به نام خدا

دانشگاه شهید بهشتی

دانشگاه شهید بهشتی

دانشکده علوم

گروه فیزیک

پایان نامه کارشناسی ارشد

گرایش گرانش و کیهان شناسی

عنوان

حل های خارجی مدل های ستاره ای در گرانش کالوزا- کلاین پنج بعدی

استاد راهنما

دکتر حمیدرضا سپنجی

استاد مشاور

دکتر شهرام جلال زاده

دانشجو

آمنه بهبودی

شهریور ۱۳۸۹

تاریخ ....

شماره ....

پیوست............

دانشگاه شهید بهشتی

بسمه تعالی

« صورتجلسه دفاع پایان نامه دانشجویان دوره کارشناسی ارشد»

تهران ۱۹۸۳۹۶۳۱۱۳ اوین

تلفن: ۲۹۹۰۱

بازگشت به مجوز دفاع شماره / ۲۰۰ / د مورخ / / ۸۹ جلسه هیأت داوران ارزیابی پایان نامه خانم آمنه بهبودی به شماره شناسنامه ۱۴۱۹ صادره از بابل متولد۱۳۶۲ دانشجوی دوره کارشناسی ارشد ناپیوسته رشته فیزیک – فیزیک نجومی

با عنوان :

حل های خارجی مدل های ستاره ای در گرانش کالوزا – کلاین پنج بعدی

به راهنمائی:

آقای دکتر حمیدرضا سپنجی

طبق دعوت قبلی در تاریخ /۶/ ۸۹ تشکیل گردید و براساس رأی هیأت داوری و با عنایت به ماده ۲۰ آئین نامه کارشناسی ارشد مورخ ۷۵/۱۰/۲۵ پایان نامه مزبور با نمره ۱۸ درجه عالی مورد تصویب قرار گرفت.

۱ -استاد راهنما : آقای دکتر حمیدرضا سپنجی

۲- استاد مشاور : آقای دکتر شهرام جلال زاده

۳- استاد داور : آقای دکترمحمد نوری زنوز ۲۰

۴-استاد داور و نماینده تحصیلات تکمیلی: آقای دکترمهرداد فرهودی

تقدیم به یاد و خاطره

پدرم

و تقدیم به مادرم

سپاس گزاری...

در آغاز وظیفه خود می دانم از زحمات بی دریغ استاد راهنمای خود، جناب آقای دکتر حمیدرضا پنجی صمیمانه تشکر و قدردانی کنم که نه تنها استاد بلکه برای من همانند پدری دلسوز هستند.

از جناب آقای دکتر جلال زاده که زحمت مطالعه را تقبل فرمودند و در آماده سازی این رساله، اینجانب را مورد راهنمایی قرار دادند، کمال امتنان را دارم.

شهریور۱۳۸۹

چکیده

به خوبی از این واقعیت آگاهیم که قضیه بیرکهف برای نظریه هایی که تعداد ابعاد آنها بیشتر از چهار بعد است معتبر نیست بنابراین در این نظریه ها، قادریم بر خلاف آنچه که در نسبیت عام چهار بعدی در نظر گرفته می شود، برای توصیف فضا زمان خارج یک ستاره کروی، وجود سناریوهای مختلف غیر شوارتزشیلد را هم محتمل بشماریم . در این کار، فضا زمان خارجی یک ستاره متقارن کروی را در چهارچوب گرانش کالوزا – کلاین مورد بررسی قرار می دهیم. یک جهان پنج بعدی خالی از ماده در نظر گرفته و برای معادلات اینشتین مجموعه ای از حل های متقارن کروی ایستا را در نظر می گیریم و حل های خارجی محتملی که با متریک القا شده بر روی ابرسطح های چهار بعدی عمود بر بعد اضافه همدیس هستند را تحلیل می کنیم. این حل های خارجی میبایست به طور پیوسته بر حل داخل ستاره منطبق شوند. از این واقعیت استفاده می کنیم و نشان می دهیم که آیا شرایط پیوستگی بر روی مرز ستاره، به یک حل خارجی منحصر به فرد منجر می شود؟ سپس بدون در نظر گرفتن هیچ فرضی در رابطه با حل داخلی جمله زیر را ثابت می کنیم :

- این شرط که در حد میدان ضعیف، باید فیزیک نیوتنی معمول را داشته باشیم یک حل خارجی منحصر به فرد را بر می گزینند.

همچنین این پرسش را مورد بررسی قرار می دهیم که چگونه انحراف از حل خلا شوارتزشیلد می تواند پارامترهای یک ستاره نوترونی را تحت تاثیر قرار دهد. در مورد ستاره ای با چگالی یکنواخت، نشان می دهیم که کران بالایی نسبیت عام $M/R < 4/9$ با فاصله گرفتن از حل خارجی خلا شوارتزشیلد به طور قابل ملاحظه ای افزایش می یابد. خواهیم یافت که حد فشردگی یک ستاره می تواند بالاتر از $1/2$ باشد بدون آنکه ستاره به سیاه چاله تبدیل شود. کلیت این رهیافت نیز مورد بحث قرار می گیرد.

واژه های کلیدی : قضیه بیرکهف، حل خارجی خلا شوارتزشیلد، گرانش کالوزا – کلاین

فهرست مطالب

فصل اول

مقدمه

در نظریه های نسبیتی و نیوتنی گرانش، ساده ترین مدل های ستاره ای ، توسط توزیع ماده با تقارن کروی فراهم می شود که توسط فضای خالی احاطه شده است. در نسبیت عام، داخل یک ستاره به وسیله حل معادلات میدان اینشتین به همراه تانسور انرژی– تکانه ای که شرایط فیزیکی را ارضا می کند مدل سازی می شود. خارج یک ستاره توسط متریک شوارتزشیلد توصیف می شود که بنابر قضیه بیرکهف، حل خلا منحصر به فردی با تقارن فضایی کروی است. در مرز ستاره که سطح کروی فشار، صفر است به پیروی از روش استاندارد نسبیت عام، هر دو جواب باید بر هم منطبق شوند. این مدل ها برای مطالعه گونه های فیزیکی اجرام فشرده مانند کوتوله های سفید و ستاره های نوترونی به کار می روند.

امروزه، تعدادی نظریه وجود دارد که جهان چهار بعدی ما را احاطه شده در جهانی بیشتر از چهار بعد تصور می کنند. در این نظریات، طبیعی است که مدل های نجومی مشابه با مدل های نسبیت عام را در اختیار نداریم. با این وجود، جنبه های مهمی وجود دارد که ساختن چنین مدل هایی را در این نظریات پیچیده می کند. برای مثال، قضیه بیرکهف که در فصل بعدی به معرفی آن می پردازیم، در ابعاد بالاتر از چهار بعد معتبر نیست یعنی یک حل خلا تخت منحصر به فرد با تقارن فضایی کروی وجود ندارد. در نتیجه، نظریه موثر در چهار بعد، بر خلاف نسبیت عام چهار بعدی، وجود سناریوهای مختلف غیر شوارتزشیلد محتمل را برای توصیف فضازمان خارج یک ستاره کروی، مجاز می داند..

در مدل های شامه ای، جرمانی[1] و مارتنز[2] [۱]، دو حل خلا دقیق را یافتند که هر دو مجانبا شوارتزشیلد هستند به طوری که می توان از آنها برای نمایش حل خارجی یک ستاره با چگالی یکنواخت بر روی شامه[3] استفاده کرد. کاری که این دو در مقاله خود انجام دادند بر مبنای این بود که نظریه ریسمان و نظریه M ، گرانش را به عنوان برهمکنش ابعاد بالاتر توصیف می کنند که در انرژی های به اندازه کافی پایین، به طور موثری چهار بعدی خواهد شد. در مدل های جهان شامه ای که از این نظریات برآمده است، جهان مشاهده پذیر یک شامه سه بعدی است که میدان های مدل استاندارد به آن محدود شده اند در حالیکه گرانش به ابعاد فضایی اضافه دسترسی دارد. راندال[4] و ساندرام[5] نشان دادند که چگونه گرانش می تواند در انرژی های پایین حتی با وجود ابعاد اضافی غیرفشرده[6] در نزدیکی شامه، جایگزیده شود. متریک فضا زمان تابدار[7]، معادلات اینشتین پنج بعدی را با ثابت کیهان شناسی منفی

ارضا می کند. مدل های آنها به ازای هر تانسور انرژی- تکانه دلخواهی بر روی شامه تعمیم یافته است. مفاهیم کیهانی این گونه مدل های جهان شامه ای به طور وسیعی مورد بررسی قرار گرفته است. رمبش گرانشی در جاییکه تصحیحات پنج بعدی اهمیت پیدا می کند، انرژی های بسیار بالا تولید می کند. اگر که افق تشکیل شود، اثرات انرژی های بالا، نهایتا، از ناحیه خارجی روی شامه جدا می شود. هر چند که اثری از خود بر روی شامه باقی می گذارند. علاوه بر اثرات انرژی بالای جایگزیده، تصحیحات ناجایگزیده ناشی از اثر انحنای وایل[8] در توده یا به عبارتی، ناشی از تنش گراویتون پنج بعدی بر روی شامه نیز وجود دارد. این تنش وایل ناجایگزیده، هر زمان که در چگالی ناهمگنی وجود دارد، بر روی شامه بوجود می آیند؛ ناهمگنی بر روی شامه، انحنای وایل را در توده[9] ایجاد می کند. به هر حال، همان طور که در مورد ستاره های ایستا[10] نشان داده شده، می توان این گونه تنش وایل ناجایگزیده را حتی اگر چگالی همگن باشد هم، داشته باشیم.

اثرات انرژی بالا (جایگزیده) و تنش گراویتون حجم (ناجایگزیده)، با یکدیگر ترکیب شده تا به طور قابل ملاحظه ای در مقایسه با مورد نسبیت عام، مسئله تطابق بر روی شامه راتغییر دهد. برای اجسام فشرده کروی (بدون بار و بدون تابش)، تطابق در نسبیت عام نشان می دهد که فضا زمان خارجی، مجانبا تخت و شوارتزشیلد است. تصحیحات انرژی بالا برای فشار به همراه تنش وایل ناشی از گراویتون های حجم، بدان معناست که به طور کلی بر روی شامه، تطابق دیگر به حل خارجی شوارتزشیلد نمی انجامد. این تنش همچنین به این معنا هستند

[1] Germani
[2] Martens
[3] Brane
[4] Rundall
[5] Sundrum
[6] Non-compact
[7] Warped metric
[8] Weyl
[9] Bulk
[10] Static Stars

که شرایط تطابق یک حل منحصر بفرد بر روی شامه ندارد؛ دانش تانسور وایل پنج بعدی به عنوان شرط مینیممی جهت تکتایی[۱۱] مورد نیاز است. در حالت غیر ایستا، به نظر می رسد که در رمبش گرانشی دینامیک در تبدیل شدن به یک سیاه چاله، تصحیحات حل خارجی شوارتزشیلد هم ممکن است ناایستا باشد.

جرمانی در کار خود، ساده ترین حالت یعنی ستاره کروی ایستا با چگالی یکنواخت را در نظر گرفت. آنها یک حل داخلی دقیق یافتند. بنابراین حل داخلی شوارتزشیلد نسبیت عام را تعمیم دادند. آنها نشان دادند که حد فشردگی نسبیت عام که به صورت $M/R < 4/9$ داده می شود، توسط اثرات گرانشی پنج بعدی انرژی بالا کاهش می یابد. وجود ستاره های نوترونی این اجازه را می دهد تا قید ضعیف تری بر روی کشش[۱۲] شامه قرار دهیم بطوریکه از قید ناشی از تلفیق هسته ای[۱۳] انفجار بزرگ، قویتر اما از قید ناشی از آزمایشات بررسی قانون نیوتن در مقیاس های های کمتر از میلیمتر[۱۴]، ضعیف تر است. آنها همچنین دو حل خارجی دقیق ارائه دادند که هر دو، شرایط انطباق جهان شامه ای[۱۵] و معادلات میدان را ارضا می کنند و مجانبا شوارتزشیلد هستند اما هیچ کدام حل خلا شوارتزشیلد نیستند. یکی از این حل ها، حل رایزنر– نوردستروم گونه[۱۶] است که در آن هیچ بار الکتریکی وجود ندارد اما در عوض بار وایل ناشی از اثرات جزر و مدی گراویتون[۱۷] در توده را دارا می باشد. دیگری، یک حل جدید است، هر دوی این حل های خارجی، اثری از تنش گراویتون حجم را در بر دارند و هر کدام بر روی شامه، دارای افقی هستند که بزرگتر از افق شوارتزشیلد است.

هر دوی این جواب ها (داخل و خارج)، جواب های جهان شامه ای سازگار هستند، اما ما جواب های توده را نمی دانیم. در واقع، هیچ حل پنج بعدی دقیقی برای سیاه چاله های شامه اخترفیزیکی[۱۸] نمی شناسیم و مورد ستاره یکنواخت حتی پیچیده تر است.

تحلیل رمبش گرانشی و شکل گیری سیاه چاله بر روی شامه، پیچیده تر است. برونی[۱۹] ، جرمانی و مارتنز [۲]، نشان دادند که حل خارجی خلا یک ابر غبار در حال رمبش نمی تواند ایستا باشد، هر چند، از نقطه نظر زمینه های فیزیکی عام انتظار می رود که رفتار غیر ایستا، موقتی باشد، در نتیجه حل خارجی شکل ایستا به خود خواهد

[۱۱] Uniqueness
[۱۲] Tension
[۱۳] Nucleosynthesis
[۱۴] Sub-millimeter
[۱۵] Braneworld matching conditions
[۱۶] Reissner – Nordstrom – type
[۱۷] Graviton tidal effects
[۱۸] Astrophysical brane
[۱۹] Bruni

گرفت. نتایج مشابهی، برای رمبش ابر غبار در چهارچوب مدل های مختلف جهان شامه ای با اصلاحات انحنا، توسط کوفیناز[۲۰] و پاپانتونوپولس[۲۱] [۳] به دست آمده است.

با این وجود، در نظریه های کالوزا– کلاین، نسخه ملایم تری از نظریه بیرکهف برقرار است. یعنی، تنها یک مجموعه از جواب های دقیق با تقارن کروی برای معادلات میدان $R_{AB}=0$ وجود دارد که مجانبا تخت، ایستا و مستقل از ابعاد اضافه هستند. در پنج بعد، به همان شکلی که توسط دیویدسون[۲۲] و اون[۲۳] [٤] داده شده، این حل ها به وسیله المان خطی زیر توصیف می شود:

$$ds^2=\left(\frac{ar-1}{ar+1}\right)^{2\sigma\kappa}dt^2-\frac{1}{a^4r^4}\frac{(ar+1)^{2[\sigma(\kappa-1)+1]}}{(ar-1)^{2[\sigma(\kappa-1)-1]}}\left[dr^2+r^2d\Omega^2\right] \pm\left(\frac{ar+1}{ar-1}\right)^{2\sigma}dy^2 \tag{۱}$$

به طوریکه a یک ثابت است با دیمانسیون L^{-1}؛ و σ و κ هم پارامترهایی هستند که از رابطه قیدی زیر تبعیت می کنند

$$\sigma^2\left(\kappa^2-\kappa+1\right)=1 \tag{۲}$$

این مجموعه جواب ها به اشکال مختلفی توسط کرامر[۲٤] [٥] و همچنین در مبحثی متفاوت توسط گراس[۲٥] و پری[۲٦] [٦] به دست آمده اند (برای مطالعه بحث آخر، [۷] و مراجع آن را مطالعه کنید). اهمیت این متریک در این نکته است که در حد $\kappa\to\infty$ $(\sigma\kappa\to 1)$، متریک زیر به دست می آید[۲۷]

$$ds^2=\left(\frac{1-\frac{1}{ar}}{1+\frac{1}{ar}}\right)^2dt^2-\left(1+\frac{1}{ar}\right)^4\left[dr^2+r^2d\Omega^2\right]\pm dy^2 \tag{۳}$$

به طوریکه بر روی هر زیرفضای $y=const$ در مختصات همسانگرد و به ازای جرم مرکزی $M=\dfrac{2}{a}$ به متریک شوارتزشیلد تبدیل می شود. یعنی،

[۲۰] kofinaz
[۲۱] Papantonopaulos
[۲۲] Davidson
[۲۳] Owen
[۲٤] Kramer
[۲٥] Gross
[۲٦] Perry
[۲۷] این متریک به ریسمان سیاه شوارتزشیلد معروف است

$$ds^2 = \left(\frac{1-\frac{M}{2r}}{1+\frac{M}{2r}}\right)^2 dt^2 - \left(1+\frac{M}{2r}\right)^4 \left[dr^2 + r^2 d\Omega^2\right] \qquad (٤)$$

در نظریه کالوزا– کلاین پنج بعدی، این جواب ها نقش مهمی را در بررسی بسیاری از مسائل مشاهداتی مهم بازی می کنند، این مسائل شامل آزمایش کلاسیکی نسبیت، حرکت تقدیمی ژئودزیک یک ژیروسکوپ و انحراف احتمالی از اصل تطابق [٨] می باشد. در چهارچوب رهیافت ماده القایی، متریک (١)، جهت توصیف اجرام نقطه ای گسترده به نام سولیتان به کار می رود [٩] . در این حالت ، توزیع ماده شامل یک تکینگی نورگونه در $r=1/a$ [٧و١٠] است که در اصل توسط یک ناظر خارجی مشاهده می شود. تنها در حد ریسمان سیاه $(\sigma\kappa \to 1)$ $\kappa \to \infty$، متریک پنج بعدی (١) دارای افق رویداد است؛ به ازای تمام مقادیر متناهی κ، افق به یک نقطه تکینه کاهش می یابد هر چند، حضور تکینگی های لخت[٢٨] برای همه ناراحت کننده است. اجازه دهید در اینجا کمی به ماهیت تکینگی بپردازیم.

متریک زیر را در نظر بگیرید

$$ds^2 = -\left(1-\frac{2GM}{r}\right)dt^2 + \left(1-\frac{2GM}{r}\right)^{-1} dr^2 + r^2 d\Omega^2$$

به طوریکه $d\Omega^2$ متریک دو کره واحد است

$$d\Omega^2 = d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2$$

ثابت M به عنوان جرم جسم گرانشی تفسیر می شود. با توجه به متریک بالا، مولفه های متریک در $r=0$ و $r=2GM$ بینهایت می شوند، یک نشان ظاهری از اینکه، مشکلی وجود دارد.

مولفه های متریک، کمیت های وابسته به مختصات هستند، و به همین دلیل، مقادیر آنها چندان قابل اهمیت نیست. کاملا محتمل است که، یک تکینگی مختصاتی داشته باشیم که ناشی از شکست سیستم مختصاتی باشد تا منیفلد آن. مثالی از آن در مرکز مختصات قطبی بر روی صفحه تخت اتفاق می افتد در جاییکه متریک $ds^2 = dr^2 + r^2 d\theta^2$ تبهگن می شود و مولفه $g^{\theta\theta} = r^{-2}$ عکس متریک به ناگهان افزایش می یابد با وجودیکه آن نقطه از منیفلد هیچ تفاوتی با نقاط دیگر ندارد.

[٢٨] Naked singularities

چه نوع علامت مستقل از مختصاتی را میبایست به عنوان نشانی از اینکه هندسه، از کنترل خارج است در نظر بگیریم؟ به نظر می رسد که جواب دادن به این سوال کار دشواریست. کتاب های بسیاری در رابطه با طبیعت تکینگی ها در نسبیت عام نوشته شده اند. ما وارد جزئیات این بحث نمی شویم، اما به یک معیار ساده ای می پردازیم مبنی بر اینکه چه موقع مشکلی وجود دارد یا چه موقع انحنا، بی نهایت می شود. انحنا توسط تانسور ریمان اندازه گیری می شود و بسیار سخت است که بگوییم چه موقع تانسور بی نهایت می شود زیرا مولفه های آن وابسته به مختصات هستند. اما با کمک انحنا می توانیم مقادیر اسکالر مختلفی بسازیم و از آنجاییکه اسکالرها مستقل از مختصات هستند، بسیار پر معنی است اگر بگوییم که آنها بی نهایت می- شوند. ساده ترین اسکالر از این نوع، اسکالر ریچی است $R = g^{\mu\upsilon}R_{\mu\upsilon}$ اما می توانیم اسکالرهایی از درجه بالاتر هم بسازیم مانند $R^{\mu\upsilon}R_{\mu\upsilon}$ ، $R^{\mu\upsilon\rho\sigma}R_{\mu\upsilon\rho\sigma}$ ، $R_{\mu\upsilon\rho\sigma}R^{\rho\sigma\lambda\tau}R^{\mu\upsilon}_{\lambda\tau}$ و.....

اگر یکی از اسکالرها (نه لزوما همه آنها)، هنگامی که به یک نقطه نزدیک می شویم به سمت بینهایت میل کنند، آن نقطه را تکینگی انحنا می نامیم. همچنین باید بررسی کنیم که آن نقطه بینهایت دور نباشد، یعنی اینکه بتوانیم با طی کردن فاصله متناهی در راستای یک انحنا به آن برسیم. بنابراین برای اینکه، نقطه ای را تکین در نظر بگیریم، شرایط ویژه ای داریم. هر چند که این یک شرط لازم نیست و به طور کل نشان دادن اینکه، یک نقطه تکینه نیست سخت تر است. یک راه این است که ببینیم آیا در نقطه مورد نظر ژئودزیک ها خوش رفتار هستند یا خیر، اگر خوش رفتار بودند نقطه را غیر تکین در نظر می گیریم. در مورد متریک شوارتزشیلد، محاسبات مستقیم نشان می دهند که

$$R^{\mu\upsilon\rho\sigma}R_{\mu\upsilon\rho\sigma} = \frac{48G^2M^2}{r^6}$$

همین کافیست که ما را قانع سازد که $r = 0$ یک تکینگی ذاتی است.

نقطه مشکل برانگیز دیگر، $r = 2GM$، شعاع شوارتزشیلد است، شما می توانید بررسی کنید و ببینید که هیچ یک از ناورداهای انحنا[۲۹] به ناگهان در آن نقطه افزایش نمی یابند بنابراین ما فرض می کنیم که این نقطه واقعا تکینه نیست، و ما فقط دستگاه مختصات بدی را در نظر گرفته ایم. بهترین کاری که می توانیم انجام دهیم این است که دستگاهمان را به سیستم مناسب تری تبدیل کنیم. می بینیم که در این مورد، تبدیل مختصات امکان پذیر است و سطح $r = 2GM$ در متریک شوارتزشیلد بسیار خوشرفتار است و افق حادثه سیاه چاله را نشان می دهد.

حلی که ما به دست آورده ایم تنها در خلا معتبر است و ما انتظار داریم در خارج یک جرم کروی مانند ستاره برقرار باشد. هر چند که در مورد خورشید با جسمی سر و کار داریم که تا شعاع

[۲۹] Curvature invariants

$$R_{\odot} = 10^6 GM_{\odot}$$

کشیده شده است. بنابراین، $r = 2GM_{\odot}$ در داخل شعاع خورشید قرار دارد، در جایی که انتظار نداریم متریک شوارتزشیلد به کار رود. در واقع حل های داخلی نجومی واقعی شامل تطبیق متریک شوارتزشیلد خارجی با متریک داخلی است که به خوبی در مبدا هموار[۳۰] است.

تکینگی لخت، تکینگی است که در پشت افق حادثه پنهان نشده باشد و بتوان آن را از دنیای خارج مشاهده کرد.

حال که اندکی با مفهوم تکینگی آشنا شدیم به بحث خود می پردازیم. برای اجتناب از چنین تکینگی هایی می بایست ناحیه مرکزی را جدا کرده و $r\rangle\frac{1}{a}$ را در نظر بگیریم. آنچه که این روش پیشنهاد می دهد این است که متریک مجانبا تخت (۱) می بایست به عنوان یک حل خارجی جهت توصیف میدان گرانشی خارج از هسته توزیع ماده کروی تفسیر شود. در این تفسیر، حل خارجی موثر، خلا نیست زیرا تنش های ناجایگزیده القایی ناشی از انحنای وایل در پنج بعد وجود دارد که در چهار بعد مانند تابش[۳۱] رفتار می کنند. ناحیه داخلی $r \le \frac{1}{a}$ می بایست توسط حل دیگری از معادلات میدان توصیف شود که می بایست در مبدا خوش رفتار باشد و نیازی نیست که مجانبا تخت باشد. هدف این کار بررسی این تفسیر و پیامدهای آن بر روی مدل های نجومی است.

در این مبحث، ساده ترین گزینه برای توصیف حل خارجی ستاره کروی، توسط قسمت فضا زمانی حل خلا پنج بعدی (۱)، که متریک القایی بر روی هر ابر سطح $y = const.$ است، تعیین می شود. با این وجود ، نشان می دهیم که این حل خارجی ساده به مدل های نجومی ای می انجامد که هیچ حد نیوتنی ندارند. از طرف دیگر، با توجه به اصل تناظر، نیاز داریم که مدل های نجومی مان نه تنها با نسبیت عام بلکه با مدل های نیوتنی نیز سازگار باشند. در نتیجه در این کار، سناریوی کلی تری را در نظر می گیریم. ادامه مطالب به صورت زیر است.

در فصل ۱، به معرفی و بررسی نظریات ابعاد اضافی می پردازیم.

در فصل ۲، از المان خطی پنج بعدی (۱) استفاده کرده و مجموعه ای از متریک های مجانبا تخت در چهار بعد تولید می کنیم که با متریک القایی بر روی ابر سطوح $y = const.$ همدیس است. این مجموعه را به عنوان

[۳۰] Smooth

[۳۱] این تابش را گاهی تابش وایل یا سیاه می خوانند زیرا در این مورد تانسور انرژی– ممنتم $T_{\mu\nu}$ را می توان به صورت $T_{\mu\nu} = -\varepsilon E_{\mu\nu}$ بیان کرد به طوریکه $E_{\mu\nu}$ تصویر فضا زمانی تانسور وایل پنج بعدی است که بدون رد می باشد.

انتخاب احتمالی توصیف فضا زمان چهار بعدی خارج یک ستاره کروی با شعاع $r_b\rangle\frac{1}{a}$ مورد بررسی قرار می دهیم.

در فصل ۳، از شرایط مرزی در می یابیم که تنها یک عضو از این مجموعه با حد میدان ضعیف سازگار است. به عبارت دیگر، شرط اینکه در حد میدان ضعیف می بایست به فیزیک نیوتنی معمول برسیم، یک حل خارجی منحصر بفرد را جدا می کند. این حل خارجی به یک پارامتر بستگی دارد که ما آن را ε می خوانیم به طوریکه اگر ε را ۱ در نظر بگیریم به حل خارجی خلا شوارتزشیلد می رسیم. قسمت جالب این متریک این است که شبیه به حل خلا شوارتزشیلد است.

در فصل ٤ ، برای به تصویر کشیدن نتایجمان مدل خاصی را به طور مفصل مورد بررسی قرار می دهیم که هسته مرکزی به صورت یک کره شار کامل، حاوی شار همگن و تراکم ناپذیر نمایش داده می شود. پارامترهای فیزیکی یک ستاره نوترونی را برای حل های خارجی مجزا و درجات مختلف انحراف از متریک شوارتزشیلد محاسبه می کنیم. نشان خواهیم داد که حد فشردگی نسبیت عام $\frac{M}{R}\langle\frac{4}{9}$ با فاصله گرفتن از حل خارجی خلا شوارتزشیلد به طور قابل ملاحظه ای افزایش می یابد. در حقیقت، در می یابیم که $\frac{M}{R}$ می تواند بزرگتر از $\frac{1}{2}$ باشد بدون آنکه سیاه چاله تشکیل شود.

سرانجام در فصل ۵ ، خلاصه ای از کارمان را ارائه می دهیم و کلیت نتایجمان را مورد بحث قرار می دهیم.

فصل دوم

ابعاد اضافی

فکر می کنید که ابعاد اضافی چه می توانند باشند؟ ما خیلی خوب می دانیم که جهان اطراف ما سه بعدی است. ما شرق را از غرب ، شمال را از جنوب و بالا را از پایین می شناسیم، در این صورت اگر ما نمی توانیم ابعاد اضافی را ببینیم ، آنها کجا هستند؟

آنچه که مشخص است این است که ما هنوز نمی دانیم جهان ما چند بعد دارد. همه آنچه که مشاهدات کنونی به ما می گویند این است که جهان اطراف ما حداقل ۱+۳ بعد دارد (بعد چهارم، زمان است . در حالیکه زمان از ابعاد فضایی بسیار متفاوت است، لورنتز و اینشتین در اوایل قرن بیستم نشان دادند که فضا و زمان به طور ذاتی با یکدیگر در ارتباطند). پیشنهاد ابعاد اضافی از نظریه ریسمان می آید، تنها نظریه کوانتومی خود سازگار گرانش تا به امروز. به نظر میرسد که برای ارائه توصیف سازگاری از گرانش به بیشتر از ۱+۳ بعد نیاز می باشد و جهان اطراف ما میتواند تا ۱۱ بعد فضایی داشته باشد.

چگونه امکان پذیر است؟ دلیلی که ما نمیتوانیم این ابعاد فضایی اضافی را در زندگی روزانه مان (اگر وجود داشته باشند) حس کنیم این است که آنها متفاوت از سه بعدی هستند که ما با آنها آشنا هستیم. ممکن است جهان ما به یک ورقه سه بعدی (به اصطلاح شامه) که در فضایی با ابعاد بالاتر قرار گرفته متصل باشد. برای به تصویر کشیدن این مساله ، مورچه ای را تصور کنید که بر روی یک ورقه کاغذ بر روی دست شما در حال خزیدن است. برای مورچه ، جهان دو بعدی است ، زیرا نمی تواند صفحه کاغذ را ترک کند. او فقط شمال را از جنوب و شرق را از غرب تشخیص میدهد و تا زمانیکه باید روی ورقه کاغذ بماند ، بالا و پایین برای او معنایی ندارد. به همین شکل ، ما به جهان سه بعدی ای که در واقع بخشی از یک جهان چند بعدی پیچیده تر است، محدودیم.

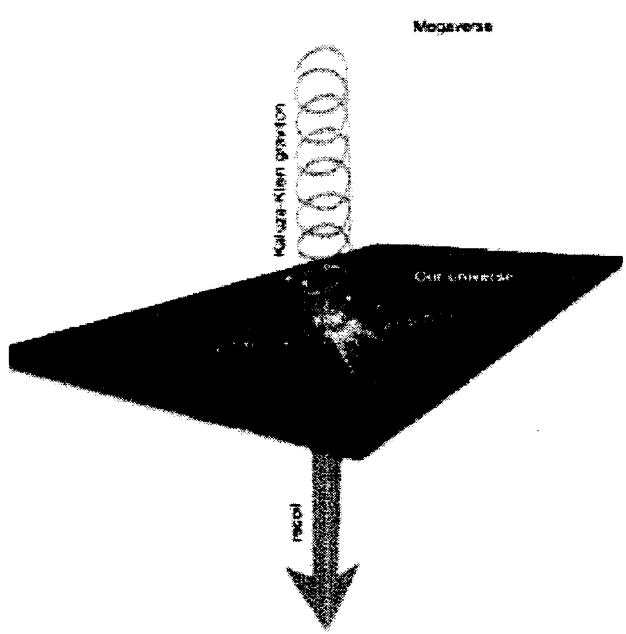
این ابعاد اضافی ، اگر وجود داشته باشند ، به صورت پیچیده به هم یا فشرده هستند. در مثال بالا ، اجازه دهید ورقه کاغذ را به گونه ای بپیچانیم تا شکل یک استوانه را به خود بگیرد. در این حالت ، اگر مورچه در جهت انحنا، حرکت کند ، در نهایت به همان نقطه ای بر می گردد که حرکت خود را آغاز کرده است. این یک مثالی از بعد فشرده [۱] است. اگر مورچه در راستای طول استوانه حرکت کند هرگز به همان نقطه اول برنمی گردد (استوانه کاغذی را آنقدر طویل در نظر می گیریم که هیچ وقت به لبه نرسد) این مثالی از بعد مسطح یا تخت است. ما در جهانی زندگی می کنیم که سه بعد آشنای فضایی ما ، تخت هستند اما ابعاد اضافی ای وجود دارند که به شدت به هم فشرده اند در نتیجه شعاع بسیار کوچک دارند : $۱۰^{-۳۰}$ سانتی متر یا کمتر. بنابراین اگر ما نمیتوانیم آنها را احساس کنیم چه اهمیتی دارد که جهان ما بیشتر از ۳ بعد اضافی داشته باشد؟ در حقیقت ، ما ابعاد اضافی را از طریق اثری که بر روی گرانش دارند می توانیم احساس کنیم. در حالیکه نیروهایی که جهان ما را نگه می دارند (الکترومغناطیس، برهمکنش های ضعیف و قوی) به ۱+۳ بعد تخت محدودند، برهمکنش های گرانشی همواره همه جهان را در بر می گیرند ، در نتیجه این اجازه را به ما میدهند تا اثرات ابعاد اضافی را حس کنیم. متاسفانه ، از آنجاییکه گرانش ، نیروی بسیار ضعیفی است و همچنین شعاع ابعاد اضافه بسیار کوچک است ، مشاهده اثر آنها بسیار سخت است مگر اینکه، مکانیزمی وجود داشته باشد تا برهمکنش گرانشی را تقویت کند. اخیرا، چنین مکانیزمی توسط ارکانی حامد[۲] ، دیموپولوس[۳] و دوالی[۴] پیشنهاد شده است. این دانشمندان متوجه شده اند که ابعاد اضافی می توانند به بزرگی یک میلیمتر باشند، و ما هنوز هم از آنها در فهم چگونگی عملکرد جهان ، صرف نظر می کنیم.

اگر ابعاد اضافی بسیار بزرگ بودند، قوانین گرانشی در فواصل قابل مقایسه با اندازه ابعاد اضافی، می بایست اصلاح می شد. بنابراین ، چرا ما این مسئله را در آزمایش مشاهده نمی کنیم؟ در واقع ما خیلی خوب می دانیم که گرانش برای فواصل بزرگ چگونه کار می کند (قانون معروف ایزاک نیوتن ، که می گوید نیروی گرانش بین دو جرم با مجذور فاصله بین آنها رابطه معکوس دارد). اما کسی چگونگی عملکرد این قانون را در فواصل کمتر از ۱ میلی متر آزمایش نکرده است. مطالعه برهمکنش های گرانشی در فواصل کوچک بسیار پیچیده است. اجسامی که از نظر مکانی بسیار به هم نزدیک هستند میبایست بسیار کوچک و بسیار سبک باشند بنابراین برهمکنش های گرانشی آنها هم بسیار کوچک است و به سختی می توان مشاهده کرد. در حالیکه نسل جدید آزمایشات گرانشی که قادر به بررسی قانون نیوتن در فواصل کوتاه هستند (تا یک میکرون) در راه است ، دانش کنونی ما در مورد گرانش در فواصل از مرتبه ۱ میلی متر متوقف شده است. در حال حاضر ما نمی توانیم بگوییم که آیا ابعاد اضافی محتمل کوچکتر از ۱ میلی متر وجود دارد یا خیر.

---

[۱] Compactified dimension
[۲] Arkani Hamed
[۳] Dimopoulos
[۴] Dvali

تا اینجا بسیار جالب است اما چه رابطه ای بین ابعاد اضافی و فیزیک ذرات و آزمایش هایی که انجام می شود، برقرار است؟ در واقع، رابطه بسیار مستقیمی بین این ها وجود دارد. از آنجاییکه ذراتی که در آزمایشگاه شتاب می دهیم بسیار پرانرژی هستند ، به راحتی می توانیم فواصلی به کوچکی $۱۰^{-۱۹}$ cm را با مطالعه محصولات برخورد این ذرات ، بررسی کنیم. البته، ذرات درگیر در این برخورد ها بسیار سبک هستند. بنابراین ، برهمکنش گرانشی میان آنها بسیار ضعیف است. خوشبختانه ، در نظریه ای که توسط ارکانی حامد، دیموپولس و دوالی پیشنهاد شده ، مشخص شده است که برهمکنش های گرانشی ، اگر ذرات برخورد کننده دارای انرژی بسیار بالایی باشند ، به مقدار قابل ملاحظه ای افزایش می یابند. این افزایش به دلیل مدهای به اصطلاح مارپیچی گراویتون – حامل نیروی گرانش – در اطراف ابعاد اضافی فشرده است. اگر گراویتون به اندازه کافی پر انرژی باشد، می تواند چندین بار به اندازه ۳/٤ مارپیچ به دور ابعاد اضافی فشرده ، حرکت کند. هر بار که پیچ می خورد، نیروی گرانش کوچک میان ذرات برخورد کننده را افزایش می دهد. اگر تعداد دورهایی که گراویتون در اطراف ابعاد اضافی حلقوی[۵] ، انجام می دهد زیاد باشد برهمکنش گرانشی به مقدار بسیار زیادی افزایش می یابد.



یک گراویتون ، از جهان ۳ بعدی ما به داخل ابعاد اضافی فرار می کند و باعث ایجاد یک ناپایستگی انرژی ظاهری در جهان ۳ بعدی می شود.

[۵] Curled extra dimension

از آنجاییکه تواترون[6] آزمایشگاه فرمی، یکی از شتاب دهنده های پرانرژی ذرات در جهان است، مکان خوبی برای جستجوی ابعاد اضافی می باشد، زیرا هر چه انرژی ذرات برخورد کننده بیشتر باشد، افزایش بیشتری در برهمکنشهای گرانشی ، انتظار میرود. فیزیکدانانی که در آزمایش DO ، همکاری می کنند، به دنبال اثرات برهمکنش های گرانشی میان جفت الکترون ها یا فوتون های تولید شده در برخوردهای پر انرژی بوده اند. اگر برهمکنشهای گرانشی میان دو الکترون یا دو فوتون به اندازه کافی بزرگ باشد، ویژگی های چنین سیستم حالت نهایی ای ، می بایست اصلاح شود. اگر گرانش به اندازه کافی ضعیف باشد تا بتوان از آن صرف نظر کرد، تعداد جفت های بیشتری در برخورد های دو جرمی بوجود می آید و همچنین توزیع زاویه ای این ذرات بیشتر از آن مقداری که انتظار می رود یکنواخت است. وقتی گروه DO با دقت به تحلیل داده هایی پرداختند که در سال ۱۹۹۲-۱۹۹٦ جمع آوری کرده بودند، چنین افزایشی را مشاهده نکردند. داده ها با پیش بینی های ناشی از فرایند های فیزیکی شناخته شده در توافق بسیار خوبی هستند و به نظر نمیرسد که برهمکنش گرانشی نقش مهمی را در انرژی های قابل دسترسی بازی کند. بنابراین تا کنون ، نشانه ای از ابعاد اضافی یافت نشد.

با وجودیکه، ابعاد اضافی را مشاهده نکرده ایم ، قادریم حدهای محکمی بر روی اندازه آنها قرار دهیم. این حدها محکمتر از آنهایی هستند که توسط آزمایشات گرانشی، یا آزمایشات شتاب دهنده در مکانیزم های انرژی پایین، تاکنون تعیین شده است.

۱-۲ نظریه کالوزا-کلاین[7]

تصور اینکه جهان ممکن است بیشتر از چهار بعد داشته باشد به وسیله کالوزا (۱۹۲۱) مطرح شد. کسی که با بینش درخشانش متوجه شد که می توان از یک خمینه پنج بعدی برای یکی کردن نظریه نسبیت عام اینشتین و نظریه الکترومغناطیس ماکسول استفاده کرد. با کمی تاخیر، انیشتین این نظریه را پذیرفت اما نیروی محرکه اصلی توسط کلاین در سال ۱۹۲٦ مهیا شد. او با فرض اینکه بعد اضافه به طور میکروسکوپی، کوچک است و در واقع دارای اندازه ایست که از طریق ثابت پلانک h به اندازه بار الکتریکی e مربوط است، با نظریه کوانتومی ارتباطی به وجود آورد. با وجود این زیبایی، این نسخه از نظریه کالوزا-کلاین به مقدار زیادی تحت الشعاع اولین رشد سریع مکانیک موجی و سپس نظریه میدان کوانتومی قرار گرفت. با این وجود، پیشرفت فیزیک ذرات سرانجام به جذب دوباره توجهات به نظریه های میدان ابعاد اضافی به عنوان وسیله ای جهت یکی کردن فیزیک برهمکنش های کوتاه مدت و بلند مدت، منجر شد. بنابراین، نظریه پنج بعدی کالوزا-کلاین، بستری برای پیشرفت های امروزی

[6] Tevatron
[7] Kaluza-Klein

مانند ابر گرانش ۱۱ بعدی و ابر ریسمان های ۱۰ بعدی فراهم می آورد. در واقع، ابهاماتی در وسعت به کارگیری اصطلاح نظریه کالوزا-کلاین وجود دارد. ما عمدتا از این اصطلاح استفاده کرده و برای نظریه میدان پنج بعدی به کار می بریم اما حتی در این چهارچوب چندین نسخه از آن وجود دارد. یک بازنگری جامعی که اخیرا از همه نسخه های نظریه کالوزا-کلاین صورت گرفته، مقاله ایست از آوردوین[۸] و وسون[۹] در سال ۱۹۹۷. این مقاله شامل شرح کوتاهی است از آنچه که توسط دانشمندان مختلف، نظریه غیرفشرده[۱۰]، ماده القایی یا فضا-زمان-ماده خوانده می شود. در اینجا خلاصه ای از شکل اصلی نظریه کالوزا-کلاین رایج را شرح می دهیم.

این نظریه، لزوما نسبیت عام در پنج بعد است اما به دو شرط مقید شده است. از نظر فیزیکی، هر دو شرط دارای انگیزه توضیح این مسئله هستند که چرا ما چهار بعد از فضا-زمان را درک می کنیم و (ظاهرا) بعد پنجم را نمی بینیم. هر چند که از نظر ریاضی، ممکن است کمی با هم متفاوت باشند:

- شرط به اصطلاح استوانه، توسط کالوزا معرفی شد و در آن تمام مشتقات جزئی نسبت به مختصه پنجم را صفر در نظر می گیرند. این یک قید بسیار قوی است که میبایست در ابتدای محاسبات اعمال شود. خاصیت اصلی آن این است که از پیچیدگی محاسباتی نظریه می کاهد و آن را در سطح کنترل پذیری قرار می دهد.
- شرط فشرده سازی که توسط کلاین معرفی شد و شامل این فرض بود که بعد پنجم نه تنها دارای اندازه کوچکی است بلکه هندسه بسته ای نیز دارد (یعنی اگر تنها یک بعد اضافه در نظر بگیریم به شکل دایره است). این قیدی است که به طور مستمر به جواب اعمال می شود. خاصیت اصلی این شرط این است که حالت تناوبی معرفی می کند و اجازه می دهد که بتوانیم از سری فوریه و دیگر تجزیه های نظریه استفاده کنیم.

اکنون ۱۵ پتانسیل بی بعد وجود دارد که عناصر مستقل در تانسور متریک متقارن ۵×۵ ، g_{AB} (A,B=۰,...,۴) هستند.

چهار مختصه اول مربوط به فضا زمان هستند در حالیکه مختصه اضافی $x^4 = l$ گاها در کاربردهای فیزیک ذرات، مختصه داخلی نامیده می شود.

[۸] Averduin
[۹] Wesson
[۱۰] Uncompactified Theory