



دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی  
دانشکده مهندسی مکانیک

# بررسی ارتعاشات ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک

پایان نامه کارشناسی ارشد  
دانشکده مهندسی مکانیک

دانشجو:

**علی اکبر جندقیان**

استاد راهنما:

**دکتر علی اصغر جعفری**

پاییز 1389

با تشکر از همکاران عزیزانی که در انجام این پایان نامه یاری نمودند.

علی ابراهیم و ص پدر و مادر عزیزم.

## چکیده

مواد پیزوالکتریک با شکل دایروی و نیز ترکیب لایه های پیزوالکتریک با سایر مواد، ساختارهای مهمی هستند که در سنسورها و محرک ها کاربردهای وسیعی دارند. برای حل مسائل مربوط به معادلات حاکم بر رفتار پیزوالکتریک ها و ترکیب آنها با سایر مواد راه حل های مختلفی ارائه شده و در زمینه ارتعاش آزاد این ترکیب ها، کارهای زیادی انجام شده است. بعضی با فرض ناچیز انگاشتن ضخامت ورق، معادلات حاکم را بر پایه تئوری کلاسیک ورق ها (CPT)<sup>۱</sup> استخراج و حل نموده اند. بعضی اثرات تغییر شکل برشی و اینرسی چرخشی را در معادلات وارد کرده و بر پایه تئوری تنش برشی مرتبه اول (MPT)<sup>۲</sup> به حل مسئله پرداخته اند و دیگران با استفاده از نرم افزارهای المان محدود مانند آباکوس (ABAQUS) و نرم افزارهای مشابه اقدام به بررسی رفتار ارتعاشی این ساختارها نموده اند. اما در زمینه ارتعاش اجباری مواد پیزوالکتریک با شکل دایروی و نیز ترکیب لایه های پیزوالکتریک با سایر مواد کارهای بسیار کمی انجام شده است.

در اینجا با استفاده از روش CPT به بررسی ارتعاشات اجباری ورق های دایروی FGM<sup>۳</sup> (مواد تابعی) کوپل شده با لایه ی پیزوالکتریک در سطوح بالایی و پایینی آن پرداخته شده است. معادلات حاکم بر مسئله دو معادله دیفرانسیل جزئی کوپل به یکدیگر می باشند که از این معادلات و با استفاده از شرایط مرزی و الکتریکی، خیز ورق و پتانسیل الکتریکی لایه های پیزوالکتریک بدست می آیند. بارهای خارجی وارد بر سیستم، هارمونیک و پله ای و به صورت متقارن محوری می باشند. برای تابع تغییر مکان از توابع بسل استفاده شده است و پاسخ های دقیق زمانی برای بارگذاری پله ای از روش تبدیل لاپلاس بدست آمده اند.

نمودارهای مربوط به خیز ورق، برای بارگذاری های هارمونیک و پله ای و برای شرایط مرزی گیردار و ساده ترسیم شده اند. همچنین برای بارگذاری هارمونیک با استفاده از روابط بدست آمده فرکانس های طبیعی

---

<sup>1</sup> Classical Plate Theory

<sup>2</sup> Midlin Plate Theory

<sup>3</sup> Functionally Graded Material

سیستم محاسبه می شود. نتایج بدست آمده در این پایان نامه برای شرایط مرزی گیردار و ساده با نتایج بدست آمده از نرم افزار آباکوس و روش CPT در سایر مقالات مقایسه شده است.

تاثیرات پارامترهای هندسی از قبیل نسبت ضخامت به شعاع ورق و همچنین شاخص گرادیان ماده FG (g) بر روی خیز و فرکانس های طبیعی ورق مورد بررسی قرار گرفته شده است.

نتایج بررسی نشان می دهد که با افزایش پارامتر g خیز کاهش می یابد و این کاهش خیز برای پارامترهای کوچکتر g مشهودتر است و به ازای  $g \geq 8$  خیز ورق مستقل از g می شود. همچنین مشاهده می شود که با افزایش پارامتر g فرکانس طبیعی برای تمامی مودها کاهش می یابد و به ازای  $g \geq 7$  فرکانس ورق مستقل از g می شود.

همچنین می توان دریافت که با افزایش ضخامت لایه پیزوالکتریک، خیز ورق برای هر دو شرط مرزی کاهش، در حالی که فرکانس طبیعی سیستم برای تمامی مودها افزایش می یابد.

۳	.....فهرست اشکال
۴	.....فهرست جداول
۵	.....فهرست نمادها
۷	----- فصل اول : مقدمه
۸	..... ۱-۱ مقدمه
۸	..... ۲-۱ کارهای انجام شده
۱۱	..... ۳-۱ مواد پیزوالکتریک و کاربردهای آنها
۱۲	..... ۱-۳-۱ کشف خاصیت پیزوالکتریکی
۱۲	..... ۲-۳-۱ خاصیت پیزوالکتریک مستقیم و معکوس
۱۳	..... ۳-۳-۱ مواد پیزوالکتریک
۱۴	..... ۴-۳-۱ کریستال های پیزوالکتریک
۱۶	..... ۵-۳-۱ پلیمرهای پیزوالکتریک
۱۷	..... ۶-۳-۱ سرامیک های پیزوالکتریک
۱۸	..... ۷-۳-۱ ساختار پروکسیت PZT
۲۰	..... ۸-۳-۱ فرایندهای درون حوزه و بازگشتی
۲۴	..... ۹-۳-۱ رفتار الکترومکانیکی
۲۷	..... ۱۰-۳-۱ اثر تنش و میدان الکتریکی بالا در خواص پیزوسرامیک ها
۲۹	..... ۱۱-۳-۱ ماتریس خواص مواد پیزوالکتریک
۳۳	..... ۱۲-۳-۱ امواج الاستیک در محیط پیزوالکتریک
۳۴	..... ۱۳-۳-۱ کاربرد مواد پیزوالکتریک
۳۷	..... ۱۴-۳-۱ سونار
۳۸	..... ۱۵-۳-۱ جوشکاری اولتراسونیک
۳۸	..... ۱۶-۳-۱ آشکارسازی عیوب و اندازه گیری ضخامت
۳۹	..... ۱۷-۳-۱ پاک کننده ی اولتراسونیک
۳۹	..... ۱۸-۳-۱ موتورهای پیزوالکتریک
۴۱	..... ۱۹-۳-۱ طریقه ساختن مواد پیزوالکتریک
۴۳	..... ۲۰-۳-۱ فواید استفاده از مواد پیزوالکتریک
۴۴	..... ۴-۱ مواد FGM
۴۷	..... ۱-۴-۱ انواع توابع جز حجمی در مواد FGM
۴۸	..... ۲-۴-۱ قانون توانی
۴۸	..... ۳-۴-۱ سیگموییدی
۴۸	..... ۴-۴-۱ دو لایه
۴۹	..... ۵-۴-۱ نمایی
۵۰	..... ۵-۱ آشنایی با نرم افزار آباکوس
۵۱	..... ۱-۵-۱ مدل سازی اجزای محدود با استفاده از ABAQUS / CAE
۵۷	..... ۶-۱ انواع المان در ABAQUS

۵۷	..... ۱-۶-۱ انواع المان از نظر ابعاد
۵۷	..... ۲-۶-۱ انواع المان از نظر نوع تحلیل
۵۸	----- فصل دوم : ارتعاشات آزاد ورق دایروی
۵۹	..... ۱-۲ مقدمه
۵۹	..... ۲-۲ استخراج روابط
۶۵	..... ۱-۲-۲ شرط مرزی گیردار
۶۶	..... ۲-۲-۲ شرط مرزی ساده
۶۶	..... ۳-۲ ارتعاشات آزاد ورق دایروی با شرایط متقارن محوری
۶۸	----- فصل سوم : ارتعاشات اجباری ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک
۶۹	..... ۱-۳ مقدمه
۶۹	..... ۲-۳ ساختار هندسی
۷۰	..... ۳-۳ نوع ماده FGM بکار رفته
۷۱	..... ۴-۳ روابط پایه ای
۷۳	..... ۵-۳ فرمول بندی مسئله
۷۴	..... ۱-۵-۳ توزیع پتانسیل الکتریکی در لایه پیزوالکتریک
۷۵	..... ۲-۵-۳ استخراج روابط حاکم بر مسئله
۷۷	..... ۳-۵-۳ شرایط مرزی مسئله
۷۸	..... ۶-۳ تحریک هارمونیک
۸۱	..... ۱-۶-۳ تعیین ثابت C برای شرایط مرزی مختلف
۸۳	..... ۷-۳ تحریک پله ای
۸۴	..... ۱-۷-۳ شرط مرزی ساده
۸۶	..... ۲-۷-۳ شرط مرزی گیردار
۸۹	----- فصل چهارم : نتایج عددی و بحث روی آنها
۹۰	..... ۱-۴ مقدمه
۹۱	..... ۲-۴ بارگذاری هارمونیک
۹۵	..... ۱-۲-۴ تاثیر ضخامت لایه پیزوالکتریک بر خیز
۹۹	..... ۲-۲-۴ تاثیرات پارامتر $g$ و ضخامت لایه میانی بر خیز ماکزیمم بی بعد
۱۰۱	..... ۳-۲-۴ تعیین فرکانس های طبیعی
۱۰۱	..... ۴-۲-۴ تاثیر ضخامت لایه پیزوالکتریک بر فرکانس طبیعی
۱۰۴	..... ۵-۲-۴ تاثیرات پارامتر $g$ و ضخامت لایه میانی بر فرکانس طبیعی بی بعد
۱۰۶	..... ۳-۴ بار گذاری پله های
۱۱۰	..... جمع بندی
۱۱۱	..... پیشنهادات برای تحقیقات آتی
۱۱۲	..... مراجع

## فهرست اشکال

- شکل ۱-۱ ساختار ساده شده ای از سلول کوارتز، الف) آرایش یون های O- و Si- با محورهای کریستالی اصلی، ب) محورهاى دوگانه و سه گانه..... ۱۲
- شکل ۲-۱ اثر پیزوالکتریکی مستقیم درون سلول کوارتز. الف) اثر پیزوالکتریکی طولی، ب) اثر پیزوالکتریکی عرضی... ۱۳
- شکل ۳-۱ کریستال کوارتز، الف) قبل از تنش، ب) بعد از تنش..... ۱۵
- شکل ۴-۱ ساختار پروکسیت کریستال های فروالکتریک از نوع  $ABO_3$ . الف) ساختار مکعبی بالای دمای کوری، ب) ساختار چهار وجهی زیر دمای کوری..... ۲۱
- شکل ۵-۱ تصویر شماتیک ساختار کریستالی سرامیک های فروالکتریک زیر دمای کوری..... ۲۳
- شکل ۶-۱ حوزه های جهت گیری درون یک تک کریستال فروالکتریک. الف) کریستال ناقطبیده، ب) کریستال قطبیده ج) کریستال از قطبیدگی خارج شده..... ۲۳
- شکل ۷-۱ توزیع حوزه ها در سرامیک های فروالکتریک. الف) سرامیک های ناقطبیده، ب) سرامیک های قطبیده، ج) سرامیک های از قطبیدگی خارج شده..... ۲۴
- شکل ۸-۱ قطبیدگی P وابسته به میدان الکتریکی  $E$ ..... ۲۵
- شکل ۹-۱ کرنش S وابسته به میدان الکتریکی  $E$ ..... ۲۶
- شکل ۱۰-۱ تغییرات بار الکتریکی در تنش های بالا برای پیزوسرامیک ها..... ۲۸
- شکل ۱۱-۱ جوشکاری اولتراسونیک پانچ. ۲ و ۳ قطعاتی که جوش داده می شوند..... ۳۸
- شکل ۱۲-۱ ایده موتور پیزوالکتریک گروماکوفسکی..... ۴۱
- شکل ۱۳-۱ طریقه پلاریزه شدن ماده پیزوالکتریک..... ۴۲
- شکل ۱۴-۱ شکل شماتیک تغییرات ریز ساختاری که در یک ماده دو فازی به صورت افزایش کسر حجمی دوم رخ می دهد..... ۴۶
- شکل ۱۵-۱ نحوه انتخاب مدول Sketch..... ۵۲
- شکل ۱۶-۱ نحوه انتخاب مدول Part..... ۵۲
- شکل ۱۷-۱ نحوه انتخاب مدول Property..... ۵۳
- شکل ۱۸-۱ نحوه انتخاب مدول Assembly..... ۵۳
- شکل ۱۹-۱ نحوه انتخاب مدول Step..... ۵۴
- شکل ۲۰-۱ نحوه انتخاب مدول Interaction..... ۵۵
- شکل ۲۱-۱ نحوه انتخاب مدول Load..... ۵۵
- شکل ۲۲-۱ نحوه انتخاب مدول Mesh..... ۵۶
- شکل ۲۳-۱ نحوه انتخاب مدول Job..... ۵۶
- شکل ۱-۲ المان ورق در مختصات قطبی..... ۵۹
- شکل ۱-۳ ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک..... ۷۰
- شکل ۲-۳ تحریک پله ای..... ۸۳
- شکل ۱-۴ نمودار خیز شعاعی ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار هارمونیک برای شرط مرزی گیردار در زمان  $t = Is$ ..... ۹۳
- شکل ۲-۴ خیز شعاعی ورق دایروی کوپل شده با لایه ای پیزوالکتریک تحت بار هارمونیک برای شرط مرزی ساده در زمان  $t = Is$ ..... ۹۳
- شکل ۳-۴ ممان شعاعی ورق دایروی کوپل شده با لایه ای پیزوالکتریک تحت بار هارمونیک برای شرط مرزی ساده در زمان  $t = Is$ ..... ۹۴
- شکل ۴-۴ خیز دینامیکی ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار هارمونیک برای شرط



- ۹۴ ..... مرزی گیردار ( $h/a = 1/60$ )
- شکل ۴-۵ خیز دینامیکی ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار هارمونیک برای شرط
- ۹۵ ..... مرزی ساده ( $h/a = 1/60$ )
- شکل ۴-۶ تاثیر لایه پیزوالکتریک بر خیز دینامیکی ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک برای شرایط
- ۹۶ ..... مرزی مختاف ( $h/a = 1/60$ )
- شکل ۴-۷ تاثیر ضخامت لایه ی پیزوالکتریک بر خیز ماکزیمم ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های
- ۹۷ ..... پیزوالکتریک ( $h/a = 1/60$ ) برای شرط مرزی گیردار
- شکل ۴-۸ تاثیر ضخامت لایه ی پیزوالکتریک بر خیز ماکزیمم ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های
- ۹۸ ..... پیزوالکتریک ( $h/a = 1/60$ ) برای شرط مرزی ساده
- شکل ۴-۹ تاثیر لایه پیزوالکتریک بر خیز بی بعد ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار سینوسی
- ۹۹ ..... برای تکیه گاه گیردار
- شکل ۴-۱۰ تاثیر لایه پیزوالکتریک بر خیز بی بعد ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار سینوسی
- ۹۹ ..... برای تکیه گاه ساده
- شکل ۴-۱۱ تاثیر نسبت  $h/a$  بر ماکزیمم خیز بی بعد ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار
- ۱۰۰ ..... سینوسی
- شکل ۴-۱۲ تاثیر پارامتر  $g$  بر خیز ماکزیمم بی بعد ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک
- ۱۰۱ ..... ( $h/a = 1/60$ ) با شرایط مرزی مختلف
- شکل ۴-۱۳ تاثیر ضخامت لایه پیزوالکتریک بر فرکانس های طبیعی ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک
- ۱۰۴ ..... برای مودهای مختلف ( $h/a = 1/60$ )
- شکل ۴-۱۴ تاثیرات پارامتر  $g$  و ضخامت لایه های پیزوالکتریک بر فرکانس طبیعی بی بعد ورق دایروی FGM کوپل
- ۱۰۶ ..... شده با لایه های پیزوالکتریک ( $h/a = 1/60$ ) برای سه فرکانس اول مودهای متقارن محوری
- شکل ۴-۱۵ خیز شعاعی ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار پله ای، الف) لحظاتی پس از بار
- ۱۰۷ ..... گذاری ب) مدتی پس از بار گذاری ( $h/a = 1/60$ ) برای شرط گیردار
- شکل ۴-۱۶ ممان های شعاعی و مماسی و خیز شعاعی ورق دایروی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک الف) لحظاتی
- ۱۰۸ ..... پس از بارگذاری ب) مدتی پس از بارگذاری ( $h/a = 1/60$ ) برای شرط مرزی ساده
- شکل ۴-۱۷ تاثیر پارامتر  $g$  بر خیز ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک ( $h/a = 1/60$ ) برای
- ۱۰۹ ..... شرط مرزی گیردار الف) لحظاتی پس از وارد شدن بار ب) مدتی پس از بار گذاری
- شکل ۴-۱۸ ارتعاشات مرکز ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک تحت بار پله ای برای  $g = 0$
- ۱۱۰ .....

## فهرست جداول

- جدول ۱-۱ بزرگی ضرایب پیزوالکتریک، دی الکتریک و پایروالکتریک برای بعضی از پیزوپلیمرها
- جدول ۱-۲ ضرایب الاستیک، دی الکتریک و پیزوالکتریک برای بعضی از پیزوسرامیک ها
- جدول ۴-۱ مشخصات هندسی و خواص مکانیکی مواد
- جدول ۴-۲ مقایسه مقادیر خیز بی بعد بدست آمده از روش ارائه شده با مقادیر بدست آمده از روش FEM برای
- ۹۲ ..... شرایط مرزی مختلف
- جدول ۴-۳ مقایسه فرکانس های طبیعی (Hz) ورق دایروی FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک برای
- ۱۰۲ .....  $\eta = 0.1$  برای مودهای متقارن محوری ( $h/a = 1/60$ )

## فهرست نمادها (Symbols)

$D$ : سفتی خمشی ورق

$E$ : مدول الاستیسیته ورق

$J_0$ : تابع بسل نوع اول از مرتبه صفر

$J_1$ : تابع بسل نوع اول از مرتبه اول

$Y_m$ : : تابع بسل نوع دوم از مرتبه  $m$

$I_m$ : تابع شبه بسل نوع اول از مرتبه  $m$

$K_m$ : تابع شبه بسل نوع دوم از مرتبه  $m$

$g$ : شاخص ماده FGM

$H(t)$ : تابع هویساید

$f(r, t)$ : نیروی خارجی

$Q$ : برابند نیروی برشی

$r, \theta$ : مختصات قطبی

$t$ : زمان

$C^E$ : ضریب الاستیک ماده پیزوالکتریک

$\bar{C}^E$ : ضریب الاستیک کاهش یافته ماده پیزوالکتریک برای حالت تنش صفحه ای

$e$ : ضریب ماده پیزوالکتریک

$\bar{e}$ : ضریب کاهش یافته ماده پیزوالکتریک برای حالت تنش صفحه ای

$D$ : جابجایی الکتریکی ماده پیزوالکتریک

$E$ : میدان الکتریکی ماده پیزوالکتریک

$\sigma$ : میدان تنش

$\varepsilon$ : میدان کرنش

$\bar{\varepsilon}$ : ضریب تراوایی دی الکتریک ماده پیزوالکتریک

$\bar{\epsilon}$ : ضریب تراوایی کاهش یافته دی الکتریک ماده پیزوالکتریک برای حالت تنش صفحه ای

$\phi$ : تابع پتانسیل الکتریکی در ماده پیزوالکتریک

$w^*$ : تبدیل لاپلاس  $w$  نسبت به زمان

$\phi^*$ : تبدیل لاپلاس  $\phi$  نسبت به زمان

$\rho$ : چگالی

$\omega$ : فرکانس تحریک

$\Omega$ : فرکانس طبیعی ورق

$\Delta^2$ : اوپراتور لاپلاسیان در مختصات قطبی

$\nabla^2$ : اوپراتور لاپلاسیان در مختصات قطبی برای حالت متقارن محوری

# فصل اول

## مقدمه

در این فصل مقدمات ضروری جهت ورود به بحث اصلی در قالب چهار زیر فصل کارهای انجام شده، مواد پیزوالکتریک و کاربرد آنها، نرم افزار آباکوس و مواد FGM آورده شده است. در قسمت اول کارها و مقالات چاپ شده در ارتباط با موضوع مورد بررسی قرار گرفته و اهمیت موضوع بحث بررسی می شود. در قسمت دوم به بررسی مواد پیزوالکتریک و کاربردهای آن در صنایع مختلف پرداخته شده است. در این قسمت خصوصیات و رفتار مواد پیزوالکتریک به صورت کامل مورد بررسی قرار گرفته است. در قسمت سوم، مختصری در مورد مواد FGM و مدل های پیشنهادی برای توصیف نحوه ترکیب مواد تشکیل دهنده آن آمده است و نهایتاً در قسمت چهارم نیز مختصری درباره نرم افزار آباکوس صحبت شده است.

## ۱-۲ - کارهای انجام شده

مواد FGM مواد کامپوزیتی ناهماهنگی هستند که از فازهای مختلف مواد نظیر سرامیک و فلز تشکیل شده اند. به سبب تغییرات آرام و بدون پرش در خواص مواد FG تاثیرات مخرب نظیر پدیده ی جدایش<sup>۱</sup> در این گونه مواد وجود ندارد. تغییرات آرام در نسبت حجمی مواد تشکیل دهنده سبب ایجاد تغییرات پیوسته و نرم از سطحی به سطح دیگر می شود FGMها استفاده گسترده ای در صنایع دفاعی، سفینه های فضایی و... دارند. در توسعه ی ساختارهای انعطاف پذیر با کارایی بالا و وزن کم، مفهوم ساختارهایی با قابلیت خود کنترلی و خود نمایشگرانه مطرح شد. چنین قابلیت هایی با استفاده از به کارگیری تاثیرات مستقیم و معکوس مواد پیزوالکتریک به صورت سنسورها و محرک های کوپل شده با ساختارها حاصل می شود [۱و۲].

---

<sup>1</sup> Delaminations

این ساختارها به نام "ساختارهای هوشمند" شناخته می شوند. در طی این دهه کنترل فعال ساختارهای انعطاف پذیر بر پایه مفهوم ساختارهای هوشمند توسعه ی زیادی یافته است [۴، ۳ و ۵]. در این خصوص محرک های پیزوالکتریک متقارن محوری، در اشکال دیسک و یا رینگ، برای ایجاد حرکت در ورقه های دایروی/حلقوی میکروپمپ ها و میکروشیرها [۶ و ۷]، ابزارهایی برای تولید و تشخیص صوت [۸]، ابزارهای پزشکی قابل کاشت [۹]، و میکروسویچهای میکروموج جهت کنترل اغتشاشات ایجاد شده از طریق تنش های داخلی استفاده شده اند [۱۰]. جهت استفاده موثر از مواد پیزوالکتریک داشتن درک صحیحی از رفتار این مواد ضروری می باشد. تحلیل ساختارهایی که در مواد پیزوالکتریک چه به عنوان محرک و چه به عنوان سنسور، به طور جدی انجام می شود [۱۱-۱۶]. بنابراین درک رفتار ساختارهای کوپل شده و برهم کنش بین ساختارهای اصلی و لایه های پیزوالکتریک امری مهم است. بر پایه تئوری ورق CPT، وانگ<sup>۱</sup> [۱۱] راه حل تحلیلی برای آنالیز ارتعاشات آزاد پیزوالکتریک کوپل شده با لایه ی ورق دایروی با شرایط مرزی ساده و گیردار ارائه کرد. مدلی تحلیلی برای بررسی رفتار دینامیکی پیزوالکتریک کوپل شده با لایه ی ورق دایروی نسبتاً ضخیم بر پای ی تئوری مرتبه اول برشی (FSDT)<sup>۲</sup> توسط لیو<sup>۳</sup> [۱۲] پیشنهاد داده شد. دوان<sup>۴</sup> [۱۳] ارتعاش آزاد پیزوالکتریک کوپل شده با ورق حلقوی با استفاده از هر دو روش CPT و FSMT مورد بررسی قرار داد. اخیراً، حسینی هاشمی [۱۴] با استفاده از تئوری ورق ردی به حل ارتعاش آزاد ورق های دایروی و حلقوی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک پرداخته است. هنگامی که ضخامت ورق فراتر از محدوده FSMT و تئوری مرتبه سوم برشی (TSDT)<sup>۵</sup> برود، محققین به دنبال روش های حل بر مبنای تئوری الاستیسیته ی سه بعدی هستند. لیو [۱۵] روش المان محدود نا متقارن محوری را برای تحلیل ارتعاشات سه بعدی پیزوالکتریک کوپل شده با ورق دایروی و حلقوی توسعه داده است. اخیراً تلاش های زیادی جهت بررسی رفتار ورق های FGM کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک به

---

<sup>1</sup> Wang et al.

<sup>2</sup> First Shear Deformable Theory

<sup>3</sup> Liu et al

<sup>4</sup> Duan et al

<sup>5</sup> Third Shear Deformable Theory

عمل آمده است. اتاو و تانیگاوا<sup>۱</sup> [۱۷و۱۶] به صورت تحلیلی ورق مستطیلی FGM کوپل شده با ورق های پیزوالکتریک در معرض بارهای حرارتی گذرا با شرایط مرزی ساده مورد بررسی قرار دادند. ردی و چنگ<sup>۲</sup> [۱۸] یک روش سه بعدی برای ورق FGM مستطیلی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک، با استفاده از ماتریس انتقال و تکنیک بسط مجانبی ارائه دادند. هی<sup>۳</sup> [۱۹] یک مدل المان محدود برای مطالعه ی کنترل فعال ارتعاش در ورق های FGM کوپل شده با لایه های محرک و سنسور پیزوالکتریک پیشنهاد داد. تحلیل بعد از کمانش ورق های FGM مستطیلی که دو صفحه ی بالایی و پائینی آن با محرک های پیزوالکتریک کوپل شده، تحت بار حرارتی - الکتریکی - مکانیکی بوسیله ی لیو و شن<sup>۴</sup> انجام شد [۲۰-۲۱]. پاسخ کمانش غیرخطی حرارتی - الکتریکی - مکانیکی ورق های FGM مستطیلی هوشمند بوسیله ی یانگ<sup>۵</sup> مورد بررسی قرار گرفت [۲۲]. تحلیل ارتعاشی با دامنه ی زیاد ورق های FGM مستطیلی کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک در صفحات بالایی و پائینی آن، با استفاده از روش نیمه تحلیلی بر پایه روش گلرکین<sup>۶</sup> توسط یانگ انجام شد [۲۳]. اخیراً ابراهیمی یک روش تحلیلی برای مطالعه ی ارتعاشات آزاد ورق های دایروی و حلقوی FGM نازک و نسبتاً ضخیم هوشمند کوپل شده با لایه های پیزوالکتریک بر پایه ی تئوری های ورق CPT و FSDT ارائه داده است [۲۴-۲۷]. این مطالعه برای شرایط مرزی های ساده و گیردار در ورق دایروی و ترکیب این شرایط مرزی در ورق حلقوی انجام شده است. ژانگ<sup>۷</sup> و همکارانش ارتعاشات گذرا و خمش متقارن یک صفحه دایروی پیزوالکتریک بر پایه تئوری CPT بررسی کردند [۲۸].

---

<sup>1</sup> Ootao & Tanigava

<sup>2</sup> Reddy & Cheng

<sup>3</sup> He et al.

<sup>4</sup> Shen

<sup>5</sup> Yang et al.

<sup>6</sup> Galerkin method

<sup>7</sup> Zhang et al.

## ۳-۱- مواد پیزوالکتریک و کاربرد آنها

### ۱-۳-۱- کشف خاصیت پیزوالکتریکی

در سال ۱۸۸۰ میلادی، خاصیت پیزوالکتریکی بوسیله ی برادران پیر و جاکوس کوری کشف شد که البته اتفاقی نبود. در گذشته، در هند و سیلان رفتار اسرارآمیز تورمالینس شناخته شده بود. اگر تورمالینس روی خاکستر داغ ریخته می شد، در یک طرف ذرات خاکستر را جذب کرده و در طرف دیگر ذرات خاکستر را دفع می کرد. بعد از مدتی خواص جذب و دفع معکوس می شد. در ابتدای قرن ۱۸، تجار کریستال های تورمالین را به اروپا بردند. در سال ۱۷۴۷ لینه<sup>۱</sup> کریستال های تورمالین را با نام الکتريکوس لپیس<sup>۲</sup> خواند. در قرن اخیر تلاش های زیادی برای کشف ارتباط بین تاثیر فشار مکانیکی و الکتريسیته صورت گرفته است. بککوئرل<sup>۳</sup> از این حقیقت که این چنین خاصیتی را می توان از آن کریستال ها انتظار داشت، آگاه بود. در سال ۱۸۷۷ میلادی لرد کلونین ارتباط بین پیزوالکتریسیته<sup>۴</sup> و پیزوالکتریسیته را روشن ساخت. می توان فهمید که قسمت عمده ی بار پیزوالکتریک تورمالین مربوط است به آرایش صفحات پیزوالکتریک ناشی از تغییر شکل الاستیک کریستال تحت تغییرات دمایی. ابتدا برادران پیر و جاکوس کوری خاصیت مستقیم پیزوالکتریک را در کریستال های تورمالین کشف کردند. آنها دریافتند که تغییر شکل مکانیکی در جهت های ویژه ای سبب می شود که صفحات الکتريکی مقابل هم در روی صفحات کریستال هایی که عمود بر تغییر شکل مکانیکی اند، باردار شوند. این خاصیت که در کوارتز و سایر کریستال های بدون مرکز تقارن کشف شد، خاصیت پیزوالکتریک نامگذاری گردید (یونانی : پیزین = فشار). خاصیت پیزوالکتریکی معکوس بوسیله لیپمن<sup>۵</sup> بر پایه ی ملاحظات ترمودینامیکی، پیش بینی شده و بصورت آزمایشگاهی توسط برادران کوری اثبات گردید.

---

<sup>1</sup> Linne

<sup>2</sup> Lapis electricus

<sup>3</sup> Becquerel

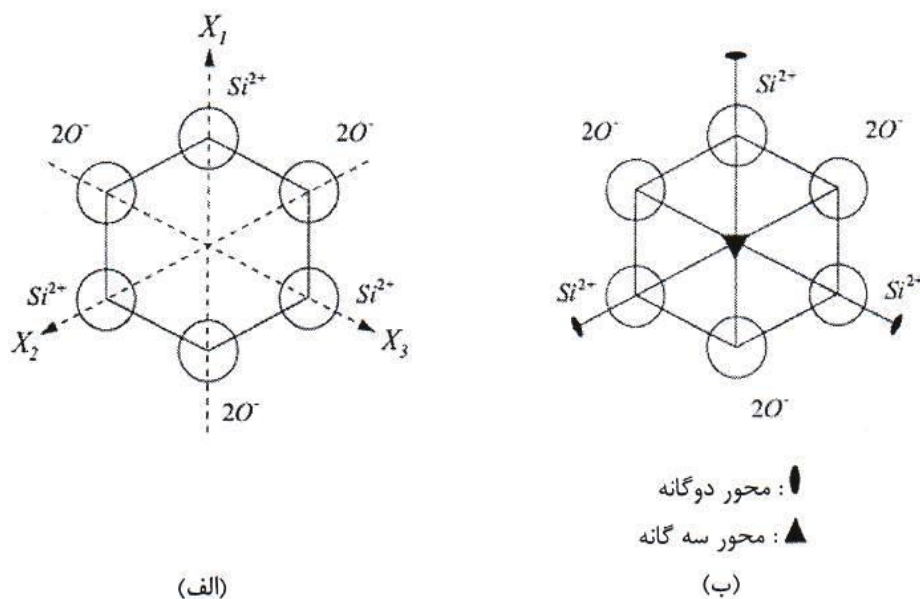
<sup>4</sup> Pyroelectricity

<sup>5</sup> Lipman



### ۱-۳-۲- خاصیت پیزوالکتریک مستقیم و معکوس

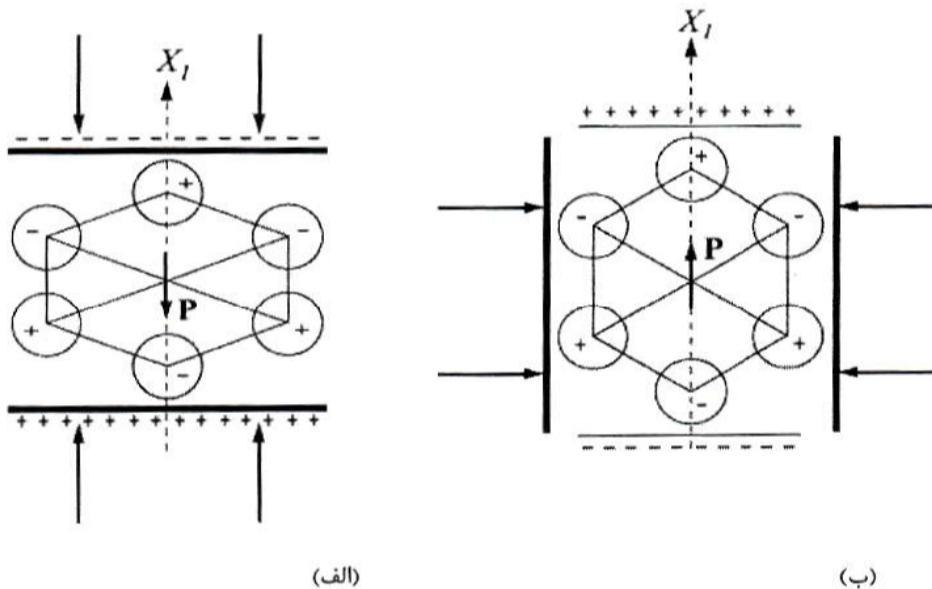
خاصیت پیزوالکتریک بوسیله ساختارهای بدون مرکز تقارن مربوط به یون های مثبت و منفی شبکه ی کریستالی کشف شد. بنابراین شرط وقوع خاصیت پیزوالکتریک، وجود محورهای قطبی درون ساختار کریستالی است. قطبی به این معنی که در جهت محورها گشتاور دو قطبی موجود باشد که این گشتاور ناشی از توزیع بار الکتریکی در پیوند شیمیایی است. برای درک بهتر، یک سلول ساختاری کوارتز  $\alpha$  در نظر گرفته می شود (شکل ۱-۱).



شکل ۱-۱ : ساختار ساده شده ای از سلول کوارتز، (الف) آرایش یون های  $O^-$  و  $Si^-$  با محورهای کریستالی اصلی، (ب) محورهای دوگانه و سه گانه.

این ساختار شامل یون های اکسیژن ( $O$ ) با بار منفی و یون های سیلیسیم ( $Si$ ) با بار مثبت و دارای سه محور چرخش قطبی دوگانه  $X_1, X_2, X_3$  در پلان ترسیم شده و یک محور چرخش  $Z$  سه گانه عمود بر پلان ترسیم شده است. از دید خارجی کریستال از لحاظ الکتریکی خنثی است. اگر تغییر شکلی در طول محور قطبی  $X_1$  ساختار کوارتز وجود داشته باشد، یک قطبیدگی الکتریکی مازاد بر آن به نام  $P$  در طول محور صورت می گیرد. قطبیدگی الکتریکی به وسیله ی تغییر مکان یون های مثبت و منفی شبکه بلوری در خلاف جهت یکدیگر ایجاد می شود که باعث بوجود آمدن یک بار الکتریکی روی صفحات کریستالی معین عمود بر محور  $X_1$  شده و بنابراین یک ولتاژ قطبیدگی

الکتریکی خارجی تولید می شود (شکل ۲-۱ - ب). این خاصیت با نام خاصیت پیزوالکتریکی طولی مستقیم خوانده می شود. با قرار گرفتن در معرض تنش های فشاری و کششی که عمود بر محور  $X_1$  عمل می کنند، یک قطبیدگی الکتریکی اضافی با علامت مخالف در جهت محور  $X_1$  ایجاد می شود (شکل ۲-۱ - ب). این رفتار به نام خاصیت پیزوالکتریک عرضی مستقیم خوانده می شود.



شکل ۲-۱: اثر پیزوالکتریکی مستقیم درون سلول ساختاری کوارتز. الف) اثر پیزوالکتریکی طولی (ب) اثر پیزوالکتریکی عرضی

هر دو خاصیت برگشت پذیرند، یعنی یک انقباض یا انبساط در ساختار کوارتز تحت تاثیر حوزه های الکتریکی جهت گیری شده مطابق آنچه گفته شد انجام می پذیرد. این خاصیت به نام خاصیت پیزوالکتریک معکوس خوانده می شود.

### ۳-۳-۱- مواد پیزوالکتریک

مواد پیزوالکتریک تحت سه عنوان کریستال های<sup>۱</sup> پیزوالکتریک، سرامیک های پیزوالکتریک و پلیمرها بطور خلاصه شرح داده می شود.

<sup>1</sup> Crystal

وجود پدیده پیزوالکتریک در کریستالها بستگی زیادی به تقارن هر کریستال دارد. ثابت شده است که در هر کریستال که مرکز تقارن داشته باشد خاصیت پیزوالکتریک مشاهده نمی شود. کریستالها از نظر تقارنی به ۳۲ گروه نقطه ای<sup>۱</sup> تقسیم می شوند که گروه نقطه ای، مجموعه ای از عناصر تقارنی است که در یک شبکه کریستالی وجود دارد. از ۳۲ گروه نقطه ای تعداد ۲۱ گروه نقطه ای فاقد مرکز تقارن هستند که به جز یکی از آنها بقیه دارای خاصیت پیزوالکتریک می باشند که این استثناء در مورد گروه نقطه ای ۴۳۲ ( دو محور سه گانه، سه محور چهار گانه و چهار محور شش گانه ) است که به دلیل درجه تقارنی زیادش دارای اثر پیزوالکتریک نیست از ۲۰ گروه نقطه ای فوق، ۱۰ تای آنها دارای یک محور قطبی منحصر به فرد بوده که سبب وجود یک قطبش خودبخودی وابسته به دما در آنها می شود که در واقع خاصیت پایروالکتریک هستند.

فروالکتریکها زیر مجموعه ای از مواد پیزوالکتریک هستند که دارای دو یا چند جهت قطبی و دارای قطبش خودبخودی هستند. این خانواده از دی الکتریکها در زیر دمای کوری<sup>۲</sup> یعنی دمایی که در آن تغییر ساختمان کریستالی در آنها اتفاق می افتد، دارای قطبش خودبخودی هستند. جهت قطبی در فروالکتریکها به وسیله میدان الکتریکی قابل تغییر و یا معکوس شدن است. در سایر مواد پیزوالکتریک (غیر فروالکتریک) چرخش حوزه ها<sup>۳</sup> به راحتی مواد فروالکتریک نیست و نیاز به میدان های بسیار قوی دارد.

بنابراین کلیه کریستال های فروالکتریک، پیزوالکتریک هستند ولی عکس این موضوع صادق نیست بعنوان مثال، کریستال کوارتز، پیزوالکتریک است ولی فروالکتریک نمی باشد، در مورد کریستالهای پیزوالکتریک، کافی است که مرکز تقارن موجود نباشد ولی در مورد کریستالهای

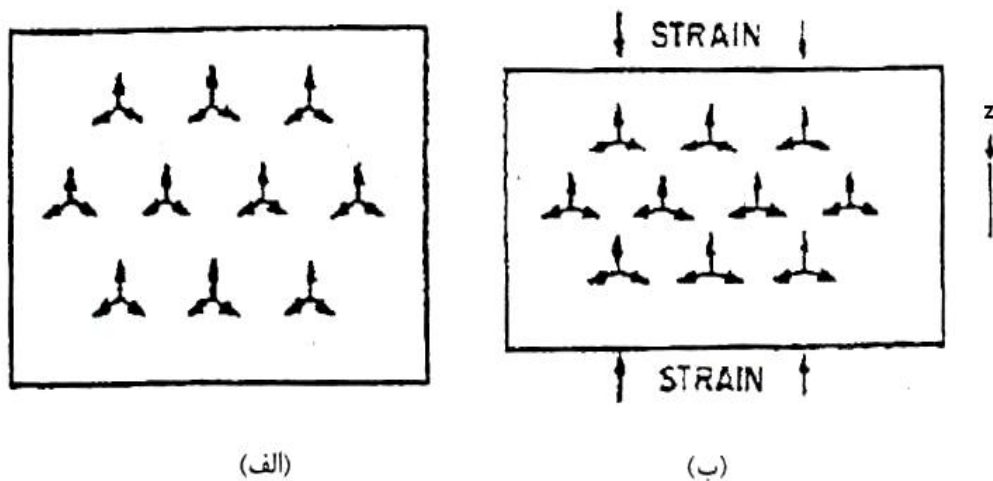
<sup>1</sup> Point group

<sup>2</sup> Curie temperature

<sup>3</sup> Domain

فروالکتريک، علاوه بر احراز شرط فوق، حداقل یک محور در کریستال وجود داشته باشد که حرکت در دو جهت مخالف روی آن محور با هم معادل نباشند.

کوارتز ( $\text{SiO}_2$ ) معروفترین ماده پیزوالکتريک است. کریستال کوارتز لوزی راست گوشه (Rhombohedral) است. دوقطبی های یک کریستال کوارتز در حالت  $120^\circ$  درجه هستند و مجموع دوقطبی ها صفر می باشد و زمانی که تحت میدان الکتریکی قرار می گیرند با توجه به جهت میدان اعمالی دو قطبی ها منبسط یا منقبض می شوند. شکل (۱-۳)



شکل (۱-۳): کریستال کوارتز، (الف) قبل از تنش (ب) بعد از تنش

و یا متقابلاً زمانی که کریستال کوارتز تحت کرنش قرار می گیرد مجموع دوقطبی های کریستال صفر نخواهد شد و نهایتاً میدان الکتریکی ایجاد می شود. کریستال های کوارتز دارای ثابت های پیزوالکتريک کوچکتری هستند و ماتریس پیزوالکتريک آنها تنها دارای مولفه های غیر صفر  $e_{26}$   $e_{25}, e_{14}, e_{12}, e_{11}$  می باشند. از کریستال های جدید می توان به نیوبات لیتیم<sup>۱</sup> ( $\text{LiNiO}_3$ ) و تانتالات لیتیم<sup>۲</sup> اشاره کرد که فروالکتريک می باشند و در ایجاد امواج آکوستیک سطحی<sup>۳</sup> (SAW) بکار می روند.

<sup>1</sup> Lithium niobate

<sup>2</sup> Lithium tantalite

<sup>3</sup> Surface Acoustic Wave