود آن ذات بی همتا واقف گردیده و با خشوع و خضوع کامل در برابر درگاه احدیتش، پیشانی بندگی بر خاک بساید و درود و سلام آفریدگار و جمیع انبیاء و اوصیاء بالاخص حضرت محمد مصطفی (صلی الله علیه و آله سلم) و خاندان پاک و مظلومش و آخرین موعود بشریت حضرت ولی عصر (ارواحناه فداه)

نخست لازم می دانم از بزرگواری و مساعدتهای بی دریغ سرکار خانم دکتر محبوبه حسین یزدی قدردانی نموده و نیزاز سرکار خانم دکتر نرگس عباسی که افتخار شاگردی ایشان را تشکر می نمایم.

از آقای دکتر علیرضا عرب پور بخاطر همه لطف و بذل بی دریغ اندوخته های علمی شان بی نهایت سپاسگزارم و نیز از آقای دکتر علی شادرخ به جهت تقبل داوری پایان نامه سپاسگزارم.

نهایتا زحمات تمام عزیزانی که در این مسیر همکاری نمودند را ارج نهاده و سایه درخت علم شان بر تمامی دانشجویان این مرز و بوم مستدام باد.

چکیده

در روش های رگرسیون کلاسیک ، اختلاف بین مقادیر مشاهده شده متغییر خروجی (پاسخ) و مقادیر برآورد شده آن به عنوان خطا در نظر می گیریم در ساده ترین حالت ، این خطا می توانند به عنوان متغییر های تصادفی نرمال با میانگین صفر و واریانس ثابت فرض شوندااما در برخی از معادلات (برای مثال وقتی مشاهدات یا عباراتی مانند،کوتاه، بزرگ، ،نزدیک به ۵ ، سنجیده می شوند.) مشاهدات فازی بوده و رابطه بین متغییر پاسخ و متغییر های ورودی(پیشگویی) دقیق و خوش تعریف نمی باشند بنابراین، با استفاده از مدل رگرسیون فازی ، که رابطه بین داده های خروجی و ورودی را با یک تابع فازی مشخص می کند، نیاز داریم به روش های مختلفی برای برآورد ضرایب رگرسیون در مدل های رگرسیون خطی، که ارائه شده است

در این رساله جهت برآورد پارامترهای رگرسیون خطی فازی به روش مجموع کمترین مربعات، الگوریتم تکراری گرادیان نزولی و نیز روش برنامه نویسی ریاضی معرفی شده و عملکرد روشهای پیشنهادی را با ذکر چند مثال نشان می دهیم

کلمات کلیدی : رگرسیون فازی ، اعداد مثلثی و ذوزنقه ای ، برش ها ، تابع عضویت ، الگوریتم تکراری گرادیان نزولی ، برنامه نویسی ریاضی

فهرست مطالب

عنوان صفحه

فصل چهارم: برنامه ریاضی در مدل رگرسیون فازی براساس مجموعه ها

فصل پنجم : مجموعه مربعات باقیمانده ها در رگرسیون فازی

فصل اول

مفاهیم و تعاریف فازی

۱-۱ مقدمه

نظریه مجموعه های فازی برای نخستین بار در سال ۱۹۶۵ توسط دکتر لطفی عسکرزاده [۳۵] دانشمند ایرانی تبار و استاد دانشگاه برکلی به دنیای علم عرضه شد. محقیقن زیادی از آن تاریخ در توسعه این مفهوم تلاش کرده و آن را در زمینه های مختلف بکارگرفته اند[۴].

در این فصل بمنظور آشنایی با مفاهیم فازی و درک بهتر مطالب در ابتدا مفاهیم مجموعه های فازی بطور مفصل بیان شده و تعریف و مفاهیم اولیه فازی از قبیل: مفهوم مجموعه های فازی، عملگرهای جبری، شیوه تبدیل اعداد فازی به اعداد غیر فازی و ... را بیان خواهیم نمود.

۱-۲ مروری بر ادبیات تحقیق

رگرسیون فازی نخستین بار توسط "تاناکا[۱]" و همکاران (۱۹۸۲)[۳۴] مورد بحث و بررسی قرار گرفت. "تاناکا" فرض کرد داده ها اعداد فازی مثلثی هستند و با مینیمم کردن یک شاخص فازی ضرایب رگرسیونی را تخمین زد و بعدها توسط محققین زیادی دنبال گردیده و گسترش یافت. در مواجهه با مساله رگرسیون چندین روش وجود دارد.

روش کمترین مربعات توسط "کلمینس[۲]"[۶] (۱۹۸۷) ارائه گردید که بر اساس استفاده از یک فاصله، روی مجموعه از اعداد فازی مثلثی به منظور کمینه کردن مجموع مربعات فواصل مقادیر خروجی فازی مشاهده شده و مقادیر بر آورد شده فازی آنها بنا شده است. "ما و همکاران"[۲۰] (۱۹۹۷) روش مورد استفاده توسط "کلمینس" را به اعداد فازی غیر مثلثی تعمیم دادند. "چانگ" و "لی"[۸] (۱۹۹۶) با استفاده از یک روش رتبه بندی اعداد فازی ، به کمینه کردن قدر مطلق تفاضل رتبه اعداد فازی مشاهده شده و اعداد فازی بر آورد شده متناظرشان پرداختند. "عربپور و همکاران" (۲۰۰۴) با استفاده از مفهوم مقایسه اعداد فازی و بکار گیری برنامه ریزی خطی برای مدل رگرسیون فازی با ورودی غیر فازی و خروجی فازی روشی ارائه نمودند. "توماهر[۳]" و "ناکاشیما" و"یتد پدرسز" [۵](۲۰۰۷) روش بهینه سازی الگوریتم تکراری نزولی برای رگرسیون چندگانه با متغییر های فازی را جهت برآورد ارایه دادند. "عربپور و تاتا" [۴] (۲۰۰۸) با تعمیم متر تعریف شده توسط دیاموند، بر آورد ضرایب مدل رگرسیون فازی به روش کمترین مربعات خطاها، برای اعداد مثلثی و ذوزنقه ای روش جدیدی ارائه نمودند. "ترابی و بهبودیان"[۳۵] (۲۰۰۷) روشی را برای انجام رگرسیون کمترین انحرافات مطلق فازی با استفاده از اصل تجزیه برای مدلی با ورودی و خروجی فازی ارائه نمودند. "حسن پور و همکاران " [۱۷](۲۰۰۷) شیوه جدیدی با عنوان برنامه ریزی آرمانی را برای بر آورد ضرایب رگرسیون خطی فازی با روش کمترین قدر مطلق خطا و استفاده از یک فاصله وزن دار بین اعداد فازی مثلثی، ارائه نمودند . حجتی و همکاران[۱۶](۲۰۰۵) مساله برنامه ریزی ریاضی را برای دو حالت : اولی، متغییرهای ورودی غیر فازی و متغییر خروجی فازی و دومی هم متغییرهای ورودی، و هم متغییرخروجی فازی، ارائه نمودند. "آبدالا و باکلی"[۳] (۲۰۰۷) با استفاده از روش های عددی مونث کارلو، یک روش جدید در زمینه فازی بیان نمودند. که بهترین جواب، یک بردار از اعداد غیر فازی برای ضرایب حاضر در مدل است. در این روش یک مولد اعداد شبه نرمال برای تولید دنباله های تصادفی بردارهای غیرفازی که بطور یکنواخت فضای جستجو را پر می کند، استفاده شده است.

---

[۱] Tanaka
[۲] Celmins

و بالاخره "رزاق نیا و پاشا"[۱۵] (۲۰۰۹) یک روش الگوریتم ریاضی را در رگرسیون خطی فازی را برای مدلهای رگرسیون خطی فازی ارایه نمودند که هر دو متغییر وابسته و مستقل بر روی تابع هدف تاثیرگذار بوده و داده های پرت مشکلاتی برای مدل بوجود نمی آورند.

۱-۳ مجموعه‌های معمولی- مجموعه‌های فازی

۱-۳-۱ مفاهیم اولیه

قبل از اینکه به تعریف مجموعه‌های فازی بپردازیم، یکبار دیگر مجموعه‌های معمولی را مرور می‌کنیم.

در مجموعه‌های معمولی یک شرط همواره برقرار است و آن هم قطعیت در مورد انتخاب عناصر مجموعه است. به عنوان مثال در مجموعهٔ $A=\{۲,۴,۶\}$ همه می‌دانند که $۲ \in A$ و $۳ \notin A$ و به همین ترتیب $۴ \in A$ است ولی هر عدد دیگری مخالف ۲ ، ۴ و ۶ عضو A نیست.

اما در مورد انسانهای قد بلند، همه یک صدا نیستند. به عبارت دیگر، مفهوم قد بلندی خوش تعریف نیست زیرا مفهوم قد بلندی نادقیق و مبهم است و هیچ قراردادی وجود ندارد که همه یک صدا آن را بپذیرند و حتی اگر چنین قراردادی وجود داشته باشد، معمولاً عاقلانه و منصفانه نخواهد بود.

ما انسانها همیشه در ذهن خودمان برای مفاهیم نادقیق نوعی رتبه‌بندی قائلیم. مثلاً نمره بسیار خوب، نمره خوب، نمره تاحدی خوب، نمره متوسط،....

یا انسانهای بسیار قد بلند، قد بلند، تا حدی قد بلند، قد متوسط،... .

خوب است که بتوانیم این نوع تفکر را فرموله کنیم. برای فرموله کردن این نوع نگرش، شاید بد نباشد که به تابع مشخصه یک مجموعه توجه کنیم. تعریف تابع مشخصه را با هم مرور می‌کنیم:

فرض کنید X یک مجموعه و$A \subseteq X$. در اینصورت تابع مشخصه A که باχ_A نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\chi_A : X \to \{۰,۱\}$$

$$\chi_A(x) = \begin{cases} ۱ & \text{اگر } x \in A \\ ۰ & \text{اگر } x \notin A \end{cases} \quad (۱-۱)$$

به عبارت دیگر، ریاضیاتی که تا کنون با آن سروکار داشته‌ایم خشک، ترد و شکننده است و تابع مشخصه برای هر $x \in X$ فقط مقادیر ۰ یا ۱ را اختیار می‌کند و یک تابع ناپیوسته است.

۱-۳-۱ مثال

فرض کنید $X=\{a_1, a_2, \ldots, a_6\}$ و $A=\{a_2, a_4, a_6\}$. در این صورت می‌توان A را به صورت زیر نیز نمایش داد:

$A=\{(a_1, 0), (a_2, 1), (a_3, 0), (a_4, 1), (a_5, 0), (a_6, 1)\}$

به این ترتیب مؤلفه دوم هر زوج مرتب، مشخص می‌کند که هر یک از اعضاء X متعلق به A هستند یا نه.

حتماً با مقدماتی که در مورد تابع مشخصه یک زیر مجموعه بیان شد، حدس زده‌اید که راه گذر از دنیای خشک و شکننده ۰ یا ۱ به دنیای جدید کدام است. یکی از راه های گریز از این منطق خشک، تبدیل مجموعه $\{0,1\}$ به بازه $[0,1]$ است، جایی که تابع مشخصه A می‌تواند تا بی-نهایت مقدار متفاوت انتخاب کند و به این ترتیب راه را برای تفکر فازی ما باز می کند.

۱-۳-۲ تعاریف اولیه

فرض کنید X یک مجموعه ناتهی باشد. در اینصورت هر زیر مجموعه فازی X توسط یک تابع $\mu_{\tilde{A}}: X \to [0,1]$ به نام تابع عضویت[۴] مشخص می‌شود. که در آن برای هر $x \in X$، مقدار $\mu_{\tilde{A}}(x)$ میزان عضویت x را در آن مجموعه فازی مشخص می‌کند. مجموعه فازی $\tilde{A}$ به صورت مجموعه ای از زوجهای مرتب تعریف می‌شود، که مؤلفه اول آنها x ومؤلفه دوم آنها $\mu_{\tilde{A}}(x)$ است یعنی:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) | x \in X\}$$

۱-۳-۲-۱ مثال

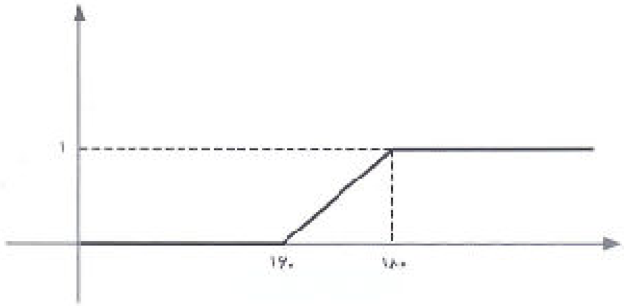
فرض کنید X مجموعه انسانها و P خاصیت بلند قد بودن باشد. می‌توانیم زیر مجموعه فازی $\tilde{A}$ را به صورت زیر تعریف کنیم:

۱- تمام انسانهایی که قدشان از ۱۸۰ سانتیمتر بیشتر است، قد بلند هستند،

۲- تمام انسانهایی که قدشان از ۱۶۰ سانتیمتر کمتر است،کوتاه قد هستند (قد بلند نیستند)،

۴ *Membership function*

۳- برای انسانهایی که قدشان بین ۱۶۰ و ۱۸۰ سانتیمتر است می‌توانیم درجه عضویتی در مجموعه انسانهای قد بلند تعریف کنیم. این تعریف می‌تواند کاملاً سلیقه ای باشد(همانطور که مرزهای۱۶۰ و ۱۸۰ سانتیمتر کاملاً سلیقه ای هستند). برای مثال $\mu_{\tilde{A}}(x) = \frac{x-۱۶۰}{۱۸۰-۱۶۰}$ را در نظر بگیرید. شاید این تابع یکی از ساده ترین توابعی باشد که بتوان تعریف کرد. برای درک شهودی از تابع عضویت $\tilde{A}$ به نمودار آن توجه کنید:



شکل ۱-۱

به این ترتیب برای انسانی با قد ۱۷۵ سانتیمتر می‌پذیریم که میزان عضویت این انسان در زیر مجموعه فازی انسانهای قد بلند برابر است با $\mu_{\tilde{A}}(۱۷۵) = \frac{۱۷۵-۱۶۰}{۱۸۰-۱۶۰} = ۰/۷۵$.
تابع عضویت یک مجموعه فازی می‌تواند گسسته و حتی با مجموعه مقادیر متناهی باشد.

۱-۳-۲-۲ **تعریف** (تکیه گاه[۵] یک مجموعه فازی)

تکیه گاه مجموعه فازی $\tilde{A}$ که با($supp(\tilde{A})$ نمایش داده می‌شود، عبارت است از عناصری از X که مقدار تابع عضویت $\tilde{A}$ در آن نقاط بزرگتر از صفر است. به عبارت دیگر

$supp(\tilde{A}) = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > ۰\}$

۱-۳-۲-۳تعریف

ارتفاع مجموعه فازی $\tilde{A}$ که با $h(\tilde{A})$ نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$h(\tilde{A}) = sup_{x \in X}\ \mu_{\tilde{A}}(x) \qquad (۱-۲)$$

۱-۳-۲-۴ مثال

مجموعه $X = \{۱,۲,۳,۴,۵,۶\}$ و زیر مجموعه فازی

$\tilde{A} = \{(۱, ۰/۲), (۲, ۰/۴), (۳, ۰/۵), (۴, ۰/۷), (۵, ۰), (۶, ۰)\}$

را در نظر بگیرید. در این صورت $sup(\tilde{A}) = \{۱, ۲, ۳, ۴\}$ و $h(\tilde{A}) = ۰/۷$

[۵] Support

۱-۳-۲-۵ تعریف

مجموعه فازی $\tilde{A}$ را نرمال گوییم هرگاه $h(\tilde{A})=۱$ و در غیر این صورت $\tilde{A}$ را غیر نرمال می‌نامیم.

۱-۳-۲-۶ نمایش مجموعه های فازی

برای نشان دادن یک مجموعه فازی روشهای مختلفی بکار گرفته شده است. یک روش، بکار بردن مستقیم تابع عضویت فازی است. برای مثال اگر $X=\{۰,۱,۲,۳,۴\}$ باشد، زیر مجموعه فازی A از X که((نزدیک بودن به ۲)) را نشان می دهد، می تواند بوسیله تابع عضویت زیر تعریف شود:

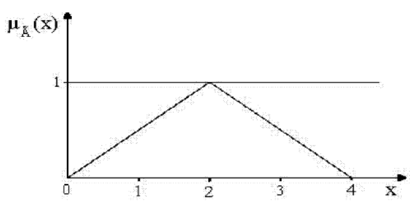
$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} ۰ & x=۰ \\ ۰/۵ & x=۱ \\ ۱ & x=۳ \\ ۰/۵ & x=۴ \\ ۰ & x=۵ \end{cases}$$

در اینجا مقدار۵/. $=\mu_{\tilde{A}}(۱)$ بدین معنی است که عدد ۱ با میزان عضویت ۰/۵ عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ است و ۰ $=\mu_{\tilde{A}}(۴)$ یعنی عدد ۴ عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ نیست و ۱ $=\mu_{\tilde{A}}(۲)$ یعنی عدد ۲ کاملاً عضو مجموعه فازی $\tilde{A}$ است به عبارت دیگر عدد ۱ ویژگی" نزدیک بودن به ۲ " را با درجه عضویت ۰/۵ داراست و میزان عضویت عدد ۴ صفر می باشد

حال اگر مجموعه مرجع X را به صورت $X = [۰,۴] = \{ x \mid ۰ \leq x \leq ۴\}$ در نظر بگیریم " نزدیک بودن به ۲" را برای حالت پیوسته می توان توسط تابع عضویت زیر نمایش داد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x}{۲} & x\leq ۲ \\ \frac{۴-x}{۲} & x>۲ \end{cases}$$

که نمودار آن به صورت شکل۱-۲ است :



شکل ۱—۱: نمودار تابع عضویت عدد فازی $\tilde{A}$: «نزدیک بودن به ۲»

نمودارهای توابع عضویت می توانند به اشکال ، مثلثی ، ذوزنقه ای ، نمایی و ..... باشند . هر کدام از این اشکال ممکن است به صورت متقارن یا نامتقارن باشند .

در برخی موارد که X یک مجموعه شمارا به صورت $\{x_1, \dots, x_n\}$ باشد ، تابع عضویت یک مجموعه فا زی از X مانند $\tilde{A}$ را می توان به صورت زیر بیان نمود :

$$\tilde{A} = \left\{\frac{\mu_{\tilde{A}}(x_1)}{x_1}, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_2)}{x_2}, \dots, \frac{\mu_{\tilde{A}}(x_n)}{x_n}\right\}$$

در این قسمت با روش خیلی ساده، ارتباطی منطقی بین مجموعه‌های فازی و مجموعه‌های معمولی برقرار می کنیم و به این ترتیب اجازه می دهیم تا تمام تجربیات و اطلاعات ما به نوعی از مجموعه‌های معمولی به مجموعه‌های فازی منتقل شوند. این ارتباط را در تعریف زیر می‌بینیم. برای سهولت در کار مجموعه تمام زیر مجموعه‌های فازی X را با $\mathcal{F}(X)$ نمایش می-دهیم.

۱-۳-۲-۷ تعریف

فرض کنید X یک مجموعه معمولی و $\tilde{A} \in \mathcal{F}(X)$ باشد.

α-برش مجموعه فازی $\tilde{A}$ را که با $\tilde{A}_\alpha$ نمایش داده می‌شود، به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{A}_\alpha = \{x \in X \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha\} \qquad \alpha \in (0,1] \tag{۱-۳}$$

به عبارت دیگر α -برشهای $\tilde{A}$ مجموعه‌های معمولی هستند و نشان می‌دهند که کدامیک از اعضای X دارای حداقل مقدار عضویت α در $\tilde{A}$ هستند.

۱-۳-۲-۸ تعریف

مجموعه فازی $\tilde{A}$ را محدب می‌گوییم اگر و تنها اگر تمام α- برشهای آن محدب باشند.

همانطور که در این تعریف مشاهده می‌شود بوسیله تعریف تحدب روی مجموعه‌های عادی (α – برشها)، تحدب روی یک مجموعه فازی تعریف می‌شود. یادآوری می‌کنیم که مجموعه معمولی E را محدب[۶] می‌نامیم اگر

$$\forall x_1, x_2 \in E,\ \forall \lambda \in [0,1], \quad \lambda x_1 + (1-\lambda)x_2 \in E \tag{۱-۴}$$

به عنوان مثال تمام بازه‌ها در مجموعه اعداد حقیقی محدب هستند.

۱-۳-۲-۹ تعریف

مجموعه K را مخروط[۷] گوییم اگر رابطه زیر برقرار باشد:

$$\forall x \in K, \forall \lambda > 0 \ \rightarrow \ \lambda x \in K$$

---

[۶] convex
[۷] cone

۱-۴ اعداد فازی

در این بخش به تعریف عدد فازی می‌پردازیم و فرمهای رایج اعداد فازی که بیشتر در محاسبات مورد استفاده قرار می‌گیرند، معرفی می کنیم. برای انجام این کار می‌توان هر عدد حقیقی a را به صورت مجموعه تک عضوی $\{a\}$ در نظر گرفت و در نتیجه هر عدد حقیقی با در نظر گرفتن تابع مشخصه‌اش یعنی $\chi_{\{a\}}$ یک مجموعه فازی خواهد بود. اما این تابع فقط در یک نقطه (نقطه a) مقدار ۱ و در سایر نقاط مقدار صفر دارد. بیاد آورید که در تفکر فازی می‌توان مجموعه فازی تقریباً مساوی عدد a را تعریف کرد، یعنی همان کاری که همه ما در عمل انجام می‌دهیم.

۱-۴-۱ تعریف

مجموعه فازی $A \in F(R)$ را یک عدد فازی می‌نامیم اگر:

الف) $\tilde{A}$نرمال باشد (یعنی عنصر $x \in R$ وجود داشته باشد که $\mu_{\tilde{A}}(x) = ۱$)

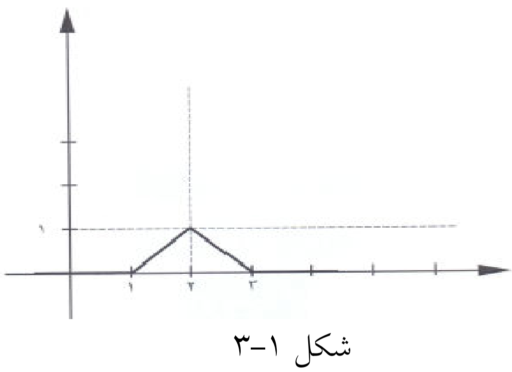
ب) تکیه‌گاه $\tilde{A}$ (یعنی$\mathrm{supp}\tilde{A} = \{x \in R \mid \mu_{\tilde{A}}(x) > ۰\}$) کراندار باشد

ج) α -برشهای $\tilde{A}$، فاصله‌های بسته باشند.

۱-۴-۲ مثال

مجموعه فازی زیر عدد فازی هستند:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} x - ۱ & \text{اگر} \quad x \in (۱,۲] \\ ۳ - x & \text{اگر} \quad x \in (۲,۳] \\ ۰ & \text{سایر جاها} \end{cases}$$



شکل ۱-۳

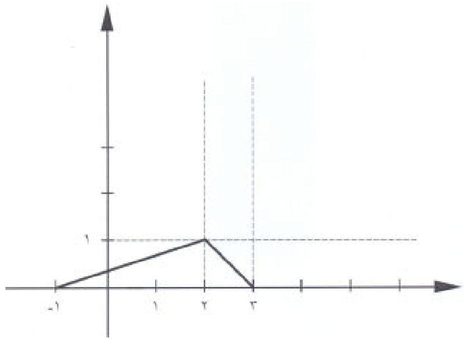
۱-۴-۳ تعریف

عدد فازی $\tilde{A} \in F(R)$ را مثلثی گوییم اگر برای $a,b,c \in R$ که $a \leq b \leq c$ ضابطه $\tilde{A}$ به صورت زیر باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-a}{b-a} & a \leq x \leq b \\ \frac{x-c}{c-b} & c \leq x \leq d \\ ۰ & \text{سایرجاها} \end{cases} \qquad (۵-۱)$$

۱-۴-۵ مثال

همانطور که از نام عدد فازی مثلثی استنباط می‌شود، نمودار این اعداد به شکل مثلث است. به عنوان مثال عدد فازی مثلثی برای c=۳, b=۲ , a=-۱ به صورت زیر خواهد بود:



شکل ۱-۴

یک عدد فازی ممکن است به صورت " حدود ۵ " " یک مقدار کمتر از ۸ " و غیره نمایش داده شود .

۱-۴-۶عملگرهای جبری

اگر $\tilde{A}_۱ = (m_۱, \beta_۱, \gamma_۱)$ و $\tilde{A}_۲ = (m_۲, \beta_۲, \gamma_۲)$ دو عدد فازی مثلثی باشند ، آنگاه :

$$۱) \begin{cases} K\tilde{A}_۱ = (km_۱, k\beta_۱, k\gamma_۱) & k>۰ \\ k\tilde{A}_۱ = (|k|m_۱, |k|\gamma_۱, |k|\beta_۱ & k<۰ \end{cases}$$

$$۲) \; \tilde{A}_۱ + \tilde{A}_۲ = (m_۱ + m_۲, \beta_۱ + \beta_۲, \gamma_۱ + \gamma_۲)$$

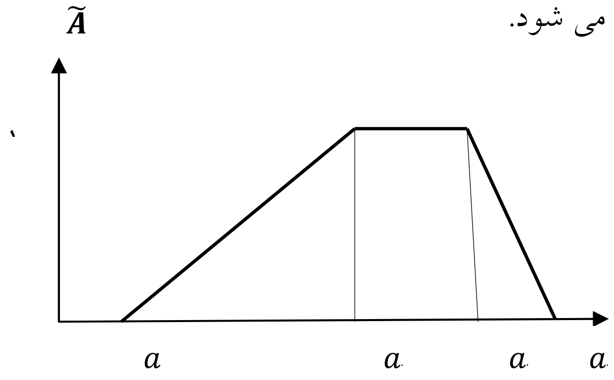
۳) $\tilde{A}_۱ - \tilde{A}_۲ = \tilde{A}_۱ + \left(-\tilde{A}_۲\right) = (m_۱ - m_۲, \beta_۱ + \gamma_۲, \beta_۲ + \gamma_۱)$

و حاصل ضرب تقریبی دو عدد فازی مثلثی بصورت ذیل می باشد:

۴) $\tilde{A}_۱\tilde{A}_۲ = (m_۱ m_۲, \beta_۱\beta_۲, \gamma_۱\gamma_۲)$

۱-۴-۷ تعریف

یک عدد ذوزنقه ای به صورت $\tilde{A} = (a_l, a_m, a_u, a_r)$ نشان می دهیم. به طوری که a_l, a_r بترتیب نقاط انتهایی چپ و راست ذوزنقه a_u , a_m نقاط میانی چپ و راست (شکل ۱-۵) است. اگر $a_u = a_m$ باشد، آنگاه عدد ذوزنقه ای به عدد فازی مثلثی به صورت (a_l, a_m, a_r) تبدیل می شود.



شکل ۱-۵- اعداد فازی ذوزنقه ای

۱-۴-۸ روش برنامه ریزی غیر خطی

در ریاضیات برای حل برخی معادلات که با شرطها یا قیودی همراه می باشند روش های مختلفی وجود دارد که یکی از این روش ها ، روش برنامه ریزی غیر خطی یا NLP می باشد .

روش برنامه ریزی غیر خطی، فر آیند کمینه یا بیشینه سازی یک تابع هدف همراه با یک مجموعه قیود از معادله ها یا نامعادله ها است. که برخی از این قیود یا تابع هدف، غیر خطی است.

۱-۴-۹ تعریف

فرض کنید X و Y دو مجموعه ناتهی ، $f : X \to Y$ یک تابع و $\tilde{A} \in F(X)$ باشند. در این صورت مجموعه فازی $\tilde{B} = f(\tilde{A}) \in F(Y)$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$\mu_{\tilde{B}}(y) = \sup_{y=f(x)} \mu_{\tilde{A}}(x)$

که در آن سوپریمم روی مجموعه تهی، صفر فرض می‌شود. $f(\tilde{A})$ توسیع مستقیم مجموعه فازی $\tilde{A}$ تحت f نامیده می‌شود.

فصل دوم

برآورد پارامترهای مدل رگرسیون خطی فازی بوسیله مجموع کمترین مربعات خطاها