بسم الله الرحمن الرحیم

دانشگاه صنعتی اصفهان
دانشکده فیزیک

ریسمان بوزونی در زمینه‌ی غیر تخت و میدان متغیر B

پایان‌نامه کارشناسی ارشد فیزیک، گرایش ذرات بنیادی

پدرام توازهی

استاد راهنما
دکتر احمد شیرزاد

۱۳۹۲

دانشگاه صنعتی اصفهان

دانشکده فیزیک

پایان‌نامه کارشناسی ارشد رشته فیزیک آقای پدرام توازهی

تحت عنوان

ریسمان بوزونی در زمینه‌ی غیر تخت و میدان B متغیر

در تاریخ ۱۳۹۲/۱۰/۲۳ توسط کمیته تخصصی زیر مورد بررسی و تصویب نهایی قرار گرفت.

۱- استاد راهنمای پایان‌نامه	دکتر احمد شیرزاد
۲- استاد مشاور پایان‌نامه	دکتر بهروز میرزا
۳- استاد مدعو	دکتر منصور حقیقت
۴- استاد ممتحن داخلی	دکتر غلامرضا خسروی
سرپرست تحصیلات تکمیلی	دکتر مجتبی اعلائی

قدردانی

از جناب آقای دکتر احمد شیرزاد بسیار تشکر می‌کنم که با رهنمون‌هایشان مرا راهنمایی کرده‌اند و بسیار از ایشان آموخته‌ام.
از پدر و مادر مهربانم بسیار سپاسگذارم که همواره مرا حمایت کرده‌اند.
همچنین از تمام دوستانی که در کنار من بوده‌اند و مرا یاری کرده‌اند، تشکر می‌کنم.

کلیه حقوق مادی مترتب بر نتایج مطالعات، ابتکارات و نوآوری‌های ناشی از تحقیق موضوع این پایان‌نامه (رساله) متعلق به دانشگاه صنعتی اصفهان است.

تقدیم به

تمامی عزیزانی که همواره در کنارم بوده‌اند.

فهرست مطالب

چکیده

در سال‌های اخیر مسائل ناجابجایی در نظریه‌ی ریسمان مبحث مهمی بوده است. برای یافتن این ناجابجایی احتیاج به کوانتش هر نظریه و بدست آوردن جبر میدان‌ها داریم. در این پایان‌نامه سعی می‌کنیم روش‌های معمول برای کوانتش نظریه‌ها را معرفی و بررسی کنیم و از آن‌ها در جهت کوانتش مدل ریسمان بوزونی در زمینه‌ی غیر تخت و میدان متغیر با زمان استفاده کنیم.

نخست به معرفی کنش‌های مورد استفاده در نظریه‌ی ریسمان می‌پردازیم. در فصل دوم کوانتش به روش هم‌تافته را معرفی می‌کنیم. سپس ساختار قیدی برای برخی از مدل‌های معرفی شده را بررسی می‌کنیم و نکاتی که در ارائه‌ی بسط میدان‌ها باید رعایت کنیم را بیان می‌کنیم. در ادامه، روش بدست آوردن بسط مدها برای مدل نپی ویتن (ریسمان بوزونی در زمینه‌ی غیر تخت و میدان متغیر با زمان) از رهیافت لاگرانژی را بررسی می‌کنیم. این روش منجر به کروشه‌های پواسون وابسته به زمان می‌شود. برای ارائه‌ی روشی متفاوت ساختار قیدی این مدل و تقارن‌های آن‌را بررسی می‌کنیم و با معرفی دو تثبیت پیمانه سعی می‌کنیم بسط مدهایی برای آن‌ها پیشنهاد کنیم.

کلمات کلیدی:
کوانتش هم‌تافته، ریسمان باز در میدان زمینه، ناجابجایی

فصل ۱

نظریه ریسمان

۱.۱ مقدمه

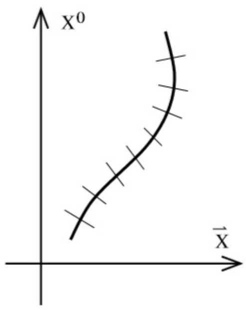
نظریه ریسمان، نظریه‌ای بسیار زیاده‌خواه است. این نظریه ادعا می‌کند که می‌تواند فیزیک عالم را توسط جمع کردن تمام نیروهای طبیعت در یک چارچوب مکانیک کوانتومی توصیف کند. نظریه ریسمان در ابتدا بیان می‌کند که مواد به جای ذرات نقطه‌ای از ریسمان‌های کوچک تشکیل شده‌اند. از چنین فرض کوچکی قوانین فیزیک نسبیت عام، الکترومغناطیس و نظریه‌های پیمانه‌ای یانگ میلز در یک چارچوب جدید ظاهر می‌شوند. اما هنوز شواهد تجربی مبنی بر صحت نظریه ریسمان برای توصیف عالم در دست طرفداران این نظریه نیست. علاوه بر این، نظریه ریسمان نظریه‌ای در حال تکامل است و چارچوب نهایی آن کامل نشده است.

۲.۱ معرفی کنش‌های مورد استفاده در نظریه ریسمان

در اینجا به معرفی کنش‌هایی که در نظریه‌ی ریسمان استفاده می‌شوند می‌پردازیم و به صورت مختصر تقارن‌های آن‌ها را بررسی می‌کنیم.

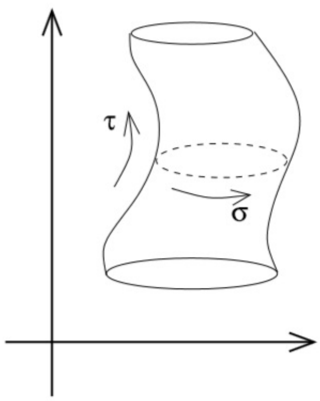
۱.۲.۱ کنش نامبو گوتو

در ابتدا برای نوشتن یک کنش باید این موضوع را در نظر داشته باشیم که کنش یک کمیت ناورداری لورنتزی باشد. برای نوشتن کنش ذره آزاد نسبیتی، کمیتی که (از اصل هامیلتون) معادله‌ی حرکت را به ما می‌دهد و ناوردای لورنتزی است، طول جهان‌خط ذره است. این طول به انتخاب پارامتر برای این جهان خط بستگی ندارد.



شکل ۱.۱: جهان‌خط یک ذره

از طرفی ریسمان در فضا-زمان یک رویه‌ی دو بعدی را جاروب می‌کند، این رویه را جهان‌رویه می‌نامیم و از ایده‌ی طول جهان خط استفاده می‌کنیم. کمیتی که ناوردای لورنتزی باقی می‌ماند و مستقل از انتخاب پارامتر است، مساحت این رویه است. پس کنش باید کمیتی متناسب با مساحت جهان‌رویه باشد. سوالی که باقی می‌ماند این است که چگونه می‌توانیم مساحت جهان‌رویه را برحسب مختصات $X^\mu(\sigma,\tau)$ به ازای $\mu = 0,\dots,D-1$ فضای هدف بنویسیم.



شکل ۲.۱: جهان رویه‌ی ریسمان در فضای هدف

جهان‌رویه خمینه‌ای است که در فضای هدف غوطه‌ور شده است. پس متریک القایی روی این صفحه از فضای مینکوفسکی به صورت زیر خواهد بود:

$$\gamma_{\alpha\beta} = \frac{\partial X^{\mu}}{\partial \sigma^{\alpha}} \frac{\partial X^{\nu}}{\partial \sigma^{\beta}}. \tag{۱.۱}$$

$$\sigma^{1} = \tau, \sigma^{2} = \sigma.$$

کنشی که با مساحت جهان رویه متناسب است به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$S = -T \int d^{2}\sigma \sqrt{-det\gamma} \tag{۲.۱}$$

کمی جلوتر خواهیم دید که T ثابت تناسب، همان تنش ریسمان است، که معمولاً در کتاب‌های نظریه‌ی ریسمان آن را با $\frac{1}{2\pi\alpha'}$ نشان می‌دهند. α' را شیب نمودار رجی [1] می‌نامند.

متریک القایی به صورت زیر است.

$$\gamma_{\alpha\beta} = \begin{pmatrix} \dot{X}^{2} & \dot{X}.X' \\ \dot{X}.X' & X'^{2} \end{pmatrix}.$$

علامت نقطه به معنی مشتق نسبت به پارامتر τ و علامت پرایم به معنی مشتق نسب به پارامتر σ است. پس کنش به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$S = -T \int d^{2}\sigma \sqrt{-(\dot{X})^{2}(X')^{2} + (\dot{X}.X')^{2}}. \tag{۳.۱}$$

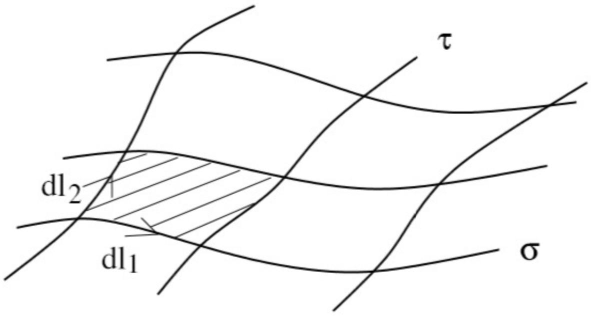
این کنش، کنش نابو–گوتو [2] برای یک ریسمان نسبیتی است.

اگر با هندسه دیفرانسیل به اندازه کافی آشنایی نداشته باشیم، می‌توانیم از روش زیر برای به‌دست آوردن مساحت جهان‌رویه کمک بگیریم. ابتدا فرض کنید صفحه به‌جای فضای مینکوفسکی در یک فضای اقلیدسی غوطه‌ور است. حال صفحه را توسط τ و σ پارامتربندی می‌کنیم. مساحت قسمت هاشورخورده (شکل ۳.۱) را به‌دست می‌آوریم. بردارهای موازی مرزها برابرند با

[1] Regge

[2] Nambu-Goto

$$d\vec{l}_{1} = \frac{\partial \vec{X}}{\partial \sigma}, \qquad d\vec{l}_{2} = \frac{\partial \vec{X}}{\partial \tau}.$$



شکل ۳.۱: مساحت جهان رویه

اگر زاویه‌ی بین این دو بردار مماس برابر θ باشد، مساحت برابر است با

$$A = |d\vec{l}_{1}||d\vec{l}_{2}|\sin\theta = \sqrt{dl_{1}^{2}dl_{2}^{2}(1-\cos^{2}\theta)} = \sqrt{dl_{1}^{2}dl_{2}^{2} - (d\vec{l}_{1}.d\vec{l}_{2})^{2}} \qquad (۴.۱)$$

پس از انتگرال گیری و تعمیم نتیجه برای ۴ بعد فضای مینکوفسکی، مساحت به شکل معادله‌ی ۳.۱ به‌دست می‌آید.

برای بررسی بُعد T باید این مسئله را بیان کنیم که این نظریه دارای آزادی پیمانه‌ای است، برای تثبیت این آزادی باید پارامترهای جهان‌رویه را تعیین کنیم (در فصل‌های بعدی با بررسی ساختار قیدی کنش‌های مشابه توضیح بیشتری در این مورد خواهیم داد)، برای این منظور پیمانه‌ی $X^{0} \equiv t = R\tau$ را انتخاب می‌کنیم. در این پیمانه R کمیتی برای تنظیم ابعاد است. ریسمان را در لحظه‌ای در نظر بگیرید که $\frac{\partial \vec{x}}{\partial \tau} = 0$ پس انرژی جنبشی لحظه‌ای آن صفر می‌شود. اگر کنش را حساب کنیم برای یک زمان dt خواهیم داشت:

$$S = -T\int d\tau d\sigma R\sqrt{(\frac{d\vec{x}}{d\sigma})} = -T\int dt(\textbf{طول فضایی ریسمان}). \qquad (۵.۱)$$

هنگامی که انرژی جنبشی صفر می‌شود، کنش متناسب با انتگرال زمانی انرژی پتانسیل خواهد بود. پس

$$\text{انرژی پتانسیل} = T \times (\text{طول فضایی ریسمان})$$

به‌این‌ترتیب واحد T ، انرژی بر واحد طول یا همان واحد تنش است. بهتر است نکته‌ای جالب را متذکر شویم که

این ریسمان‌ها، ریسمان‌هایی هستند که انرژی آن‌ها بر خلاف ریسمان‌های کلاسیک با افزایش طول به صورت خطی افزایش می‌یابد. پس ریسمان برای کمینه کردن انرژی خود می‌خواهد به طول صفر برسد. اما هنگامی که تاثیرات کوانتومی را وارد محاسبات کنیم، این اتفاق به خاطر انرژی‌های نقطه صفر نمی‌تواند رخ دهد.
در اینجا بد نیست تحلیل ابعادی از کمیت‌هایی که در کنش با آن سرو کار داریم انجام دهیم. همه‌ی ابعاد را برحسب بعد جرم می‌سنجیم. مختصات فضای هدف بُعد $[X] = -۱$ دارند. فرض می‌کنیم مختصات جهان‌رویه بُعد $[\sigma] = ۰$ دارند. تنش برابر جرم بر واحد طول است پس بعد آن $[T] = ۲$ است. درنتیجه بُعد $[\alpha']$ برابر ۲ است. می‌توانیم به α' یک مقیاس طول، l_s اختصاص دهیم.

$$\alpha' = l_s^{۲} \tag{۶.۱}$$

به این طول، مقیاس ریسمان [۱] می‌گوییم. مقیاس ریسمان ، طولی است که در نظریه ریسمان ظاهر می‌شود. در واقع این طول، تنها پارامتری است که در این نظریه با آن مواجه می‌شویم. در طبیعت موقعّیت‌های مختلفی وجود دارند که با موجوداتی مثل ریسمان برخورد می‌کنیم و می‌توان برای توصیف کردن آن‌ها از کنش نامبو–گوتو استفاده کرد. از جمله این ریسمان‌ها حلقه‌های شار رنگی–الکتریکی در QCD [۲] و حلقه‌های شار مغناطیسی در ابررساناهاست. ریسمان‌های کیهانی موجودات مشابهی هستند که در سرتاسر فضا گسترده شده‌اند. در همه‌ی این‌ها تا زمانی که خمش خیلی بزرگتر از طول ریسمان باشد می‌توانیم از کنش نامبو–گوتو استفاده کنیم [۳]، تفاوت آن‌ها در تنش و طول ریسمان است.

تقارن‌های کنش نامبو–گوتو

کنش نامبو–گوتو دو تقارن دارد که ذات آن‌ها کاملاً با هم متفاوت است. یکی از نوع تقارن سرتاسری است که بر اساس قضیه نودر منجر به پایستگی جریان می‌شود، دیگری اما از نوع تقارن موضعی است که منجر به تقارن پیمانه‌ای می‌شود.

- **تقارن پوانکاره،** این تقارن که یک تقارن سرتاسری است، شامل انتقال در فضا–زمان و دوران در فضا–زمان یا همان تبدیل لورنتز می‌باشد. یعنی تبدیلی که از $X^\mu \to X'^\mu = \Lambda^\mu{}_\nu X^\nu + c^\mu$ ناشی می‌شود. توجه می‌کنید که Λ و c ثابت هستند و به σ^α بستگی ندارد.

[۱] String scale

[۲] Quantum chromo-dynamics

[۳] برای ابر رساناها، باید با یک نسخه غیر نسبیتی از کنش نامبو–گوتو کار کنیم.

- **تقارن بازپرمایه بندی** [۱] ، این تقارن که یک تقارن موضعی است از تبدیل $\sigma^\alpha \rightarrow \sigma'^\alpha(\sigma)$ ناشی می‌شود. این ناوردایی به یک تقارن پیمانه‌ای منجر می‌شود و بیانگر این موضوع است که در تعریف کنش یک نوع افزونگی [۲] وجود دارد، به دلیل اینکه مختصات جهان‌رویه هیچ معنی فیزیکی‌ای ندارند. پس در انتخاب پارامتر برای مختصات جهان‌رویه آزادی داریم.

معادلات حرکت کنش نامبو-گوتو

ابتدا تکانه‌های زیر را تعریف می‌کنیم.

$$\Pi^\tau_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{X}^\mu} = -T\frac{(\dot{X}.X')X'^\mu - (X'^۲)\dot{X}^\mu}{\sqrt{(\dot{X}.X')^۲ - \dot{X}^۲ X'^۲}}.$$
$$\Pi^\sigma_\mu = \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial X'^\mu} = -T\frac{(\dot{X}.X')\dot{X}^\mu - (\dot{X}^۲)X'^\mu}{\sqrt{(\dot{X}.X')^۲ - \dot{X}^۲ X'^۲}}.$$

معادلات حرکت به صورت زیر به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial \Pi^\tau_\mu}{\partial \tau} + \frac{\partial \Pi^\sigma_\mu}{\partial \sigma} = ۰ \qquad (۷.۱)$$

این معادلات حرکت را می‌توانیم به صورت شکیل زیر تغییر دهیم. اما درنهایت به همان پیچیدگی معادلات ۷.۱ خواهند بود.

$$\partial_\alpha(\sqrt{-det\gamma}\gamma^{\alpha\beta}\partial_\beta X^\mu) = ۰ \qquad (۸.۱)$$

برای به‌دست آوردن این معادله از وردش دترمینان استفاده کردیم.

$$\delta\sqrt{-\gamma} = \frac{۱}{۲}\sqrt{-\gamma}\gamma^{\alpha\beta}\delta\gamma_{\alpha\beta}$$

---

[۱] به این تقارن دیفومورفیزم هم می‌گویند.

[۲] Redundancy

۲.۲.۱ ریسمان پولیاکوف

کنش پولیاکوف کنشی برای ریسمان است که از دید کلاسیک با کنش نامبو-گوتو معادل است. این کنش عبارت جذری را حذف می‌کند، در این میان هزینه‌ای که باید بپردازیم معرفی یک میدان جدید است.

$$S=-\frac{1}{4\pi\alpha'}\int d^2\sigma\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\eta_{\mu\nu}\partial_\alpha X^\mu\partial_\beta X^\nu \tag{۹.۱}$$

در اینجا $g\equiv detg$ است. این کنش به کنش ریسمان پولیاکوف معروف است. این کنش توسط برینک-دی، وچیا، هوی، دسر و زومینو [1] معرفی شد، اما به‌دلیل این‌که پولیاکوف در کوانتش انتگرال مسیر این کنش کارهای فراوانی انجام داده‌است، نام پولیاکوف را به همراه دارد. میدان جدیدی که معرفی می‌کنیم $g_{\alpha\beta}$ است، یعنی به متریک جهان‌رویه دینامیک داده‌ایم. از دیدگاه جهان‌رویه، کنش پولیاکوف تعدادی میدان اسکالر است که به یک گرانش دوبعدی جفت شده است.

معادلات حرکت کنش پولیاکوف

معادله‌ی حرکت برای X^μ ها به صورت زیر خواهد بود:

$$\partial_\alpha(\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\partial_\beta X^\mu)=0 \tag{۱۰.۱}$$

همانطور که گفتیم با معادله حرکت ناشی از کنش نامبو-گوتو معادل است. انتظار داریم که $g_{\alpha\beta}$ دیگر یک متغیر مستقل باشد که برای خود یک معادله‌ی حرکت دارد. برای به‌دست آوردن این معادله کنش را وردش می‌دهیم. با دانستن

$\delta\sqrt{-g}=-\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\alpha\beta}\delta g^{\alpha\beta}=+\frac{1}{2}\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}\delta g_{\alpha\beta},$

وردش کنش برای میدان متریک را به صورت زیر خواهیم داشت.

$$\delta S=-\frac{T}{2}\int d^2\sigma\delta g^{\alpha\beta}\eta_{\mu\nu}(\sqrt{-g}\partial_\alpha X^\mu\partial_\beta X^\nu-\frac{1}{2}\sqrt{-g}g_{\alpha\beta}g^{\rho\sigma}\partial_\rho X^\mu\partial_\sigma X^\nu)=0 \tag{۱۱.۱}$$

در نتیجه متریک جهان‌رویه از رابطه‌ی زیر به‌دست می‌آید.

$$g_{\alpha\beta}=2f(\tau,\sigma)\partial_\alpha X.\partial_\beta X, \tag{۱۲.۱}$$

که در این رابطه $f(\tau,\sigma)$ به‌صورت زیر است:

$$f^{-1}=g^{\rho\sigma}\partial_\rho X.\partial_\sigma X \tag{۱۳.۱}$$

---

[1] Brink–Di Vecchia–Howe–Deser–Zumino

می‌بینیم که متریک $g_{\alpha\beta}$ دقیقاً برابر متریک القایی نامبو–گوتو $\gamma_{\alpha\beta}$ نیست. تفاوت این دو متریک در یک ضریب f است [۱]. این تفاوت اما، در معادله‌ی حرکت تغییری ایجاد نمی‌کند. زیرا ضریب f ناشی از دترمینان متریک $\sqrt{-g}$، توسط ضریب f^{-1} ناشی از معکوس متریک $g^{\alpha\beta}$ در معادله‌ی ۱۰.۱ خنثی می‌شود. بنابراین کنش نامبو–گوتو و پولیاکوف معادلات حرکت معادل همدیگر می‌دهند. به راحتی می‌توان با جایگذاری متریک $g_{\alpha\beta}$ در معادله‌ی حرکت ریسمان پولیاکوف به صورت $g_{\alpha\beta} = ۲ f\gamma_{\alpha\beta}$ معادله‌ی حرکت نامبو–گوتو را بدست آورد.

تقارن‌های کنش پولیاکوف

- تقارن پوانکاره، یک تقارن سرتاسری روی جهان‌رویه است.

$$X^\mu \to X^{\mu\prime} = \Lambda^\mu{}_\nu X^\nu + C^\mu$$

- تقارن بازپرمایه‌بندی، همانطور که گفتیم یک تقارن پیمانه‌ای روی جهان‌رویه است. این تقارن از تبدیلاتی از قبیل بازتعریف مختصات جهان‌رویه به صورت $\sigma^\alpha \to \tilde{\sigma}^\alpha(\sigma)$ ناشی می‌شود. توجه کنید که X^μها مثل اسکالر روی جهان رویه تبدیل می‌شوند، در حالی‌که، $g_{\alpha\beta}$ مثل یک متریک دو بعدی تبدیل می‌شود.یعنی:

$$\begin{aligned} X^\mu(\sigma) &\to \tilde{X}^\mu(\tilde{\sigma}) = X^\mu(\sigma) \\ g_{\alpha\beta}(\sigma) &\to \tilde{g}_{\alpha\beta}(\tilde{\sigma}) = \frac{\partial\sigma^\gamma}{\partial\tilde{\sigma}^\alpha}\frac{\partial\sigma^\delta}{\partial\tilde{\sigma}^\beta} g_{\gamma\delta}(\sigma) \end{aligned}$$

- تقارن وایل، تحت این تبدیل $X^\mu(\sigma) \to X^\mu(\sigma)$ ، در حالی‌که متریک به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$g_{\alpha\beta}(\sigma) \to \Omega^۲(\sigma) g_{\alpha\beta}(\sigma).$$

برای تبدیل بی‌نهایت کوچک $\Omega^۲(\sigma) = e^{۲\phi(\sigma)}$ ، برای ϕهای کوچک خواهیم داشت:

$$\delta g_{\alpha\beta}(\sigma) = ۲\phi(\sigma) g_{\alpha\beta}(\sigma).$$

به راحتی می‌توان نشان داد که کنش پولیاکوف تحت این تبدیل تقارن دارد. ضریب $\Omega^۲$ از دترمینان متریک $\sqrt{-g}$ و عکس متریک $g^{\alpha\beta}$ همدیگر را خنثی می‌کنند. این تقارن یک تقارن موضعی است چون ضریب $\Omega^۲$ تابع مختصات جهان رویه است. پس یک تقارن پیمانه‌ای است، به این معنا که دو متریک که توسط یک تبدیل وایل به هم تبدیل می‌شوند، یک حالت فیزیکی را توصیف می‌کنند.

---

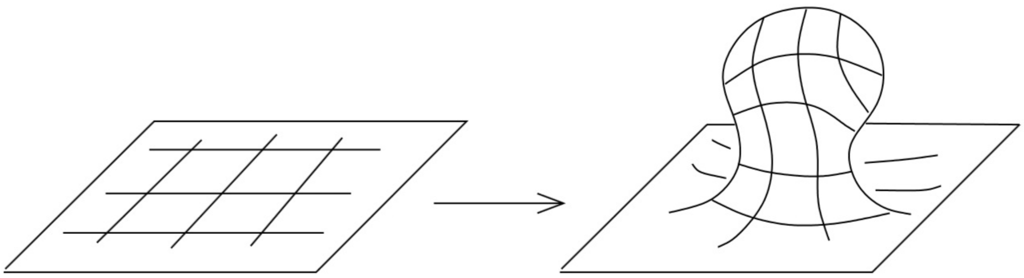
[۱] به این ضریب، ضریب همدیس می‌گویند.

این تبدیل یک تغییر مختصات نیست بلکه تبدیلی موضعی است که زوایای بین تمام خطوط را ناوردا نگاه می‌دارد. توجه کنید که این تبدیل تنها در دو بعد امکان پذیر است، بدلیل اینکه تنها در دو بعد است که ضرایب حاصل از دترمینان و معکوس متریک می‌توانند همدیگر را خنثی کند. این تقارن باعث محدودیت در اضافه کردن جملات برهم‌کنشی می‌شود. برای مثال اگر بخواهیم این تقارن حفظ شود اجازه نخواهیم داشت که جمله‌ی پتانسیلی برای اسکالرهای جهان‌رویه به صورت زیر به کنش اضافه کنیم.

$$\int d^{۲}\sigma\sqrt{-g}V(X)$$

جمله‌ی ثابت کیهان‌شناسی نیز نمی‌توان به کنش اضافه کرد. اینگونه جملات تقارن وایل را از بین می‌برند.

$$\int d^{۲}\sigma\sqrt{-g}\mu$$



شکل ۴.۱: مثالی از یک تبدیل وایل

۳.۲.۱ ریسمان بوزونی در میدان زمینه‌ی B

این کنش همان ریسمان پولیاکوف است با این تفاوت که ریسمان را در یک میدان پادمتقارن $\mathcal{F}_{\mu\nu}$ قرار داده‌ایم. اگر ریسمان را باز در نظر بگیریم، بایستی برای شامه‌هایی که دو سر ریسمان را محدود کرده‌اند نیز دینامیک در نظر بگیریم. شامه‌ها موجوداتی هستند که دو سر ریسمان را محدود می‌کنند و با علامت $D_p - Brane$ مشخص می‌شوند. علامت D نمایانگر شرط مرزی دیریشله و p بعد شامه است. برای مثال در ریسمان کلاسیک دوسر بسته، دو سر ریسمان توسط شامه‌ی صفر بعدی محدود است، برای ریسمان دو سر باز دوسر ریسمان توسط یک شامه‌ی یک بعدی محدود می‌باشد. شامه‌ها موجوداتی فیزیکی هستند که در تئوری وجود دارند و به صورت دستی تعریف نمی‌شوند. می‌توان برای شامه‌ها چگالی انرژی تعریف کرد و آن را محاسبه کرد (فصل ۱۵ مرجع [۱۳]). در اینجا که میدان زمینه داریم، جمله‌ای سطحی برای جفت شدن نقاط دوسر با میدان نیز در نظر می‌گیریم. در حالت کلی کنش

به صورت زیر خواهد بود:

$$S = \frac{۱}{۴\pi\alpha'} \int_{\Sigma} d\sigma d\tau \left[G_{\mu\nu} g^{\alpha\beta} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu + \epsilon^{\alpha\beta} B_{\mu\nu} \partial_\alpha X^\mu \partial_\beta X^\nu\right] + \frac{۱}{۲\pi\alpha'} \int_{\partial\Sigma} d\tau A_i \partial_\tau X^i \tag{۱۴.۱}$$

در این کنش X^μ ها مختصات فضای هدف، σ, τ مختصات جهان رویه و A_i میدان‌های پیمانه‌ای با تقارن $U(۱)$ به‌ازای $i = ۰, \dots, p$ هستند. در این نوع مسئله معمولاً برای میدان پادمتقارن زمینه دینامیک، در نظر گرفته نمی‌شود. نقاط انتهای ریسمان یعنی $\sigma = ۰, l$ محدود به حرکت روی شامه‌ی p بعدی هستند. که می‌توان برای این شامه‌ها نیز دینامیک در نظر گرفت. اگر بعد شامه‌ها را با بعد فضای هدف یکسان بگیریم، به این معناست که نقاط انتها و ابتدای ریسمان می‌توانند آزادانه در فضای هدف حرکت کنند. به این نوع شامه، شامه‌ی شامل کل فضا می‌گویند.

تقارن‌های ریسمان بوزونی در میدان B

این کنش همه‌ی تقارن‌های ریسمان پولیاکوف از جمله تقارن سرتاسری پوانکاره و تقارن‌های موضعی بازپرمایه بندی و وایل را به ارث می‌برد. به غیر از جملات جفت‌شدگی با میدان زمینه، مشابه ریسمان پولیاکوف است، جمله‌ی برهمکنشی نیز تقارن‌های موضعی بازپرمایه بندی و وایل را از بین نمی‌برد. یعنی در اینجا هم، در انتخاب پارامتر برای مختصات جهان رویه آزادی داریم و می‌توانیم متریک جهان رویه را به دلخواه انتخاب کنیم.

معادلات حرکت و شرایط مرزی

اگر فضای هدف، فضای مینکوفسکی باشد، پس از تثبیت بازپرمایه بندی کنش به صورت زیر درخواهد آمد:

$$S = \frac{۱}{۲} \int d\sigma d\tau \left[\dot{X}^\mu \dot{X}_\mu - X'^\mu X'_\mu + ۲ B_{ij} \dot{X}^i X'^j\right] \tag{۱۵.۱}$$

پس از وردش میدان نسبت به میدان‌های X^μ معادله حرکت به صورت

$$(\partial_\tau^۲ - \partial_\sigma^۲) X^\mu(\sigma, \tau) = ۰ \qquad \mu = ۰, ۱, \dots, D, \tag{۱۶.۱}$$

به‌دست خواهد آمد. اگر برای ریسمان پولیاکوف نیز همین متریک جهان رویه را انتخاب کرده بودیم، معادله‌ی حرکت به همین صورت بود. به این معنا که میدان زمینه‌ای که برای آن دینامیکی در نظر گرفته نشود، تاثیری در معادلات حرکت برای میدان‌های فضای هدف نخواهد داشت. تاثیری که این میدان به جا می‌گذارد در شرایط مرزی است. شرایط مرزی برای ریسمان از جمله‌ی مرزی در وردش میدان‌های فضای هدف به‌دست می‌آید. (این شرایط را در

ساختار قیدی به عنوان قید هامیلتونی در نظر می‌گیریم. توضیحات بیشتر در پیوست ب آمده است.)

$$\partial_\sigma X^i(\sigma,\tau) + B_{ij}\partial_\tau X^j(\sigma,\tau) = 0 \qquad i = 0, 1, \dots, p \qquad (۱۷.۱)$$
$$X^a = 0 \qquad a = P+1, \dots, D$$

میدان‌های X^a معرف شامه‌های p بعدی هستند. اگر بخواهیم ریسمان بوزونی را جرم دار در نظر بگیریم کافیست در لاگرانژی جمله‌ای به شکل $-G_{\mu\nu}m^2X^\mu X^\nu$ اضافه کنیم. در این حالت معادله‌ی حرکت به صورت $(\partial_\tau^2 - \partial_\sigma^2 - m^2)X^\mu = 0$ خواهد بود. در فصل سوم به کوانتش ریسمان بوزونی در میدان زمینه‌ی ثابت B خواهیم پرداخت.

۴.۲.۱ مدل نپی ویتن

این مدل مجهز به یک متریک موج تخت و یک پتانسیل دو-فرم نوو-شوارتز [1] که با زمان تغییر می‌کند است. این متریک توسط نپی [2] و ویتن [3] در مقاله‌ی [۱] بررسی شده است. در این قسمت یک نسخه ریسمان باز آن را در اختیار داریم.

میدان زمینه‌ی وابسته به زمان

کنش ریسمان پولیاکوف جفتیده به یک متریک عمومی و میدان نوو-شوارتز به صورت زیر است:

$$S = \int_\Sigma d\tau d\sigma[\sqrt{-g}g^{\alpha\beta}G_{ab}\partial_\alpha X^a\partial_\beta X^b + B_{ab}\epsilon^{\alpha\beta}\partial_\alpha X^a\partial_\beta X^b] \qquad (۱۸.۱)$$

میدان‌ها را بازمقیاس کرده‌ایم و ضریب $\frac{1}{4\pi\alpha'}$ را حذف کرده‌ایم که X^aها بدون بعد باشند. میدان‌های فضای هدف را به صورت $X^a = (a_1, a_2, u, v)$ تعریف می‌کنیم، که u میدان زمان‌گونه است. حال میدان زمینه‌ی ارائه شده توسط نپی و ویتن که یک مدل WZW مبتنی بر یک گروه ناشبه‌ساده است را انتخاب می‌کنیم. متریک فضای هدف و میدان زمینه به صورت زیر است:

[1] Nouveau-Schwartz

[2] Nappi

[3] Witten