بسم الله الرحمن الرحيم

دانشگاه تبریز

دانشکده فنی مهندسی مکانیک

گروه مهندسی مکانیک

پایان‌نامه

برای دریافت درجه کارشناسی ارشد در رشته مهندسی مکانیک- تبدیل انرژی

عنوان

تحلیل انتقال گرمای جابجایی آزاد روی استوانه افقی با روش حجم محدود بالادست بهبودیافته

استاد راهنما

دکتر سید اسماعیل رضوی

استاد مشاور

دکتر سید محمد سید محمودی

پژوهشگر

وحید فرهنگ‌مهر

اسفند ماه ۱۳۸۶

تقدیر و تشکر

از راهنمایی‌های استاد ارجمند، جناب آقای دکتر سید اسماعیل رضوی که همواره در طول این پایان‌نامه مرا یاری دادند، کمال تشکر را دارم و زحمات ایشان را ارج می‌نهم.
از زحمات و راهنمایی‌های بی‌شایبه جناب آقای دکتر سید محمد سید محمودی استاد مشاور این پایان‌نامه کمال امتنان را دارم.
از زحمات دلسوزانه و بی‌دریغ پدر و مادرم تشکرکرده و این پایان‌نامه را به محضر پدر بزرگوارم که الگوی تلاش و خستگی ناپذیری و مادر فداکارم که الگوی صبر و امید برای من بودند تقدیم‌می‌کنم.
و تقدیم به همه کسانی که مرا در رسیدن به این منزل یاری کردند.

نام خانوادگی دانشجو: فرهنگ‌مهر **نام:** وحید

عنوان پایان‌نامه: تحلیل انتقال گرمای جابجایی آزاد روی استوانه افقی با روش حجم محدود بالادست بهبود یافته

استاد راهنما: دکتر سید اسماعیل رضوی

استاد مشاور: دکتر سید محمد سید محمودی

مقطع تحصیلی: کارشناسی ارشد **رشته:** مکانیک **گرایش:** تبدیل انرژی **دانشگاه:** تبریز

دانشکده: مهندسی مکانیک **تاریخ فارغ التحصیلی:** اسفند ماه ۱۳۸۶ **تعداد صفحه:**۸۶

واژه‌های کلیدی: جریان تراکم‌ناپذیر، تراکم‌پذیری مصنوعی، روش حجم‌محدود بالادست، روش‌مشخصه‌ها، جابجایی آزاد، استوانه دایروی، روش‌رانگ-کوتا

چکیده:

با تکامل تکنیک‌های عددی از نظر سرعت همگرایی و دقت محاسبات، دینامیک سیالات محاسباتی به وفور در طراحی، تحلیل و بهینه‌سازی سیستم‌های مهندسی استفاده می‌شود. از آنجا که بیشتر روش‌های عددی اولیه در شبیه‌سازی برخی پدیده‌های مهم برای جریان‌های تراکم‌پذیر توسعه یافته‌اند، بنابراین کمتر به جریان‌های تراکم‌ناپذیر پرداخته شده است. لذا، شبیه‌سازی عددی صحیح این دسته از جریان‌ها از جایگاه خاصی در دینامیک سیالات برخوردار است. با توجه به گستردگی، تکامل و کارکرد مطلوب تکنیک‌های عددی جریان‌های تراکم‌پذیر، می‌توان با تصحیحاتی از آنها برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر نیز بهره جست. در واقع معادلات ناویر-استوکس جریان تراکم‌ناپذیر از معادلات ناویر-استوکس جریان تراکم‌پذیر در حالت حدی وقتی عدد ماخ به سمت صفر یا سرعت صوت به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، به دست می‌آید. اما کاهش عدد ماخ برای کاهش اثرات تراکم‌پذیری جریان، موجب کاهش کارایی این تکنیک‌ها از نظر همگرایی و دقت و نیز افزایش حساسیت نسبت به شرایط مرزی در مقایسه با جریان‌های تراکم‌پذیر می‌شود و از نظر محاسباتی نیز بهینه نمی‌باشد. برای غلبه بر این مشکلات، استفاده از روش‌های با دقت بالا، خوش‌رفتار سازها به همراه شتاب‌دهنده‌های همگرایی توصیه شده است. جریان جابجایی آزاد جریانی کم سرعت می‌باشد، پس ذاتا تراکم‌ناپذیر بوده و همگرایی کندی دارد. اغلب روش‌های عددی پیشین از تقریب لایه مرزی و طرح‌های اختلاف مرکزی که در آنها استفاده از اتلاف مصنوعی مخصوصا در اعداد رایلی بالا اجتناب‌ناپذیر است، بهره جسته‌اند. در این پژوهش، مدلی عددی برای انتقال گرمای جابجایی آزاد سیال تراکم‌ناپذیر لزج در جریان دوبعدی و آرام اطراف استوانه افقی بلند با دمای سطح یکنواخت و مقطع دایروی ارایه می‌شود. یک روش حجم محدود بالادست توسعه یافته بر اساس روش رو(Roe) همراه با تراکم‌پذیری مصنوعی برای کوپل کردن معادلات پیوستگی و ممنتم و تبدیل آنها به سیستم هذلولوی در یک شبکه جبری فشرده‌سازی شده پرداخته می‌شود. مزیت کار عددی حاضر این است که میدان‌های فشار، سرعت و دما به صورت کاملا یک دست با یک طرح عددی و بدون اتلاف مصنوعی در محدوده وسیع اعداد رایلی تعیین می‌شوند. سیال عامل هوا بوده و در محاسبه شارهای جابجایی از نظریه انتشار امواج صوتی مجازی علاوه بر روش میانگین گیری بهره جسته و عبارات لزج-هدایت گرمایی با تکنیک مرتبه دوم گسسته‌سازی می‌شوند. برای گسسته‌سازی زمانی، اسکیم رانگ-کوتای مرتبه پنج با دو مرحله گام زمانی به دلیل محدوده پایداری وسیع و سرعت همگرایی مطلوب به کار رفته است. گام زمانی اول از تکنیک گام زمانی محلی به عنوان یک شتاب‌دهنده همگرایی و گام زمانی دوم از روی معیار پایداری تعیین می‌شوند. نتایج حاصل شامل مشخصه‌های هیدرودینامیکی و گرمایی جریان مانند خطوط جریان، خطوط دما ثابت، توزیع دما و عدد نوسلت موضعی و متوسط در محدوده وسیعی از عدد رایلی بین ۱ و ۱۰۰۰۰ با نتایج تجربی و عددی دیگر محققان مقایسه می‌شوند که این مقایسه و سرعت همگرایی قابل ملاحظه می‌باشد. برای اعتبار دهی بیشتر به روش توسعه داده شده در کار حاضر، مساله استوانه افقی بلند با مقطع دایروی در جریان صلیبی سیال تراکم‌ناپذیر لزج با انتقال گرما در رژیم آرام و دوبعدی با سیال عامل هوا به عنوان مطالعه موردی دیگر نیز بررسی شده است.

فهرست مطالب

فهرست علائم

a	سرعت صوت مجازی
A, B, A'	ماتریس‌های ژاکوبین شار جابجایی
c_p	ظرفیت گرمایی ویژه در فشار ثابت(J / kgK°)
CFL	عدد کورانت
C_D, C_{PD}, C_{wD}	ضرایب پسای کلی، فشاری و پوستی در جابجایی اجباری
C_P	ضریب فشار در جابجایی اجباری
D	اتلاف عددی مصنوعی و قطر استوانه(m)
E	ماتریس بردارهای ویژه راست
$E^{(i)}$	بردار ویژه راست
$E_j^{(i)}$	مولفه‌های بردار ویژه راست
F, G	بردارهای شار جابجایی
F_N	بردار شار جابجایی قائم
g	شتاب گرانشی(m / s^2)
g_x, g_y	نیروی جسمی به ازای واحد جرم سیال در امتدادهای مختصات فیزیکی
Gr	عدد گراشف
h	آنتالپی(J / kg) و ضریب جابجایی گرمایی(W / m^2K)
IM, JM	تعداد فاصله‌ها در امتدادهای شعاعی و محیطی
k	ضریب رسانش گرمایی(W / mK°)
l_n	امتداد قائم بی‌بعد
M, N	تعداد گره‌های شبکه در امتدادهای شعاعی و محیطی
Nu	عدد نوسلت موضعی
$\overline{Nu}$	عدد نوسلت متوسط
$\vec{N}$	بردار قائم
p	فشار
$\Pr$	عدد پرانتل
Q	مانده
q'''	تولید گرمای داخلی
S, R	بردارهای شار لزج- هدایت گرمایی
Re	عدد رینولدز
Ra	عدد رایلی

t	زمان
T	دما(K°)
U	بردار مشخصه‌ها
u_i	مولفه‌های بردار مشخصه‌ها
$\vec{V}$	بردار سرعت
v , u	مولفه‌های کارتزین بردار سرعت
w_i	مولفه‌های بردار حالت
W	بردار حالت
y , x	مختصات فیزیکی
Z	عبارت چشمه
α'	ضریب پخشندگی گرمایی(m^2/s)
δ_i ،α_i	مولفه‌های بردار قدرت موج مجازی
δ ،α	بردار قدرت موج مجازی و ضریب تراکم شبکه
β	ضریب ترکم‌پذیری مصنوعی
β'	ضریب انبساط گرمایی($1/K^\circ$)
ε	ضریب اتلاف عددی مصنوعی
ξ	زاویه بین بردار قائم بر شبکه با جهت مثبت محور افقی
θ	دمای بی‌بعد
ρ	چگالی(kg/m^3)
μ ،ν	لزجت دینامیکی(Pa/s)و سینماتیکی سیال(m^2/s)
λ	مقادیر ویژه
Λ	ماتریس مقادیر ویژه
Φ	تابع اتلاف لزج
$\partial\Omega$ ،Ω	مساحت و مرز بی‌بعد سلول اولیه
$\partial\Omega'$ ،Ω'	مساحت و مرز بی‌بعد سلول ثانویه
$\partial\Omega''$ ،Ω''	مساحت و مرز بی‌بعد سلول ثانویه مرزی
ω	متغیر میانگین‌گیری رو(Roe) و ورتیسیته در جابجایی اجباری
زیرنویس‌ها	
N	قائم
P	موازی

∞	مقادیر محیط در جابجایی آزاد و مقادیرجریان آزاد در جابجایی اجباری
W	دیواره
R	راست
L	چپ
بالا نویس‌ها	
$*$	مقادیر بی‌بعد
$-$	مقدار میانگین

فهرست شکل‌ها و جدول‌ها

فصل اول :

مقدمه

۱-۱ مقدمه:

همانگونه که از مشاهدات معمولی و ابتدایی خود می دانیم، مایعات و گازها در حال حرکت به شیوه‌ای بسیار متفاوت و اغلب بسیار پیچیده رفتار می کنند. دینامیک سیالات شاخه‌ای از علم مکانیک سیالات است که به مطالعه و بررسی علت و چگونگی این پدیده‌ها می پردازد. قوانین فیزیکی حاکم بر رفتار و جریان سیالات همگن در حال حرکت، بدون پخش جرمی، بدون واکنش شیمیایی و با فرض پیوسته بودن سیال، قوانین مشهور و متداول پایستاری فیزیکی در مکانیک سیالات و انتقال گرما، یعنی قانون پایستاری جرم یا معادله پیوستگی، قانون پایستاری اندازه حرکت نیوتن یا قانون توازن نیروها و قوانین ترمودینامیک یا قانون پایستاری انرژی هستند و معادلات مربوط به آنها روی هم معادلات ناویر-استوکس (Navier-Stokes Equations) نامیده می شوند [۱]. در اغلب موارد، فرمول بندی این قوانین پایه دینامیک سیالات به صورت معادلات دیفرانسیل پاره‌ای (Partial Differential Equations) مرتبه دوم غیر خطی وابسته در یک قلمرو ناهموار با شرایط اولیه و مرزی مختلف در می آید. اساسا، سه رهیافت با شرح مختصری که در زیر داده می شود، برای مطالعه و حل یک مساله مکانیک سیالات و انتقال گرما وجود دارد که عبارتند از: رهیافت تجربی (Experimental Approach)، رهیافت نظری تحلیلی (Theoretical-Analytical Approach) و رهیافت عددی (Numerical Approach) [۲].

رهیافت تجربی به دلیل معایبی از جمله محدودیت‌های تجهیزاتی در مقیاس بندی و اندازه گیری و نیز هزینه‌های عملکردی روزافزون و عدم تشابه کامل نمونه با میدان جریان واقعی، توانایی حصول جواب‌های نادرست برای بسیاری از مسائل را دارد و کسب اطلاعات آزمایشگاهی در بیشتر میدان‌های جریان غیر عملی است. به عبارتی دیگر، رهیافت تجربی می تواند اطلاعات مورد نیاز یک میدان جریان خاص را فراهم کند. از نتایج تجربی در طراحی، برای اثبات درستی حل معادلات حاکم در کنار نتایج محاسباتی استفاده می شود [۲].

در رهیافت نظری تحلیلی، حل تحلیلی معادلات حاکم بسیار محدود است و یک سری فرض‌های ساده کننده و شرایط مرزی برای مهار مساله در نظر گرفته می شوند. از جمله معایب این رهیافت همین فرض‌های محدود کننده و ساده کننده فیزیک و هندسه است [۲].

دینامیک سیالات عددی (Computational Fluid Dynamics, CFD) شاخه نسبتا جدید مهندسی مکانیک است که در تجزیه و تحلیل و طراحی سیستم‌های مختلف مهندسی مکانیک و دیگر رشته‌ها تحولی اساسی ایجاد کرده و در عین حال، باعث پیشرفت چشمگیری در صنعت کامپیوتر شده‌است. به گونه‌ای که، امروزه شاهد پدیدآمدن ابر کامپیوترها هستیم. پیشرفت‌های به‌دست‌آمده در زمینه گسترش تکنیک‌های محاسباتی و ساخت کامپیوترهایی با سرعت، حافظه و کارایی مطلوب‌تر، امکان حل معادلات پیچیده و غیر خطی حاکم بر مکانیک سیالات و انتقال گرما را در شرایط گوناگون از روش‌های عددی، فراهم کرده‌است. بر خلاف رهیافت تجربی، شرایط جریان و ابعاد به راحتی تغییر پذیرند تا بتوان اهداف طراحی‌های مختلف را برآورده کرد. جوابی را که از چنین حل عددی حاصل می‌شود، با شرط قرار گیری مساله در گستره فرض‌ها، پس از مقایسه با نتایج تجربی مورد تایید قرار می گیرد. با تکامل تکنیک‌های عددی از نظر دقت و کارایی، صنایع مختلف به‌وفور از روش‌های CFD در طراحی، تحلیل و بهینه‌سازی استفاده کرده و می‌توان گفت که آگاهی از این شاخه جدید برای کلیه مهندسان و محققان در مهندسی مکانیک و دیگر شاخه‌های مهندسی امری ضروری است [۲].

در CFD برای به‌دست‌آوردن یک شبیه‌سازی عددی کارآمد، باید از یک مدل ریاضی صحیح برای کاربردهای مورد نظر (جریان آرام یا آشفته- پایا یا ناپایا- لزج یا غیرلزج- تراکم‌پذیر یا تراکم‌ناپذیر- یک، دو یا سه‌بعدی و غیره)، روش گسسته‌سازی مطلوبی برای تقریب معادلات حاکم در قلمرو مکانی و زمانی با معادلات جبری، شبکه و شرایط مرزی مناسب بهره جست. انتخاب روش گسسته‌سازی به نوع مساله و شرایط اولیه و مرزی بستگی دارد و دقت حل عددی نیز به نحوه گسسته‌سازی معادلات حاکم و شبکه وابسته می‌باشد. یک برنامه کامپیوتری کارا برنامه‌ای است که به کمترین زمان محاسبه و حافظه کامپیوتر نیاز داشته باشد و در عین حال، دقت مطلوبی را در محاسبات فراهم کند. بنابراین، تحقیقات گسترده و پیوسته‌ای برای ارائه روش‌های جدید، در حال اجرا است [۲].

از آنجاکه بیشتر روش‌های عددی اولیه در شبیه‌سازی برخی پدیده‌های مهم برای جریان‌های تراکم‌پذیر مانند شوک و غیره توسعه یافته‌اند، بنابراین، کمتر به جریان‌های تراکم‌ناپذیر که اساس بسیاری از جریان‌های مهم موجود در صنعت نظیر جریان در مبادله کن‌های گرمایی، سیستم‌های هیدرولیکی و غیره می‌باشند،

پرداخته‌شده‌است. لذا، شبیه‌سازی عددی صحیح این دسته از جریان‌ها از جایگاه خاصی در دینامیک سیالات برخوردار بوده و در سال‌های اخیر توجه زیادی را به خود جلب کرده‌است.

روش‌هایی فشار مبنا وجود دارند که ذاتاً برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر گسترش یافته‌اند و دارای قدمت بیشتری می‌باشند. در آنها از معادله پوآسون برای حل میدان فشار با فرض یک میدان فشار اولیه و سپس تصحیح آن در صورت لزوم به صورت تکراری تا ارضای معادله پیوستگی استفاده می‌شود. با وجود تکامل روش‌های مذکور در موارد متنوع، وابستگی دقت و کارایی به نحوه حل معادله اولیه فشار، حجم و زمان محاسباتی طولانی معایب این روش‌ها است[۳].

با توجه به گستردگی، تکامل و کارکرد مطلوب تکنیک‌های عددی جریان‌های تراکم‌پذیر، می‌توان از آنها برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر نیز بهره جست. در واقع معادلات ناویر-استوکس جریان تراکم‌ناپذیر از معادلات ناویر-استوکس جریان تراکم‌پذیر در حالت حدی وقتی عدد ماخ به سمت صفر یا سرعت صوت به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، به‌دست می‌آید. اما کاهش عدد ماخ برای کاهش اثرات تراکم‌پذیری جریان، موجب کاهش کارایی این تکنیک‌ها از نظر همگرایی و دقت[۴] و نیز افزایش حساسیت نسبت به شرایط مرزی در مقایسه با جریان‌های تراکم‌پذیر می‌شود و از نظر محاسباتی نیز بهینه نمی‌باشد[۵]. برای غلبه بر مشکلات ناشی از بهره‌گیری تکنیک‌های جریان‌های تراکم‌پذیر با شکل مناسب برای جریان‌های تراکم‌ناپذیر و نیز دستیابی به یک حل بهینه، استفاده از روش‌های با دقت بالا (High-Resolution Methods)[۶]، خوش‌رفتارسازها (Preconditioners) به همراه شتاب‌دهنده‌های همگرایی (Convergence Accelerators)[۷و۸] توصیه‌شده‌است.

معادلات غیرخطی حاکم بر جریان سیالات، معادلات پاره‌ای مرتبه دوم بوده که روش حل و اعمال شرایط اولیه و مرزی به نوع آنها بستگی دارد. معادلات جریان تراکم‌پذیر با هم کوپل بوده و ماهیت هذلولوی دارند و دارای منحنی‌های مشخصه حقیقی‌اند که در امتداد آنها، اغتشاش در یک نقطه با سرعت محدود و در ناحیه محدود منتشر می‌شود. ناحیه پایین‌دست آن نقطه که از این اغتشاش متاثر می‌شود، ناحیه تاثیر و ناحیه بالادست آن، ناحیه وابستگی نامیده می‌شوند. قلمرو حل یک ناحیه باز است و برای حل، نیازمند شرایط مرزی و اولیه می‌باشند. روش متداول و توانمند کلاسیک حل معادلات هذلولوی، روش مشخصه‌ها (Method of Characteristics)

است و دیگر روش‌ها نیز بر اساس آن می‌باشند. این روش در حل جریان ایده‌آل فراصوتی کاملا شناخته شده است، ولی کاربرد آن در مسائل سه‌بعدی و با جملات غیرخطی پیچیده است. در حالی که معادلات جریان تراکم‌ناپذیر کوپل نبوده و دارای ماهیت سهموی - بیضوی‌اند. این معادلات یا منحنی مشخصه حقیقی ندارند و اغتشاش در یک نقطه در همه جهات منتشر می‌شود و قلمرو حل یک ناحیه بسته با یک شرط مرزی مشخص بر روی آن می‌باشد و یا فقط یک منحنی مشخصه حقیقی دارند که اغتشاش در یک نقطه در امتداد آن منتشر می‌شود و قلمرو حل یک ناحیه باز با شرایط مرزی و اولیه با یک فرآیند حل تکراری می‌باشد. بر روی منحنی‌های مشخصه معادلات دیفرانسیل پاره‌ای به معادلات دیفرانسیل معمولی تبدیل شده و متغیرهای جریان پیوسته‌اند و مشتق‌های مرتبه اول روی منحنی‌های مشخصه نامعین و ناپیوسته می‌باشند و شرایط اولیه نیز نباید در امتداد منحنی‌های مشخصه تعریف شوند. از این مطلب در بدست آوردن معادلات منحنی‌های مشخصه در فضای فیزیکی استفاده می‌شود. در معادلات جریان تراکم‌ناپذیر بر خلاف معادلات جریان تراکم‌پذیر، جرم مخصوص در سرتاسر قلمرو یکنواخت بوده و دیگر به عنوان مجهول در نظر گرفته نمی‌شود و تنها میدان‌های سرعت، فشار و در صورت لزوم میدان دما مجهول می‌باشند. علاوه‌براین، تغییرات برخی دیگر از خواص فیزیکی مانند ضریب لزجت نیز ناچیز است و می‌توان آنها را نیز ثابت فرض کرد. معادلات ممنتم و پیوستگی مجزا از هم بوده و این مشکل اصلی در حل معادلات جریان تراکم‌ناپذیر است. پس به علت کاهش تعداد مجهولات در داخل قلمرو، ذخیره‌سازی و حافظه کامپیوتر کاهش می‌یابد و به دلیل محدودیت پایداری، گام زمانی کاهش و در نتیجه، زمان محاسبات برای رسیدن به جواب حالت پایا افزایش می‌یابد و باید روش خاصی اختیار کرد که تداخل سرعت و فشار ایجاد کند[۲].

به‌طور کلی، معادلات حاکم بر جریان تراکم‌ناپذیر چه به صورت بعددار یا بی‌بعد و چه به صورت پایستای یا غیرپایستاری، بسته به نوع متغیر وابسته، با دو نوع فرمول‌بندی مختلف بر حسب متغیرهای اولیه فشار و سرعت و نیز بر حسب معادلات ورتیسیته و تابع جریان ارائه می‌شوند. در فرمول‌بندی اول، بین معادلات پیوستگی و ممنتم از نظر فشار هیچگونه ارتباطی وجود ندارد، لذا برای برقراری ارتباط از معادله پواسون برای فشار، فرمول‌بندی تراکم‌پذیری مصنوعی (Artificial Compressibility Formulation) که اولین بار توسط چورین[۹] برای جریان‌های پایا معرفی شده یا فرمول‌بندی پنالتی (Penalty Formulation) و یا یک

فرمول‌بندی بر اساس ترکیبی از آنها (Hybrid Formulation) استفاده می‌شود. در اولی، معادله پوآسون برای فشار معمولا به جای معادله پیوستگی به کار می‌رود. در سه تای دیگر، یک مشتق زمانی بر حسب فشار به معادله پیوستگی افزوده می‌شود. افزودن این عبارت موجب کوپلینگ معادلات ناویر - استوکس جریان تراکم‌ناپذیر و حل با استفاده از طرح‌های گام زمانی و فرآیندهای تکرار و نیز تغییر ماهیت معادلات از سهموی - بیضوی به هذلولوی می‌شود. این عبارت در جواب نهایی تاثیر نداشته و بعد از چند تکرار مقدار آن به سمت صفر میل می‌کند [۱۰]. تجربه نشان داده است که فرمول‌بندی تراکم‌پذیری مصنوعی دارای کارکرد مطلوبی در جریان‌های تراکم‌ناپذیر بوده و به همین دلیل برخی از محققان از تراکم‌پذیری مصنوعی، در روش‌های اختلاف محدود [۱۱]، حجم محدود صریح و ضمنی [۱۲] و نیز طرح‌های بالادست مانند MUSCL[1]، TVD[2] و WENO[3] بهره برده‌اند [۱۰ و ۱۳].

در فرمول‌بندی دوم که قدیمی‌تر می‌باشد، معادلات جریان تراکم‌ناپذیر با روش تابع جریان - ورتیسیته به عنوان متغیرهای وابسته و نیز روش‌های شبه گذرا به دو صورت بیضوی و سهموی مجزا تبدیل شده و به ترتیب حل می‌شوند. به دلیل نبود فشار در آنها، نخست میدان جریان محاسبه می‌شود و سپس با حل یک معادله پوآسون، میدان فشار تعیین می‌گردد [۱۴]. تعمیم فرمول‌بندی مزبور به حالت سه‌بعدی و نیز تعریف شرایط مرزی بر خلاف فرمول‌بندی قبلی با پیچیدگی‌های زیادی همراه است، زیرا تابع جریان فقط برای جریان‌های دوبعدی وجود دارد و شرایط مرزی فیزیکی برای ورتیسیتی موجود نیست. با این وجود، برای حالت سه‌بعدی می‌توان از فرمول‌بندی‌های دیگری مانند ورتیسیتی - سرعت مشابه ورتیسیته - تابع جریان با تعریف سه معادله پوآسون برای مولفه‌های سرعت یا ورتیسیتی - بردار پتانسیل با جایگزینی تابع جریان با یک بردار پتانسیل سه مولفه‌ای اشاره نمود [۲ و ۱۰].

محاسبه کارآمد شارهای جابجایی (Convective Fluxes) در جریان تراکم‌ناپذیر از معیارهای مهم روش‌های عددی می‌باشد. امروزه، روش‌های حجم محدود جیمسون (Jameson) و رو (Roe) بر اساس تکنیک

۱-Monotone Upstream-Centred Scheme for Conservation Laws
۲-Total Variation Diminishing
۳-Weighted Essentially Nonoscillatory Schemes

میانگین گیری شارهای جابجایی(Flux Averaging)[۱۶و۱۵]و حل مساله مقدار اولیه ریمن(Reimann Problem) [۱۷و ۱۰] کاربرد گسترده‌ای در CFD دارند.

۱-۲ پیشینه پژوهش:

انتقال گرمای جابجایی آزاد اطراف استوانه افقی بلند با مقطع دایروی به دلیل کاربردهای گسترده مهندسی مانند سیستم‌های گرمایشی- سرمایشی، تجهیزات الکترونیکی، مبادله کن‌های گرمایی، رادیاتورها، مولدهای گرمایی الکترونیکی صفحه‌ای، برج‌های خنک کن، کلکتورهای خورشیدی و غیره، موضوع بسیاری از تحقیقات است و این موضوع قبلا به کمک متغیرهای انتقالی با روش‌های تحلیلی، عددی یا تجربی بررسی شده‌است، ولی در روش‌های عددی، تعیین مشخصه‌های انتقال گرمای محلی با حل کامل معادلات حرکت و انرژی همراه با دشواری‌های محاسباتی قابل ملاحظه‌ای است. در بسیاری از موارد، نتایج فوق برای تعمیم قابل اعتماد نیست، چون که جریان‌های جابجایی آزاد جریان‌های کم سرعت می‌باشند، پس ذاتا تراکم ناپذیر بوده‌و همگرایی کندی دارند. این مساله را عملا در کار با نرم‌افزارهای CFD مانند فلوئنت(FLUENT) نیز می‌توان مشاهده کرد[۱۸]. تقریب‌های لایه مرزی متعددی در ادبیات فن برای این مساله وجود دارد. گبهارت و همکاران[۱۹] و جالوریا[۲۰] یک حل عددی بر اساس تقریب لایه مرزی در گستره وسیعی از عدد رایلی($10^{-10} \leq Ra_D \leq 10^7$) برای دمای سطح ثابت و شار گرمایی ثابت سطح ارایه کردند. آنها بیان کردند که در شرایط خاصی این حل ممکن است، ولی در زوایای بزرگتر استوانه حول قسمت فوقانی آن، دو جریان احاطه کننده استوانه از سطح آن جدا شده و سپس به هم چسبیده و یک جریان نوسانی را شکل می‌دهند. تغییر جهت جریان در قسمت فوقانی و تشکیل یک جریان نوسانی بالای استوانه موجب افزایش ضریب انتقال گرما در مقابل کاهش ضخامت لایه مرزی می‌شود. در این ناحیه، تاثیر انحنا نباید نادیده گرفته شود و تقریب لایه مرزی برای بیان درست مکانیزم انتقال گرما نامناسب می‌شود. انحنای لایه مرزی عامل اساسی تعیین کننده انتقال گرما در اعداد گراشف کوچک است. مورگان[۲۱] یک سری فرمول به عنوان نتایج مطالعات فراوان تجربی، برای تعیین انتقال گرما در یک گستره وسیعی از عدد رایلی($10^{-10} < Ra_D' < 10^{10}$) و دمای سطح ثابت ارایه کرد. مالینین[۲۲] همین مساله را در لایه مرزی آرام، عدد گراشف($10^5 < Gr_D < 10^7$)، عدد پرانتل($1 << \Pr$) و

در دمای سطح ثابت و در شار گرمایی ثابت سطح مطالعه کرد. در یک دمای سطح ثابت، برای انتقال گرمای جابجایی آزاد آرام، رابطه بدون بعد عمومی توسط فند و همکاران[۲۳] ارایه گردید. خطای محاسبات آنان بین $\pm 1.5\%$ بود. با استفاده از تقریب لایه نازک(Thin-Layer Method) برای($Ra_D > 10^{-2}$)وبرای جریان‌های آرام و آشفته در یک دمای سطح ثابت، ریشی و هلندز[۲۴] فرمول‌های دیگری را ارایه کردند. کوهن و گلدشتین[۲۵] با در نظر گرفتن تاثیرات انحنا و اختلاف فشار در لایه مرزی، روش عددی لایه هدایت گرمایی(Thermal-Conduction Layer) بر اساس اختلاف محدود را برای حالت دمای سطح ثابت و جریان پایا ($1 \le Ra_D \le 10^4$, Pr=0.7) به کار بردند و نتایج قابل قبولی به عنوان مبنا(Benchmark Results) به‌دست آوردند. چرچیل و ثتین[۲۶] در رژیم آرام برای($Ra_D > 1$) فرمولی با خطای 4.5% ارائه دادند. فرمول مشابه دیگری برای($10^{-4} \le Ra_D \le 10^{12}$) و برای رژیم‌های آرام و آشفته توسط چرچیل و چو[۲۷] ارایه گردید. نتایج محاسبات عددی بر اساس اختلاف محدود برای عدد نوسلت محلی در دمای سطح ثابت در هوا ($10^3 \le Ra_D \le 10^5$) توسط سایتو و ساجیکی[۲۸] داده شده است. ونگ و همکاران[۲۹] با تقسیم مرز دور (Far-Field Boundary) به نواحی ورودی، خروجی مساله را حل کردند. ناکای و اکازاکی[۳۰] مقدار میانگین انتقال گرما در یک سیم افقی در یک فضای نامحدود و برای مقادیر کوچک عدد گراشف در گستره($Ra_D \Pr \le 2\times10^{-3}$)را محاسبه کردند. میسومی و همکاران[۳۱] به صورت تجربی اثر تغییر رژیم جریان از آرام به آشفته در شار گرمایی ثابت سطح را مطالعه نمودند. نتایج تجربی آنها نشان داد که جدایش جریان سه بعدی ابتدا در ناحیه دنباله‌ای استوانه و در $Ra_D = 3.5\times10^9$ رخ می‌دهد. با افزایش عدد رایلی، نقطه جدایش به سمت بالادست جریان کشیده شده و گذر از جریان آرام به جریان آشفته باعث افزایش ضرایب انتقال گرمای محلی می‌شود. اکندایو و همکاران[۳۲] به صورت تجربی، جابجایی آزاد از یک استوانه ایزوترم در داخل یک محفظه مستطیلی، برای تعیین موقعیت مناسب از نظر انتقال گرما را مطالعه کردند. امبروسینی و همکاران[۳۳] با روش تجربی Dynamic Electronic Speckle Pattern Interferometry سیم نازک ناگهان گرم شده در هوا و هرائز و بلدا[۳۴] با روش Holographic Interferometry استوانه‌های با قطرهای مختلف و طول یکسان و دمای سطح مختلف را بررسی کردند. صادقی پور و همکاران[۳۵] به جریان جابجایی

آزاد آرام در استوانه ایزوترم محدود شده با دو دیواره عمودی با روش‌های تجربی، عددی و تحلیلی در شرایط ارتفاع دیواره ثابت و با فاصله دیواره متغیر برای بررسی تاثیر آن روی انتقال گرما پرداختند و توزیع عدد نوسلت برحسب نسبت فاصله دو دیواره به قطر استوانه و عدد رایلی را به دست آورده و از روی آن فاصله بهینه دو دیواره از نظر انتقال گرما را تعیین کردند. هاتا و همکاران [۳۶] به گونه تجربی و عددی بدون کاربرد از تقریب لایه مرزی، جابجایی آزاد سدیم مایع را در شار گرمایی ثابت سطح و دمای سطح ثابت بررسی کردند. سانو و کوریباباشی [۳۷] جریان جابجایی آزاد گذرا در استوانه ناگهان گرم شده را به گونه تجربی مطالعه کردند. اغلب روش‌های عددی پیشین از تقریب لایه مرزی و طرح‌های اختلاف مرکزی که در آنها استفاده از اتلاف مصنوعی (Artificial Dissipation) مخصوصا در اعداد رایلی بالا اجتناب ناپذیر است، بهره جسته‌اند.

در این پایان‌نامه، مدلی عددی برای انتقال گرمای جابجایی آزاد سیال تراکم‌ناپذیر لزج در جریان دوبعدی و آرام اطراف استوانه افقی بلند با دمای سطح یکنواخت و مقطع دایروی ارایه می‌شود. یک روش حجم محدود توسعه یافته جدید مرتبه بالا بر اساس روش رو (Roe) همراه با تراکم‌پذیری مصنوعی (برای کوپل کردن معادلات پیوستگی و ممنتم) و تبدیل آنها به سیستم هذلولوی پرداخته می‌شود. گفتنی است، در بعضی از کارهای عددی اخیر، معادلات پیوستگی و ممنتم با یک طرح عددی و معادله انرژی جدا از آنها با طرح عددی دیگری حل شده‌اند و همواره نیازمند اتلاف مصنوعی بوده‌اند، ولی مزیت کار عددی حاضر این است که میدان‌های فشار، سرعت و دما به صورت کاملا یکدست با یک طرح عددی و بدون اتلاف مصنوعی در محدوده وسیع اعداد رایلی تعیین می‌شوند. سیال عامل هوا بوده و در محاسبه شارهای جابجایی از نظریه انتشار امواج صوتی مجازی (Virtual Acoustic Wave Prooagation) بهره جسته و عبارات لزج - هدایت گرمایی (Viscous-Thermal Conduction Terms) با تکنیک مرتبه دوم گسسته‌سازی می‌شوند. برای گسسته‌سازی زمانی، اسکیم رانگ-کوتای (Runge-Kutta) مرتبه پنج با دو مرحله گام زمانی (Dual-Time Step) به دلیل محدوده پایداری وسیع‌تر و سرعت همگرایی مطلوب‌تر به کار رفته است. گام زمانی اول از تکنیک گام زمانی محلی (Local Time Stepping) به عنوان یک شتاب‌دهنده همگرایی و گام زمانی دوم از روی معیار پایداری به کار گرفته می‌شود. نتایج حاصل از روش تجزیه بردار شار (Flux Splitting) شامل مشخصه‌های